

1 | Números naturales. Divisibilidad

1. Completa la tabla:

Número	Millares	Centenas	Decenas	Unidades
9 854				
32 127				
	7	0	1	9
	18	1	7	5

2. Completa las siguientes igualdades aplicando las propiedades de la suma, resta, multiplicación y división:

a) $35 + 15 = \boxed{?} + \boxed{?} \Rightarrow$ propiedad conmutativa de la suma.

b) $7 \times 20 = \boxed{?} \times \boxed{?} \Rightarrow$ propiedad conmutativa de la multiplicación.

c) $(12 + 7) + 40 = \boxed{?} + (\boxed{?} + \boxed{?}) \Rightarrow$ propiedad asociativa.

d) $70 - 15 = (70 - 5) - (15 - \boxed{?}) \Rightarrow$ propiedad de la resta.

e) Si $60 : 7 = 8$ y el resto es 4; entonces $(60 \times 5) : (7 \times 5) = \boxed{?}$ y el resto es $\boxed{?} \times \boxed{?} \Rightarrow$ propiedad de la división.

3. Rodea los números que sean primos: 131, 243, 218, 143, 847, 555, 117, 229, 202, 301, 721, 123, 473.

4. Haz la descomposición en factores primos de los números:

a) 21

c) 231

e) 120

g) 775

b) 36

d) 66

f) 100

h) 999

5. Escribe los números que corresponden a estas descomposiciones:

a) $2^3 \cdot 5$

c) $2 \cdot 3^2 \cdot 5$

e) $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$

b) $2^3 \cdot 3 \cdot 5^2$

d) $2^3 \cdot 5 \cdot 3$

f) $2^2 \cdot 3 \cdot 7$

6. Halla el máximo común divisor de:

a) 80 y 120

c) 12, 48 y 60

b) 999 y 99

d) 180 y 90

7. Halla el mínimo común múltiplo de:

a) 24 y 36

c) 100 y 1 000

b) 18, 15 y 30

d) 180 y 90

8. Completa esta tabla:

Números	m.c.d.	m.c.m.
5 y 10		
4 y 6		
8 y 24		
12 y 18		

SOLUCIONES

1.

Número	Millares	Centenas	Decenas	Unidades
9 854	9	8	5	4
32 127	32	1	2	7
7 019	7	0	1	9
18 175	18	1	7	5

- 2.
- a) $35 + 15 = 15 + 35 \Rightarrow$ propiedad conmutativa de la suma.
- b) $7 \times 20 = 20 \times 7 \Rightarrow$ propiedad conmutativa de la multiplicación.
- c) $(12 + 7) + 40 = 12 + (7 + 40) \Rightarrow$ propiedad asociativa.
- d) $70 - 15 = (70 - 5) - (15 - 5) \Rightarrow$ propiedad de la resta.
- e) Si $60 : 7 = 8$ y el resto es 4; entonces $(60 \times 5) : (7 \times 5) = 8$ y el resto es $4 \times 5 \Rightarrow$ propiedad de la división.

3. (131), 243, 218, 143, 847, 555, 117, (229), 202, 301, 721, 123, 473

- 4.
- a) $21 = 3 \cdot 7$
- b) $36 = 2^2 \cdot 3^2$
- c) $231 = 3 \cdot 7 \cdot 11$
- d) $66 = 2 \cdot 3 \cdot 11$
- e) $120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$
- f) $100 = 2^2 \cdot 5^2$
- g) $775 = 5^2 \cdot 31$
- h) $999 = 3^3 \cdot 37$

- 5.
- a) 40
- b) 600
- c) 90
- d) 120
- e) 360
- f) 84

- 6.
- a) $80 = 2^4 \cdot 5$
 $120 = 2^3 \cdot 5 \cdot 3$
 m.c.d. (80, 120) = $2^3 \cdot 5 = 40$
- b) $999 = 3^3 \cdot 37$
 $99 = 3^2 \cdot 11$
 m.c.d. (999, 99) = $3^2 = 9$
- c) $12 = 2^2 \cdot 3$
 $48 = 2^4 \cdot 3$
 $60 = 2^2 \cdot 5 \cdot 3$
 m.c.d. (12, 48, 60) = $2^2 \cdot 3 = 12$
- d) $180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$
 $90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$
 m.c.d. (180, 90) = $2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 90$

- 7.
- a) $24 = 2^3 \cdot 3$
 $36 = 2^2 \cdot 3^2$
 m.c.m. (24, 36) = $2^3 \cdot 3^2 = 72$
- b) $18 = 2 \cdot 3^2$
 $15 = 3 \cdot 5$
 $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$
 m.c.m. (18, 15, 30) = $2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 90$
- c) $100 = 2^2 \cdot 5^2$
 $1\ 000 = 2^3 \cdot 5^3$
 m.c.m. (100, 1\ 000) = $2^3 \cdot 5^3 = 1\ 000$
- d) $180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$
 $90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$
 m.c.m. (180, 90) = $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 180$

8.

Números	m.c.d.	m.c.m.
5 y 10	5	10
4 y 6	2	12
8 y 24	8	24
12 y 18	6	36

2 y 3 | Números enteros. Suma y diferencia. Multiplicación y división de números enteros

1. Escribe el valor absoluto de los números:

- a) (-7) b) $(+2)$ c) $(+12)$ d) (-10)

2. Realiza estas sumas:

- a) $5 + (-3)$ b) $8 + 2 + (-3)$ c) $(-20) + 18 + 14$ d) $8 + (-12) + (-10)$

3. Realiza estas restas:

- a) $(-37) - 32$ c) $(-16) - 48$ e) $24 - (-12)$
 b) $(-25) - (-15)$ d) $75 - (-40)$ f) $(-10) - (-100)$

4. Calcula estos productos:

- a) $3 \cdot (-5)$ c) $(+4) \cdot (-3) \cdot (-1)$ e) $5 \cdot (-2) \cdot (-10)$
 b) $(-7) \cdot (-8)$ d) $(-30) \cdot (-1)$ f) $(-3) \cdot (-2) \cdot (-5)$

5. Halla el valor de estos cocientes:

- a) $(-10) : 5$ c) $150 : (-15)$ e) $480 : (-80)$
 b) $(-120) : (-60)$ d) $(-180) : (-3)$ f) $540 : (-90)$

6. Completa esta tabla:

a	b	c	$a - b$	$(a + b) \cdot c$	$a : (b - c)$	$a + b - c$
-5	2	-3				
1	-4	-2				
-3	-2	-1				
5	10	-10				
-1	5	6				

7. En todo cuadrado mágico, la suma de los números en horizontal, en vertical y en diagonal es la misma. Escribe los números que faltan en estos cuadrados mágicos:

0		4
		-5
	5	-2

0		-2
	-3	
-4		

8. Realiza estas operaciones:

- a) $(25 + 15 + 8) : [15 + (-7)]$ c) $[(-1) \cdot (-2) \cdot (-3)] - [(-30) : (-6)]$
 b) $[(-10) \cdot 1 \cdot (-15)] : (-5)$ d) $[(-9) + (-3) \cdot (120 : (-40))]$

SOLUCIONES

1. a) 7
b) 2
c) 12
d) 10
-

2. a) 2
b) $10 + (-3) = 7$
c) $(-20) + 32 = 12$
d) $8 + (-22) = -14$
-

3. a) -69
b) -10
c) -64
d) 115
e) 36
f) 90
-

4. a) -15
b) 56
c) 12
d) 30
e) 100
f) -30
-

5. a) -2
b) 2
c) -10
d) 60
e) -6
f) -6
-

6.

a	b	c	a - b	(a + b) · c	a : (b - c)	a + b - c
-5	2	-3	-7	9	-1	0
1	-4	-2	5	6	$-\frac{1}{2}$	-1
-3	-2	-1	-1	5	3	-4
5	10	-10	-5	-150	$\frac{1}{4}$	25
-1	5	6	-6	24	1	-2

7.

0	-7	4
3	-1	-5
-6	5	-2

0	-7	-2
-5	-3	-1
-4	1	-6

8. a) 6
b) -30
c) -11
d) 0

4 Potencias y raíz cuadrada

1. Completa esta tabla:

Potencia	Base	Exponente	Valor
5^3			
	10	6	
	15	4	
20^2			
	10	0	

2. Calcula el valor de estas potencias:

- a) 12^1 b) 15^0 c) 7^3 d) 10^4 e) $(-1)^3$ f) $(-2)^4$ g) $(-2)^3$ h) $(-3)^5$

3. Escribe:

- a) Los cuadrados perfectos comprendidos entre 50 y 150.
 b) Los cubos perfectos mayores que 70 y menores que 250.

4. Completa esta tabla:

a	$2a^2$	$3a$	$(-a)^2$	$(-a)^3$
1				
-2				
-3				
5				
4				

5. Calcula el valor de las siguientes expresiones:

- a) $3^2 \cdot 6^3 \cdot 4^2$ c) $(-3)^4 \cdot (-3)^2$ e) $(-2)^4 \cdot 2^2$ g) $4^5 : 4^2$ i) $(10^3)^2$
 b) $(-2)^3 \cdot (-5)^2$ d) $(-6) \cdot (-6) \cdot (-6)$ f) $(-3)^5 \cdot 3^2$ h) $[(-10) : 5]^2$ j) $[(-8)^2 : 4]^2$

6. Completa esta tabla:

a	b	$2ab$	$(a + b)^2$	$a^2 + b^2$	$(a - b)^2$	$a^2 - b^2$
1	2					
-2	3					
4	-1					
-3	-2					

7. Calcula la raíz entera y el resto:

- a) 27 450 b) 180 074 c) 324 150 d) 682 072 e) 4 206 071

SOLUCIONES

1.

Potencia	Base	Exponente	Valor
5^3	5	3	125
10^6	10	6	1 000 000
15^4	15	4	50 625
20^2	20	2	400
10^0	10	0	1

- 2.
- a) 12
 - b) 1
 - c) 343
 - d) 10 000
 - e) -1
 - f) 16
 - g) -8
 - h) -243

- 3.
- a) 64, 81, 100, 121, 144
 - b) 125, 216

4.

a	$2 a^2$	$3 a$	$(-a)^2$	$(-a)^3$
1	2	3	1	-1
-2	8	-6	4	8
-3	18	-9	9	27
5	50	15	25	-125
4	32	12	16	-64

- 5.
- a) 31 104
 - b) -200
 - c) 729
 - d) -216
 - e) 64
 - f) -2 187
 - g) 64
 - h) 4
 - i) 1 000 000
 - j) 256

6.

a	b	$2 a b$	$(a+b)^2$	a^2+b^2	$(a-b)^2$	a^2-b^2
1	2	4	9	5	1	-3
-2	3	-12	1	13	25	-5
4	-1	-8	9	17	25	15
-3	-2	12	25	13	1	5

- 7.
- a) Raíz: 165,
resto: 225
 - b) Raíz: 424,
resto: 298
 - c) Raíz: 569,
resto: 389
 - d) Raíz: 825,
resto: 1 447
 - e) Raíz: 2 050,
resto: 3 571

5 | Las fracciones

1. Completa la tabla:

	120	180	600
$\frac{1}{2}$ de			
$\frac{1}{3}$ de			
$\frac{3}{4}$ de			
$\frac{3}{5}$ de			

2. Resuelve:

a) ¿Cuántos minutos hay en $\frac{1}{3}$ de hora?

b) ¿Cuántos metros son $\frac{3}{5}$ de 1 kilómetro?

3. Ordena de mayor a menor estas fracciones:

a) $\frac{1}{8}, \frac{3}{4}, \frac{5}{12}$

b) $\frac{2}{3}, \frac{8}{21}, \frac{5}{7}$

c) $\frac{11}{24}, \frac{5}{12}, \frac{7}{6}$

4. Representa gráficamente las siguientes fracciones y ordénalas de mayor a menor:

$$\frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{7}{8}$$

5. Representa gráficamente la fracción $\frac{2}{3}$, y escribe y representa dos fracciones equivalentes a ella.

6. Representa las siguientes fracciones en la recta numérica e indica cuáles de ellas son equivalentes:

$$\frac{3}{5}, \frac{9}{5}, \frac{12}{20}, \frac{18}{10}$$

7. Luis se ha comido $\frac{1}{6}$ de una tarta y Juana $\frac{2}{4}$. Señala quién ha comido más tarta, reduciendo previamente a mínimo común denominador.

8. Calcula el número que falta para que las fracciones sean equivalentes:

a) $\frac{2}{\boxed{?}} = \frac{3}{9}$

b) $\frac{5}{3} = \frac{15}{\boxed{?}}$

c) $\frac{6}{3} = \frac{\boxed{?}}{42}$

SOLUCIONES

1.

	120	180	600
$\frac{1}{2}$ de	60	90	300
$\frac{1}{3}$ de	40	60	200
$\frac{3}{4}$ de	90	135	450
$\frac{3}{5}$ de	72	108	360

2. a) $\frac{1}{3} \cdot 60 = 20$;
20 minutos

b) $\frac{3}{5} \cdot 1\,000 = 600$;
600 metros

3. a) $\frac{1}{8'} \frac{3}{4'} \frac{5}{12} \Rightarrow \frac{3}{24'} \frac{18}{24'} \frac{10}{24}$

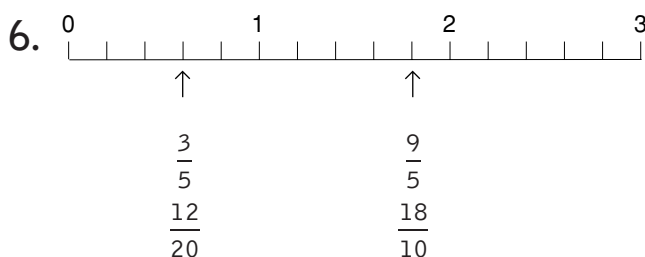
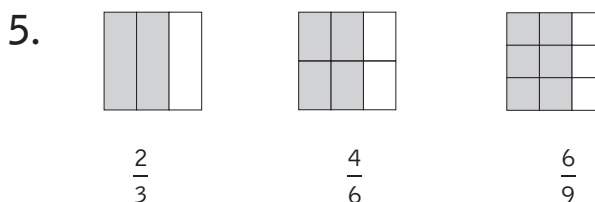
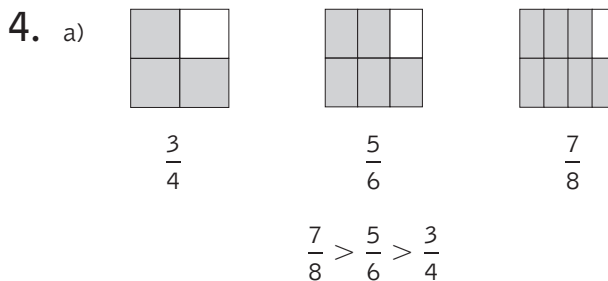
$$\frac{18}{24} > \frac{10}{24} > \frac{3}{24} \Rightarrow \frac{3}{4} > \frac{5}{12} > \frac{1}{8}$$

b) $\frac{2}{3'} \frac{8}{21'} \frac{5}{7} \Rightarrow \frac{14}{21'} \frac{8}{21'} \frac{15}{21}$

$$\frac{15}{21} > \frac{14}{21} > \frac{8}{21} \Rightarrow \frac{5}{7} > \frac{2}{3} > \frac{8}{21}$$

c) $\frac{11}{24'} \frac{5}{12'} \frac{7}{6} \Rightarrow \frac{11}{24'} \frac{10}{24'} \frac{28}{24}$

$$\frac{28}{24} > \frac{11}{24} > \frac{10}{24} \Rightarrow \frac{7}{6} > \frac{11}{24} > \frac{5}{12}$$



7. Luis: $\frac{1}{6} \Rightarrow \frac{2}{12}$

Juana: $\frac{2}{4} \Rightarrow \frac{6}{12}$

Juana ha comido más tarta.

8. a) $\frac{2}{6} = \frac{3}{9}$

b) $\frac{5}{3} = \frac{15}{9}$

c) $\frac{6}{3} = \frac{84}{42}$

6 Operaciones con fracciones

- En la clase de Mónica se han recogido alimentos para el Tercer Mundo. Doce alumnos han llevado $\frac{1}{2}$ kilogramo cada uno y otros $8, \frac{3}{4}$ kilogramos cada uno. ¿Cuántos kilogramos se han recogido?
- Antonio ha gastado $\frac{2}{3}$ de sus ahorros en ropa, $\frac{1}{6}$ en música y con el resto ha hecho dos regalos iguales a sus padres. ¿Qué fracción de sus ahorros ha dedicado al regalo de cada uno de sus padres?
- César ha comido $\frac{1}{7}$ de tarta y Gema $\frac{3}{14}$. ¿Qué cantidad de tarta queda?
- Haz estas sumas. Expresa el resultado en forma de fracción irreducible:
 - $\frac{1}{3} + \frac{3}{4} + \frac{5}{12}$
 - $\frac{5}{18} + \frac{2}{9} + \frac{1}{2}$
 - $\frac{8}{21} + \frac{2}{7} + \frac{2}{3}$
- Haz estas restas. Expresa el resultado en forma de fracción irreducible:
 - $\frac{6}{5} - \frac{7}{15}$
 - $\frac{17}{21} - \frac{1}{3}$
 - $\left(\frac{3}{7} + \frac{2}{5}\right) - \frac{2}{35}$
- Efectúa estas operaciones. Expresa el resultado en forma de fracción irreducible:
 - $\frac{5}{6} + \frac{3}{5} - \frac{21}{15}$
 - $\frac{5}{12} + \frac{3}{4} - \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{2}\right)$
 - $6 + \left(\frac{4}{5} - \frac{2}{3}\right)$
- Realiza estas operaciones. Expresa el resultado en forma de fracción irreducible:
 - $\frac{3}{4} \cdot 5$
 - $\frac{7}{5} \cdot \frac{14}{10}$
 - $\frac{3}{14} : \frac{2}{7}$
 - $\frac{3}{4} : \left(\frac{7}{5} \cdot \frac{2}{3}\right)$
 - $\frac{12}{7} \cdot 14$
 - $\frac{2}{9} : \frac{3}{2}$
 - $\left(\frac{5}{4} : \frac{3}{7}\right) \cdot \frac{2}{3}$
 - $\left(\frac{8}{15} \cdot \frac{1}{4}\right) : \frac{2}{9}$
- Se toman los $\frac{3}{5}$ de una tira de papel de 20 decímetros de longitud. Después se pinta de rojo los $\frac{7}{8}$ del trozo tomado.
 - ¿Qué longitud de papel se ha pintado?
 - ¿Qué fracción de la tira original representa la parte pintada?
- En un vaso cabe $\frac{1}{5}$ de litro de agua. ¿Cuántos vasos se pueden llenar con dos litros de agua?

SOLUCIONES

1. $12 \cdot \frac{1}{2} = \frac{12}{2} = 6 \text{ kg}$

$$8 \cdot \frac{3}{4} = \frac{24}{4} = 6 \text{ kg}$$

$6 + 6 = 12$ kilogramos en total.

2. $\frac{2}{3} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6} + \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$

$$\frac{6}{6} - \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{6} : 2 = \frac{1}{12} \text{ de sus ahorros.}$$

3. $\frac{1}{7} + \frac{3}{14} = \frac{2}{14} + \frac{3}{14} = \frac{5}{14}$

$$\frac{14}{14} - \frac{5}{14} = \frac{9}{14} \text{ de tarta quedan.}$$

4. a) $\frac{1}{3} + \frac{3}{4} + \frac{5}{12} = \frac{4}{12} + \frac{9}{12} + \frac{5}{12} = \frac{18}{12} = \frac{3}{2}$

b) $\frac{5}{18} + \frac{2}{9} + \frac{1}{2} = \frac{5}{18} + \frac{4}{18} + \frac{9}{18} = \frac{18}{18} = 1$

c) $\frac{8}{21} + \frac{2}{7} + \frac{2}{3} = \frac{8}{21} + \frac{6}{21} + \frac{14}{21} = \frac{28}{21} = \frac{4}{3}$

5. a) $\frac{6}{5} - \frac{7}{15} = \frac{18}{15} - \frac{7}{15} = \frac{11}{15}$

b) $\frac{17}{21} - \frac{1}{3} = \frac{17}{21} - \frac{7}{21} = \frac{10}{21}$

c) $\left(\frac{3}{7} + \frac{2}{5}\right) - \frac{2}{35} = \left(\frac{15}{35} + \frac{14}{35}\right) - \frac{2}{35} =$

$$= \frac{29}{35} - \frac{2}{35} = \frac{27}{35}$$

6. a) $\frac{5}{6} + \frac{3}{5} - \frac{21}{15} = \frac{25}{30} + \frac{18}{30} - \frac{42}{30} = \frac{43}{30} - \frac{42}{30} =$
 $= \frac{1}{30}$

b) $\frac{5}{12} + \frac{3}{4} - \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{2}\right) = \frac{5}{12} + \frac{9}{12} - \left(\frac{2}{12} + \frac{6}{12}\right) =$
 $= \frac{14}{12} - \frac{8}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

c) $6 + \left(\frac{4}{5} - \frac{2}{3}\right) = \frac{90}{15} + \left(\frac{12}{15} - \frac{10}{15}\right) = \frac{90}{15} + \frac{2}{15} =$
 $= \frac{92}{15}$

7. a) $\frac{3}{4} \cdot 5 = \frac{15}{4}$

b) $\frac{12}{7} \cdot 14 = \frac{168}{7} = 24$

c) $\frac{7}{5} \cdot \frac{14}{10} = \frac{98}{50} = \frac{49}{25}$

d) $\frac{2}{9} : \frac{3}{2} = \frac{2}{9} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{27}$

e) $\frac{3}{14} : \frac{2}{7} = \frac{3}{14} \cdot \frac{7}{2} = \frac{21}{28} = \frac{3}{4}$

f) $\left(\frac{5}{4} : \frac{3}{7}\right) \cdot \frac{2}{3} = \left(\frac{5}{4} \cdot \frac{7}{3}\right) \cdot \frac{2}{3} = \frac{35}{12} \cdot \frac{2}{3} = \frac{70}{36} = \frac{35}{18}$

g) $\frac{3}{4} : \left(\frac{7}{5} \cdot \frac{2}{3}\right) = \frac{3}{4} : \frac{14}{15} = \frac{3}{4} \cdot \frac{15}{14} = \frac{45}{56}$

h) $\left(\frac{8}{15} \cdot \frac{1}{4}\right) : \frac{2}{9} = \frac{2}{15} : \frac{2}{9} = \frac{2}{15} \cdot \frac{9}{2} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$

8. a) Se ha tomado: $\frac{3}{5} \cdot 20 \text{ dm} = 12 \text{ dm}$

Se han pintado: $\frac{7}{8} \cdot 12 \text{ dm} = 10,5 \text{ dm}$

b) La tira pintada será: $\frac{3}{5} \cdot \frac{7}{8} = \frac{21}{40}$ de la original.

9. $2 : \frac{1}{5} = 2 \cdot \frac{5}{1} = 10$. Se pueden llenar 10 vasos.

7 | Números decimales. Porcentajes

1. Contesta:

- a) ¿Cuántas milésimas tiene una centena? c) ¿Cuántas décimas tiene una decena?
 b) ¿Cuántas milésimas tiene una décima? d) ¿Cuántas centésimas tiene una unidad?

2. Haz las siguientes operaciones:

- a) $22,7 + 0,019 + 3,46 + 564,2$ e) $287,004 - 94,31$ i) $3,047 \cdot 54,3$ m) $0,03 : 0,02$
 b) $27,42 + 0,8 + 16,61 + 0,005$ f) $2\,700 - 874,25$ j) $275,86 \cdot 0,0011$ n) $37,401 : 0,003$
 c) $73,4 + 18,25 + 3,501$ g) $713,09 - 0,0019$ k) $0,059 \cdot 739,4$ o) $73,59 : 0,011$
 d) $68,3 + 0,25 + 7,374 + 428$ h) $1 - 0,0765$ l) $6,28 \cdot 3,016$ p) $2,16072 : 0,72$

3. Completa la tabla:

a	b	c	$(a + b) \cdot c$	$a + (b \cdot c)$	$(a - b) : c$
0,24	0,09	0,010			
0,75	0,16	0,020			
5,50	0,50	0,500			
0,80	0,08	0,001			
0,32	0,14	0,100			
3,80	1,50	0,200			

4. Expresa en forma de fracción:

- a) 50 % b) 25 % c) 75 % d) 20 % e) 12 % f) 3 %

5. Completa la tabla:

Porcentaje	Número decimal	Fracción
25 %		
	0,35	
		$\frac{3}{4}$
	0,08	
3 %		
		$\frac{1}{100}$
	0,4	
		$\frac{12}{100}$
16 %		

6. Completa la tabla:

Números	Aproximación a centésimas por	
	truncamiento	redondeo
9,745		
18,176		
32,094		
6,171		

7. Calcula:

- a) 9 % de 1 430 b) 16 % de 2 340 c) 1 % de 4 700

SOLUCIONES

1. a) 100 000 milésimas.
 b) 100 milésimas.
 c) 100 décimas.
 d) 100 centésimas.

2. a) 590,379
 b) 44,835
 c) 95,151
 d) 503,924
 e) 192,694
 f) 1 825,75
 g) 713,0881
 h) 0,9235
 i) 165,4521
 j) 0,303446
 k) 43,6246
 l) 18,94048
 m) 1,5
 n) 12 467
 o) 6 690
 p) 3,001

3.

a	b	c	$(a + b) \cdot c$	$a + (b \cdot c)$	$(a - b) : c$
0,24	0,09	0,010	0,0033	0,2409	15
0,75	0,16	0,020	0,0182	0,7532	29,5
5,50	0,50	0,500	3	5,75	10
0,80	0,08	0,001	0,00088	0,80008	720
0,32	0,14	0,100	0,046	0,334	1,8
3,80	1,50	0,200	1,06	4,1	11,5

4. a) $\frac{50}{100} = \frac{1}{2}$ d) $\frac{20}{100} = \frac{1}{5}$
 b) $\frac{25}{100} = \frac{1}{4}$ e) $\frac{12}{100} = \frac{3}{25}$
 c) $\frac{75}{100} = \frac{3}{4}$ f) $\frac{3}{100}$

5.

Porcentaje	Número decimal	Fracción
25 %	0,25	$\frac{1}{4}$
35 %	0,35	$\frac{7}{20}$
75 %	0,75	$\frac{3}{4}$
8 %	0,08	$\frac{2}{25}$
3 %	0,03	$\frac{3}{100}$
1 %	0,01	$\frac{1}{100}$
40 %	0,4	$\frac{2}{5}$
12 %	0,12	$\frac{12}{100}$
16 %	0,16	$\frac{4}{25}$

6.

Números	Aproximación a centésimas por	
	truncamiento	redondeo
9,745	9,74	9,75
18,176	18,17	18,18
32,094	32,09	32,09
6,171	6,17	6,17

7. a) 128,7
 b) 374,4
 c) 47

8 El lenguaje algebraico. Ecuaciones

1. Expresa en lenguaje algebraico:

- a) Un número disminuido en 7.
- b) Un número aumentado en 4.
- c) El doble de un número más 10.
- d) Tres números consecutivos.
- e) El cuadrado de la suma de x e y .
- f) El doble del cuadrado de a .
- g) Diferencia de x y el cuadrado de y .

2. Escribe las frases que correspondan a estas expresiones algebraicas:

- a) $x + 2$
- b) $2x - 4$
- c) $3x - 2y$
- d) $x^2 + y^2$
- e) x^3
- f) $x^2 + y$
- g) $x^2 - y$

3. Calcula, para $x = -3$ e $y = 2$, el valor numérico de estas expresiones:

- a) $3x^2 - 4y + 5$
- b) $x^2 + y^2 + 2$
- c) $2xy - y^2 - 3$
- d) $x^2 - 2y + 4$

4. Completa la tabla:

a	b	$2a + b$	$a^2 - b^2$	$a + 3b$	$(a + b)^2$
3	5				
1	-1				
-2	2				
-3	-2				
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$				

5. Reduce las siguientes expresiones:

- a) $3x^2 - 2x^2 + x^2$
- b) $x + 2x - 5x$
- c) $6xy^3 + 2xy^3$
- d) $4x^2y - 2x^2y$
- e) $2a + 3b - (3a + 4b)$
- f) $(x - y) - (2x - 3y)$

6. Resuelve las siguientes ecuaciones:

- a) $3x + 1 = 9 - x$
- b) $20 - 4x = 2x - 10$
- c) $x - \frac{3}{2} = 2x - \frac{7}{3}$
- d) $4(x - 2) = 3x - \frac{1}{2}$
- e) $\frac{4}{5}x = \frac{2}{3} - x$
- f) $\frac{x}{2} = 6$
- g) $5x - 2 = 6x$
- h) $\frac{3}{2}x + 1 = \frac{1}{2}x + 6$

SOLUCIONES

1. a) $x - 7$ e) $(x + y)^2$
 b) $x + 4$ f) $2a^2$
 c) $2x + 10$ g) $x - y^2$
 d) $x, x + 1, x + 2$

2. a) Un número aumentado en 2.
 b) El doble de un número disminuido en 4.
 c) La diferencia del triple de x y el doble de y .
 d) Suma de los cuadrados de dos números.
 e) El cubo de un número.
 f) La suma del cuadrado de un número y otro número.
 g) La diferencia del cuadrado de un número y otro número.

3. a) $3(-3)^2 - 4 \cdot 2 + 5 = 24$
 b) $(-3)^2 + 2^2 + 2 = 15$
 c) $2(-3) \cdot 2 - 2^2 - 3 = -19$
 d) $(-3)^2 - 2 \cdot 2 + 4 = 9$

4. Completa la tabla:

a	b	$2a + b$	$a^2 - b^2$	$a + 3b$	$(a + b)^2$
3	5	11	-16	18	64
1	-1	1	0	-2	0
-2	2	-2	0	4	0
-3	-2	-8	5	-9	25
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{9}{16}$

5. a) $2x^2$ c) $8xy^3$ e) $-a - b = -(a + b)$
 b) $-2x$ d) $2x^2y$ f) $-x + 2y$

6. a) $3x + 1 = 9 - x$
 $3x + x + 1 = 9 - x + x$
 $4x + 1 = 9$
 $4x + 1 - 1 = 9 - 1$
 $4x = 8$ $\frac{4x}{4} = \frac{8}{4}$ $x = 2$
- b) $20 - 4x = 2x - 10$
 $20 - 20 - 4x - 2x = 2x - 2x - 10 - 20$
 $-6x = -30$
 $(-1)(-6x) = (-1)(-30)$
 $6x = 30$ $\frac{6x}{6} = \frac{30}{6}$ $x = 5$

c) $x - \frac{3}{2} = 2x - \frac{7}{3}$ m.c.m. (2, 3) = 6

$$6\left(x - \frac{3}{2}\right) = 6\left(2x - \frac{7}{3}\right)$$

$$6x - \frac{18}{2} = 12x - \frac{42}{3}$$

$$6x - 9 = 12x - 14$$

$$6x - 12x = -14 + 9$$

$$-6x = -5$$

$$(-1) \cdot (-6x) = (-1) \cdot (-5)$$

$$6x = 5 \quad \frac{6x}{6} = \frac{5}{6} \quad x = \frac{5}{6}$$

d) $4(x - 2) = 3x - \frac{1}{2}$

$$4x - 8 = 3x - \frac{1}{2}$$

$$4x - 3x = -\frac{1}{2} + 8 \quad x = \frac{15}{2}$$

e) $\frac{4}{5}x = \frac{2}{3} - x$ m.c.m. (5, 3) = 15

$$15 \cdot \frac{4}{5}x = 15\left(\frac{2}{3} - x\right)$$

$$\frac{60}{5}x = \frac{30}{3} - 15x$$

$$12x = 10 - 15x$$

$$12x + 15x = 10 - 15x + 15x$$

$$27x = 10 \quad \frac{27x}{27} = \frac{10}{27} \quad x = \frac{10}{27}$$

f) $\frac{x}{2} = 6$ $x = 6 \cdot 2$ $x = 12$

g) $5x - 2 = 6x$
 $5x - 6x = 2$ $-x = 2$
 $(-1)(-x) = (-1) \cdot 2$ $x = -2$

h) $\frac{3}{2}x + 1 = \frac{1}{2}x + 6$

$$\frac{3}{2}x - \frac{1}{2}x = 6 - 1$$

$$\frac{2x}{2} = 5 \quad 2x = 2 \cdot 5 \quad x = 5$$

9 Magnitudes proporcionales. Regla de tres

1. Indica si estas magnitudes son directa o inversamente proporcionales:

- a) Peso de un producto y su valor.
- b) Velocidad y tiempo invertido en recorrer una distancia.
- c) Espacio recorrido por un ciclista y tiempo empleado.
- d) Cantidad de agua que arroja un grifo y tiempo en llenar un depósito.

2. ¿Cuáles de los siguientes pares de razones forman proporción?

- a) $\frac{6}{3}$ y $\frac{12}{6}$
- b) $\frac{4}{5}$ y $\frac{5}{6}$
- c) $\frac{4}{8}$ y $\frac{2}{4}$
- d) $\frac{18}{4}$ y $\frac{16}{3}$
- e) $\frac{8}{12}$ y $\frac{12}{18}$

3. Halla el valor de las siguientes razones:

- a) $\frac{50 \text{ cm}}{0,3 \text{ m}}$
- b) $\frac{1,5 \text{ dm}^3}{250 \text{ cm}^3}$
- c) $\frac{24 \text{ h}}{30 \text{ min}}$
- d) $\frac{36 \text{ }^\circ\text{C}}{8 \text{ }^\circ\text{C}}$
- e) $\frac{8 \text{ m}}{3 \text{ cm}}$

4. Completa los números que faltan en estas proporciones:

- a) $\frac{100}{25} = \frac{x}{15}$
- b) $\frac{x}{6} = \frac{24}{18}$
- c) $\frac{75}{500} = \frac{1\,500}{x}$
- d) $\frac{13}{x} = \frac{351}{675}$

5. Completa la tabla:

	700	5 000	1 260	376	450
3 %					
5 %					
15 %					
25 %					
30 %					
12 %					

6. Completa esta tabla de descuentos:

Precio marcado	% de descuento	Precio final	Cantidad descontada
74,60	15 %		
27,50	25 %		
	20 %	5,76	
3,45	30 %		
		27,72	3,08
		52,04	52,04

7. Completa esta tabla de incrementos:

Importe factura	IVA	Precio final	Cantidad incrementada
174,80	16 %		
25,04	3 %		
186,56	3 %		
		372	72
		59,54	13,74

SOLUCIONES

1. a) Directamente proporcionales.
 b) Inversamente proporcionales.
 c) Directamente proporcionales.
 d) Inversamente proporcionales.

2. a) $6 \cdot 6 = 3 \cdot 12$: forman proporción.
 b) $4 \cdot 6 \neq 5 \cdot 5$: no forman proporción.
 c) $4 \cdot 4 = 8 \cdot 2$: forman proporción.
 d) $18 \cdot 3 \neq 4 \cdot 16$: no forman proporción.
 e) $8 \cdot 18 = 12 \cdot 12$: forman proporción.

3. a) $\frac{50 \text{ cm}}{0,3 \text{ m}} = \frac{50 \text{ cm}}{30 \text{ cm}} = \frac{5}{3}$
 b) $\frac{1,5 \text{ dm}^3}{250 \text{ cm}^3} = \frac{1500 \text{ cm}^3}{250 \text{ cm}^3} = 6$
 c) $\frac{24 \text{ h}}{30 \text{ min}} = \frac{1440 \text{ min}}{30 \text{ min}} = 48$
 d) $\frac{36 \text{ }^\circ\text{C}}{8 \text{ }^\circ\text{C}} = \frac{9}{2}$
 e) $\frac{8 \text{ m}}{3 \text{ cm}} = \frac{800 \text{ cm}}{3 \text{ cm}} = \frac{800}{3}$

4. a) $\frac{100}{25} = \frac{x}{15} \rightarrow 25x = 100 \cdot 15$
 $x = \frac{100 \cdot 15}{25} = 60$
 b) $\frac{x}{6} = \frac{24}{18} \rightarrow 18x = 6 \cdot 24$
 $x = \frac{6 \cdot 24}{18} = 8$
 c) $\frac{75}{500} = \frac{1500}{x} \rightarrow 75x = 500 \cdot 1500$
 $x = \frac{500 \cdot 1500}{75} = 10\,000$
 d) $\frac{13}{x} = \frac{351}{675} \rightarrow 351 \cdot x = 13 \cdot 675$
 $x = \frac{13 \cdot 675}{351} = 25$

5.

	700	5 000	1 260	376	450
3 %	21	150	37,8	11,28	13,5
5 %	35	250	63	18,80	22,5
15 %	105	750	189	56,40	67,5
25 %	175	1 250	315	94	112,5
30 %	210	1 500	378	112,80	135
12 %	84	600	151,2	45,12	54

6.

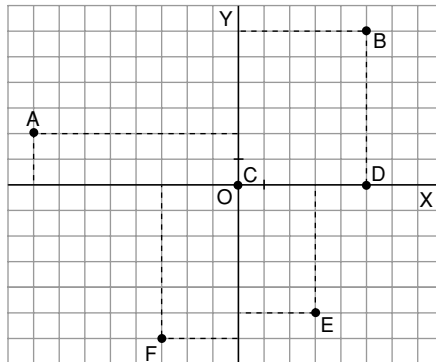
Precio marcado	% de descuento	Precio final	Cantidad descontada
74,60	15 %	63,41	11,19
27,50	25 %	20,63	6,875
7,20	20 %	5,76	1,44
3,45	30 %	2,42	1,035
30,80	10 %	27,72	3,08
104,08	50 %	52,04	52,04

7.

Importe factura	IVA	Precio final	Cantidad incrementada
174,80	16 %	202,77	27,968
25,04	3 %	25,79	0,7512
186,56	3 %	192,16	5,5968
300	24 %	372	72
45,80	30 %	59,54	13,74

10 | Funciones

1. Dado el siguiente sistema de ejes de coordenadas:



- a) Escribe las coordenadas de los puntos representados.
- b) Representa los puntos: $(2, 3)$; $(-5, 2)$; $(-4, 0)$; $(2, 3)$; $(2, -3)$; $(-6, -8)$.

2. Expresa en forma de función las siguientes expresiones verbales:

- a) Una función asocia a cada número su triple.
- b) Una función asocia a cada número su cuadrado.
- c) Una función asocia a cada número su mitad más tres.
- d) Una función asocia a cada número su cuarta parte menos cinco.
- e) Una función asocia a cada número su doble más seis.

3. Dada la siguiente tabla de valores:

x	0	1	2			5	6	
f(x)	4	6		10	12			18

- a) Completa los números que faltan.
- b) ¿Cuál es la función?

4. Indica si pasan o no por el origen estas funciones:

- a) $f(x) = 5x$
- b) $f(x) = x + 2$
- c) $f(x) = 3x$
- d) $f(x) = x - 1$
- e) $f(x) = \frac{(x + 2)}{3}$

5. Considera la función $f(x) = 3x$:

- a) Calcula los valores de f para los siguientes valores: $x = -2$; $x = -1$; $x = 0$; $x = 1$; $x = 2$.
- b) Representa estos puntos en un sistema de ejes de coordenadas.

6. Representa gráficamente las siguientes funciones:

- a) $y = 4x$
- b) $y = -2x$
- c) $y = \frac{1}{2}x$
- d) $y = \frac{(x + 2)}{2}$

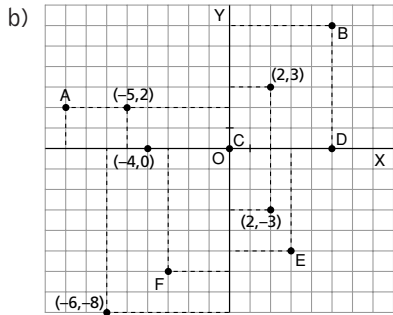
7. Representa en un mismo sistema de ejes de coordenadas las funciones f, g y h.

- a) $f(x) = x + 2$
- b) $g(x) = 2x + 2$
- c) $h(x) = 3x + 2$

¿Qué observas?

SOLUCIONES

1. a) A (-8, 2); B (5, 6); C (0, 0); D (5, 0); E (3, -5); F (-3, -6)



2. a) $f(x) = 3x$ d) $f(x) = \frac{x}{4} - 5$
 b) $f(x) = x^2$ e) $f(x) = 2x + 6$
 c) $f(x) = \frac{x}{2} + 3$

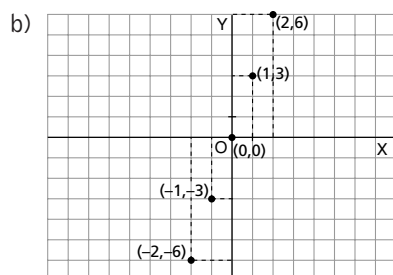
3. a)

x	0	1	2	3	4	5	6	7
f(x)	4	6	8	10	12	14	16	18

b) $f(x) = 2x + 4$

4. a) Pasa por el origen.
 b) No pasa por el origen.
 c) Pasa por el origen.
 d) No pasa por el origen.
 e) No pasa por el origen.

5. a) $f(-2) = -6$
 $f(-1) = -3$
 $f(0) = 0$
 $f(1) = 3$
 $f(2) = 6$



6. a) $y = 4x$

x	-2	0	2
y	-8	0	8

c) $y = \frac{1}{2}x$

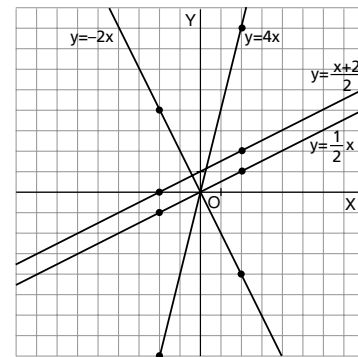
x	-2	0	2
y	-1	0	1

b) $y = -2x$

x	-2	0	2
y	4	0	-4

d) $y = \frac{(x+2)}{2}$

x	-2	0	2
y	0	1	2



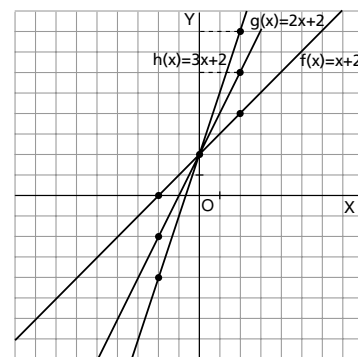
7. a) $y = f(x) = x + 2$ c) $y = h(x) = 3x + 2$

x	-2	0	2
y	0	2	4

x	-2	0	2
y	-4	2	8

b) $y = g(x) = 2x + 2$

x	-2	0	2
y	-2	2	6



Se observa que las tres funciones pasan por el punto (0, 2).

11 Estadística y probabilidad

1. Completa esta tabla de frecuencias:

- a) Calcula la edad media.
- b) Representa esta situación en un diagrama de barras.
- c) ¿Cuál es la moda?

Edad (años)	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
12	23	
13	20	
14	19	
15	18	
16	20	
Total		

2. Completa esta tabla de frecuencias:

Calcula:

- a) La media aritmética.
- b) La moda.

Altura en cm	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
167	11	
169		$\frac{15}{200}$
170	14	
172		$\frac{18}{100}$
175	13	
176		
178	17	
Total	100	

3. En la siguiente muestra estadística calcula la media y la moda.

Datos	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Frecuencias	3	6	4	2	9	6	5	2	5	8

4. Forma la tabla de frecuencias absolutas y relativas de la siguiente serie de valores: 7, 6, 6, 6, 6, 5, 4, 4, 3, 3.

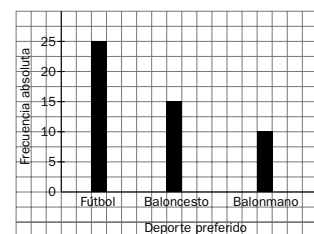
Halla:

- a) La media aritmética.
- b) La moda.

5. Calcula la mediana de las siguientes series de valores:

- a) 3, 5, 7, 9, 11
- b) 8, 7, 11, 6, 9, 5

6. A partir del siguiente diagrama de barras forma la tabla de frecuencias absolutas y relativas.



7. Dentro de una caja hay 15 canicas blancas, 12 negras y 23 rojas. Si coges una canica sin mirar, ¿cuál es la probabilidad de que sea blanca? ¿Y de que sea roja?

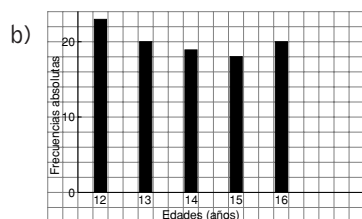
8. En una baraja de 40 cartas, ¿cuál es la probabilidad de sacar una carta que sea copas? ¿Y la de sacar un as? ¿Y la de sacar una figura?

SOLUCIONES

1.

Edades (años)	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
12	23	$\frac{23}{100}$
13	20	$\frac{20}{100}$
14	19	$\frac{19}{100}$
15	18	$\frac{18}{100}$
16	20	$\frac{20}{100}$
Total	100	1

a) Edad media = $(12 \cdot 23 + 13 \cdot 20 + 14 \cdot 19 + 15 \cdot 18 + 16 \cdot 20) : 100 = \frac{1392}{100} = 13,92$



c) La moda es 12 años.

2.

Altura en cm	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
167	11	$\frac{11}{100}$
169	15	$\frac{15}{100}$
170	14	$\frac{14}{100}$
172	18	$\frac{18}{100}$
175	13	$\frac{13}{100}$
176	12	$\frac{12}{100}$
178	17	$\frac{17}{100}$
Total	100	1

a) Altura media = $(167 \cdot 11 + 169 \cdot 15 + 170 \cdot 14 + 172 \cdot 18 + 175 \cdot 13 + 176 \cdot 12 + 178 \cdot 17) : 100 = \frac{17261}{100} = 172,61$ cm

b) La moda es 172 cm.

3. a) Media aritmética = $(1 \cdot 3 + 2 \cdot 6 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 2 + 5 \cdot 9 + 6 \cdot 6 + 7 \cdot 5 + 8 \cdot 2 + 9 \cdot 5 + 10 \cdot 8) : 50 = \frac{292}{50} = 5,84$

b) La moda es 5.

4.

Datos	Frecuencia absoluta
3	2
4	2
5	1
6	4
7	1
Total	10

a) Media = $(3 \cdot 2 + 4 \cdot 2 + 5 \cdot 1 + 6 \cdot 4 + 7 \cdot 1) : 10 = \frac{50}{10} = 5$

b) La moda es 6.

5. a) Mediana: 7.

b) Ordenamos 5, 6, 7, 8, 9, 11

Mediana: $\frac{7 + 8}{2} = 7,5$

6.

Deporte preferido	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
Fútbol	25	$\frac{25}{50}$
Baloncesto	15	$\frac{15}{50}$
Balónmano	10	$\frac{10}{50}$
Total	50	1

7. $15 + 12 + 23 = 50$ canicas en total

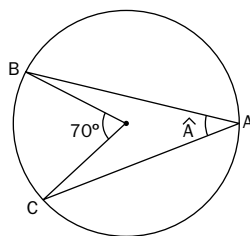
$p(\text{blanca}) = \frac{15}{50} = \frac{3}{10}$ $p(\text{roja}) = \frac{23}{50}$

8. $p(\text{copas}) = \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$

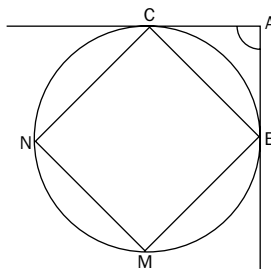
$p(\text{as}) = \frac{4}{40} = \frac{1}{10}$ $p(\text{figura}) = \frac{12}{40} = \frac{3}{10}$

12 Formas geométricas

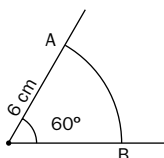
1. Dibuja utilizando una regla y una escuadra:
 - a) Dos puntos y una recta que pase por ellos.
 - b) Dos rectas paralelas.
 - c) Dos rectas secantes.
 - d) Dos rectas perpendiculares.
2. Dibuja:
 - a) Un ángulo cero, un ángulo recto y un ángulo llano.
 - b) Un ángulo agudo y uno obtuso.
 - c) Un ángulo convexo y uno cóncavo.
 - d) Dos ángulos consecutivos, dos opuestos y dos adyacentes.
 - e) Dos ángulos complementarios y dos suplementarios.
3. Halla el ángulo complementario y el suplementario de un ángulo de 48° .
4. Dibuja, sobre un círculo, un semicírculo, un sector circular y un segmento circular.
5. Traza tres pares de circunferencias iguales de radio 3 cm, de manera que las distancias entre sus centros sean 7 cm, 6 cm y 5 cm. Nombra las posibles posiciones relativas de las tres circunferencias.
6. Dibuja, sobre un círculo, un ángulo central, un ángulo inscrito y un ángulo exterior.
7. Calcula la medida del ángulo inscrito \hat{A} de la figura:



8. Calcula la medida del ángulo exterior de la siguiente figura:



9. Calcula la longitud del arco AB de la figura:



SOLUCIONES

1. a) Dos puntos y una recta que pasa por ellos.



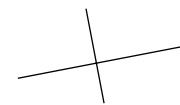
- b) Dos rectas paralelas.



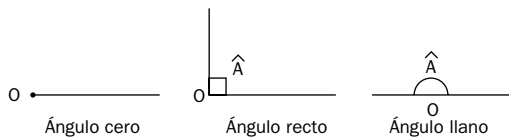
- c) Dos rectas secantes.



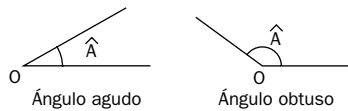
- d) Dos rectas perpendiculares.



2. a)



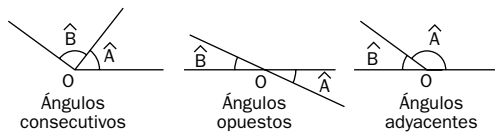
- b)



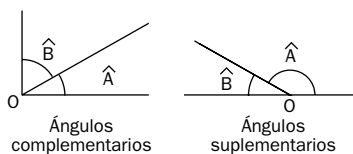
- c)



- d)

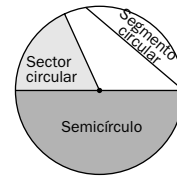


- e)

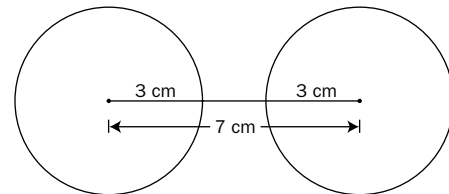


3. Ángulo complementario: $90^\circ - 48^\circ = 42^\circ$
 Ángulo suplementario: $180^\circ - 48^\circ = 132^\circ$

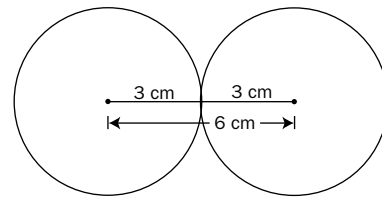
- 4.



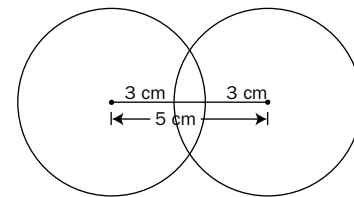
5. Exteriores



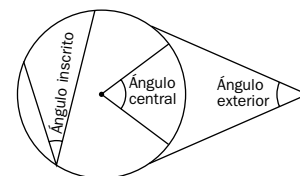
Tangentes exteriores



Secantes



- 6.



7. $A = 70^\circ : 2 = 35^\circ$

8. $A = \frac{MN - BC}{2} = \frac{3 \cdot 90^\circ - 90^\circ}{2} = 90^\circ$

9. La longitud del arco AB es:

$$L = \frac{2 \cdot \pi \cdot 6 \cdot n^\circ}{360^\circ} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 6 \cdot 60^\circ}{360^\circ} = 2\pi = 6,28 \text{ cm}$$

13 Figuras planas

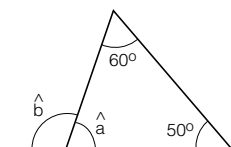
1. Relaciona:

	•	• Triángulo equilátero
	•	• Pentágono
	•	• Triángulo rectángulo
	•	• Paralelogramo
	•	• Triángulo escaleno
	•	• Trapecio

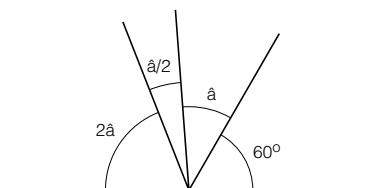
2. Dibuja un cuadrado, cuya diagonal (d) mida 5,5 cm, con la ayuda de una regla y un transportador de ángulos.

3. ¿Qué valor tienen los ángulos que se señalan en las siguientes figuras?:

a)



b)



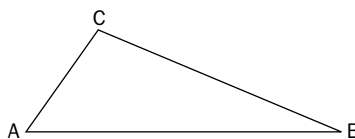
4. Con la ayuda de una regla y un compás dibuja un triángulo cuyos lados midan: 3 cm, 2,5 cm y 2 cm. ¿Podrías dibujar otro triángulo con estas medidas y que fuera diferente?

5. Con dos varillas de 12 y 5 cm, y una tercera de longitud x, se desea construir un triángulo. ¿Puede tener x cualquier valor?

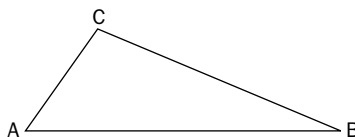
6. Completa las siguientes frases:

- La recta que pasa por el punto medio de un segmento y es perpendicular a él se llama ...
- La divide un ángulo en dos ángulos iguales.
- El incentro es el punto donde se cortan las tres de un triángulo.
- El circuncentro es el punto donde se cortan las tres de un triángulo.
- La circunferencia es tangente a los tres lados del triángulo y la circunferencia pasa por los tres vértices.

7. En el siguiente triángulo dibuja la mediatriz del lado AB y su altura. ¿Son iguales? ¿Por qué?



8. En el siguiente triángulo dibuja la bisectriz del ángulo \widehat{ABC} y la mediana que sale del vértice B. ¿Son coincidentes? ¿Por qué?

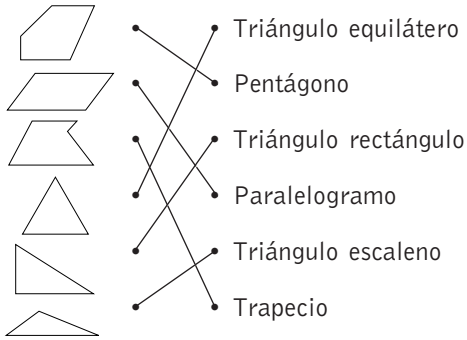


9. Divide la siguiente figura en 10 triángulos.



SOLUCIONES

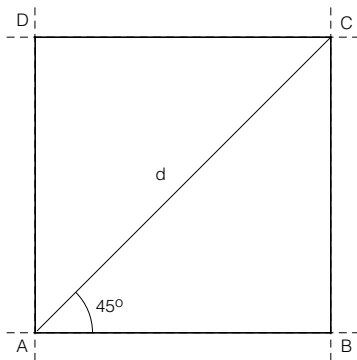
1.



2. Trazamos una recta, a partir de la cual empezaremos a dibujar. Desde un punto de ella dibujamos d , que por tratarse de la diagonal de un cuadrado forma un ángulo de 45° con el lado.

Este punto es uno de los vértices del cuadrado, que llamamos A. Ahora trazamos dos rectas perpendiculares a la inicial, que pasen por los extremos del segmento d , de forma que obtenemos otros dos vértices del cuadrado: B y C.

Para hallar el cuarto vértice trazamos una recta paralela a la inicial que pase por C. El punto de corte con la que pasa por A es el cuarto vértice del cuadrado. Ver dibujo:



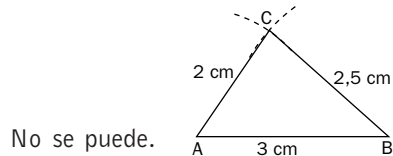
3. a) $\hat{a} = 180^\circ - (50^\circ + 60^\circ) = 70^\circ$

$\hat{b} = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$

b) $180^\circ = 60^\circ + \hat{a} + 2\hat{a} + \frac{\hat{a}}{2}$

Resolviendo: $\hat{a} = 34,28^\circ$

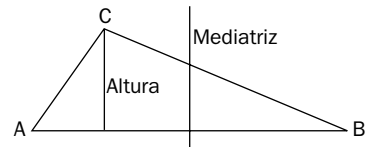
4. Se traza una recta y sobre ella un segmento de 3 cm de longitud. Los extremos del segmento son los vértices A y B. Desde B se traza un arco de 2,5 cm de radio, y desde C se traza un arco de 2 cm de radio. El punto de corte de los dos arcos es el vértice C.



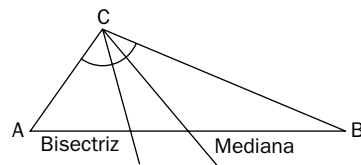
5. No; dados dos lados de un triángulo, el tercer lado tiene que estar comprendido entre la suma de los otros dos y la diferencia de ambos: en este caso, entre 7 y 17 centímetros.

6. a) Mediatriz.
b) Bisectriz.
c) Bisectrices.
d) Mediatrices.
e) Inscrita; circunscrita.

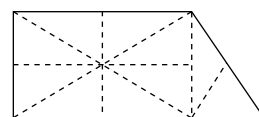
7. No son iguales. Aunque ambas son perpendiculares a AB, la mediatriz tiene que pasar siempre por el centro.



8. No son coincidentes, porque la bisectriz divide por la mitad al ángulo, y la mediana, al lado opuesto al vértice.



9. Hay varias soluciones. Por ejemplo:

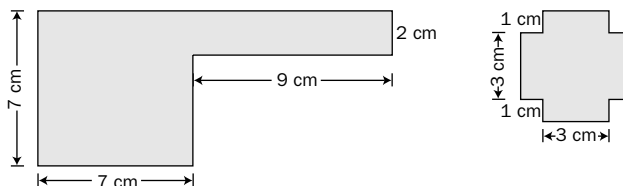


14 Longitudes. Teorema de Pitágoras

1. Completa:

- a) $95,75 \text{ dam} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ dm}$ d) $26,59 \text{ m} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ km}$
 b) $109,25 \text{ mm} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ hm}$ e) $759,7 \text{ cm} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ dam}$
 c) $7,5 \text{ km} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ m}$ f) $85,46 \text{ hm} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}$

2. Calcula el perímetro de las siguientes figuras:

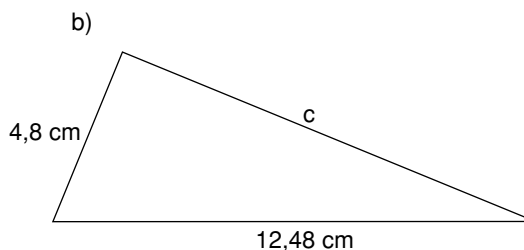
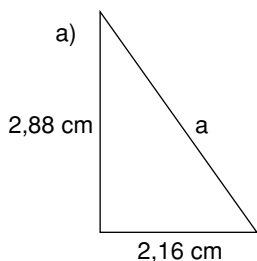


3. Completa el dato que falta en la siguiente tabla:

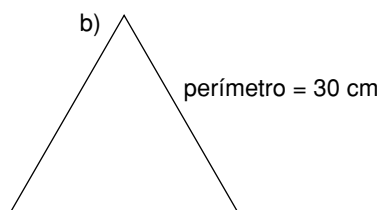
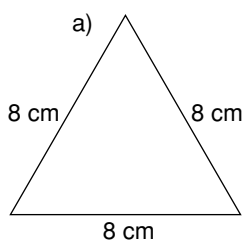
Triángulo rectángulo	Cateto	Cateto	Hipotenusa	Perímetro
Triángulo 1	3	4		
Triángulo 2	5,25		8,75	
Triángulo 3		7,8	13	
Triángulo 4	11,25	15		
Triángulo 5	4,875		8,125	
Triángulo 6		8	10	

4. Los catetos de un triángulo rectángulo miden 6,5 cm y 15,6 cm. Calcula la medida de la hipotenusa.

5. Calcula el perímetro de estos triángulos rectángulos.



6. Calcula la altura de estos triángulos equiláteros.



SOLUCIONES

1. a) $95,75 \text{ dam} = 9\,575 \text{ dm}$
 b) $109,25 \text{ mm} = 0,0010925 \text{ hm}$
 c) $7,5 \text{ km} = 7\,500 \text{ m}$
 d) $26,59 \text{ m} = 0,02659 \text{ km}$
 e) $759,7 \text{ cm} = 0,7597 \text{ dam}$
 f) $84,46 \text{ hm} = 854\,600 \text{ cm}$

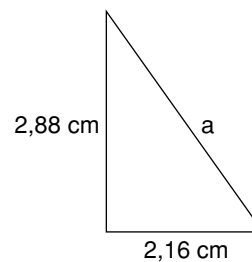
2. a) $P = 7 + 7 + (7 + 9) + 2 + 9 + (7 - 2) = 46 \text{ cm}$
 b) $P = (3 \cdot 4) + (1 \cdot 8) = 20 \text{ cm}$

3.

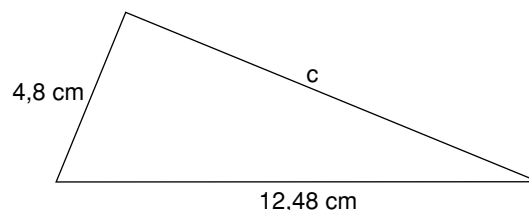
Triángulo rectángulo	Cateto	Cateto	Hipotenusa	Perímetro
Triángulo 1	3	4	5	12
Triángulo 2	5,25	7	8,75	21
Triángulo 3	10,4	7,8	13	31,2
Triángulo 4	11,25	15	18,75	45
Triángulo 5	4,875	6,50	8,125	19,5
Triángulo 6	6	8	10	24

4. $h = \sqrt{6,5^2 + 15,6^2} = \sqrt{285,61} = 16,9$
 La altura mide 16,9 cm.

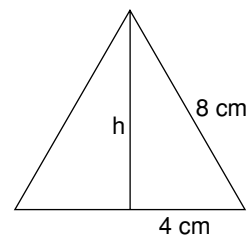
5. a) $a = \sqrt{2,88^2 + 2,16^2} = \sqrt{12,96} = 3,6$
 $a = 3,6 \text{ cm}$
 $P = (2,88 + 2,16 + 3,6) \text{ cm} = 8,64 \text{ cm}$



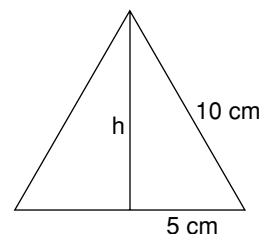
- b) $c = \sqrt{12,48^2 - 4,8^2} = \sqrt{132,7104} = 11,52$
 $c = 11,52 \text{ cm}$
 $P = (12,48 + 4,8 + 11,52) \text{ cm} = 28,8 \text{ cm}$



6. a) $h = \sqrt{8^2 - 4^2} = \sqrt{48} = 6,928$; $h = 6,928 \text{ cm}$



- b) $\text{lado} = 30 \text{ cm} : 3 = 10 \text{ cm}$
 $h = \sqrt{10^2 - 5^2} = \sqrt{75} = 8,66$; $h = 8,66 \text{ cm}$



15 Áreas

- En un triángulo isósceles los lados iguales miden 6 cm cada uno y el tercer lado 3 cm. Calcula su área.
- Calcula el área de un hexágono regular de 6 m de lado.
- Completa estas tablas:

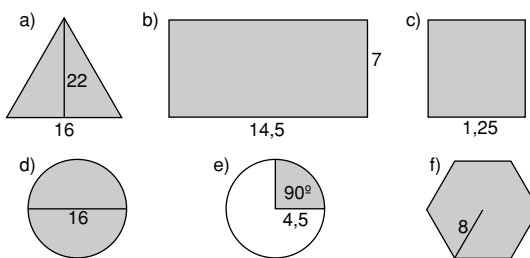
a)

Lado del cuadrado (cm)	6		3,5	
Área (cm ²)		16		
Perímetro (cm)				26

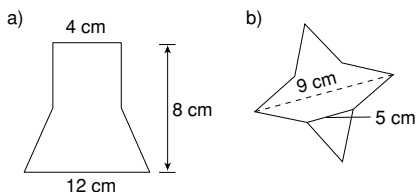
b)

Radio	Diámetro	Área círculo	Longitud de la circunferencia
3 cm			
6 cm	12 cm		
10 cm			62,8 cm
2,5 cm			

- Calcula el área de estas figuras. (Las longitudes vienen expresadas en cm.)



- Expresa en m² las siguientes cantidades: 8 dam²; 75 dm².
- Calcula el área de las siguientes figuras descomponiéndolas previamente en cuadrados, triángulos y rectángulos.



- Si tu cuaderno tiene 20 cm · 10 cm y tu mesa 50 cm · 1 m, ¿cuántos cuadernos necesitarías para cubrir tu mesa?

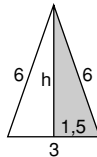
SOLUCIONES

1. $A = \frac{b \cdot h}{2}$

$h = \sqrt{6^2 - 1,5^2} = 5,809$

$h = 5,809 \text{ cm}$

$A = \left(\frac{3 \cdot 5,809}{2}\right) \text{ cm}^2 = 8,71 \text{ cm}^2$



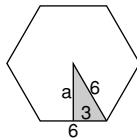
2. $A = \frac{p \cdot a}{2}$

$a = \sqrt{6^2 - 3^2} = 5,196$

$a = 5,196 \text{ cm}$

$p = 6 \cdot 6 = 36 \text{ cm}$

$A = \left(\frac{36 \cdot 5,196}{2}\right) \text{ cm}^2 = 93,53 \text{ cm}^2$



3. a)

Lado del cuadrado (cm)	6	4	3,5	6,5
Área (cm ²)	36	16	12,25	42,25
Perímetro (cm)	24	16	14	26

b)

Radio	Diámetro	Área círculo	Longitud de la circunferencia
3 cm	6 cm	28,26 cm ²	18,84 cm
6 cm	12 cm	113,04 cm ²	37,68 cm
10 cm	20 cm	314 cm ²	62,8 cm
2,5 cm	5 cm	19,625 cm ²	15,7 cm

4. a) $A = \frac{b \cdot h}{2} \rightarrow A = \left(\frac{16 \cdot 22}{2}\right) \text{ cm}^2 = 176 \text{ cm}^2$

b) $A = b \cdot h \rightarrow A = 14,5 \cdot 7 \text{ cm}^2 = 101,5 \text{ cm}^2$

c) $A = l^2 \rightarrow A = 1,25^2 \text{ cm}^2 = 1,5625 \text{ cm}^2$

d) $A = \pi r^2 \rightarrow A = (3,14 \cdot 8^2) \text{ cm}^2 = 200,96 \text{ cm}^2$

e) $A = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot n^\circ}{360^\circ} = \left(\frac{3,14 \cdot 4,5^2 \cdot 90}{360}\right) \text{ cm}^2 = 15,896 \text{ cm}^2$

f) $A = \frac{p \cdot a}{2}$;

$p = 8 \cdot 6 = 48 \text{ cm}$;

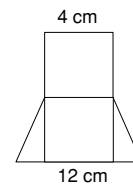
$a = \sqrt{8^2 - 4^2} = 6,928$;

$a = 6,928 \text{ cm}$

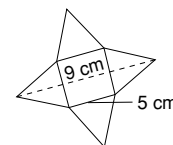
$A = \left(\frac{48 \cdot 6,928}{2}\right) \text{ cm}^2 = 166,272 \text{ cm}^2$

5. $8 \cdot 100 = 800 \text{ m}^2$; $75 : 100 = 0,75 \text{ m}^2$

6. a) Área del rectángulo: $8 \cdot 4 = 32$
 Área de cada triángulo: $(4 \cdot 4) : 2 = 8$
 Área de la figura completa: $32 + 8 + 8 = 48 \text{ cm}^2$



- b) Área del cuadrado: $5 \cdot 5 = 25$
 Área de cada triángulo: $(5 \cdot 2) : 2 = 5$
 $5 \cdot 4 = 20$; $25 + 20 = 45 \text{ cm}^2$



7. $20 \cdot 10 = 200$

$50 \cdot 100 = 5000$

$5000 : 200 = 25$ cuadernos

16 Volúmenes

1. Expresa en litros los siguientes volúmenes:

- a) 27 m^3 b) $0,001 \text{ dam}^3$ c) $75\,000 \text{ cm}^3$ d) $10\,000 \text{ cm}^3$ e) $\frac{1}{2} \text{ m}^3$ f) $\frac{1}{4} \text{ dm}^3$

2. Expresa en cm^3 las siguientes capacidades:

- a) 25 l b) $0,1 \text{ dl}$ c) 120 cl d) 10 ml e) $\frac{3}{4} \text{ l}$ f) $\frac{4}{5} \text{ dl}$

3. Un grifo arroja 135 litros de agua por minuto. ¿Cuánto tiempo tardará en llenar un depósito de 10 m^3 y 125 dm^3 de volumen?

4. Completa estas tablas:

a) Volumen del cubo:

Arista cubo	7 cm	0,1 cm	2,5 dm	15 cm
Volumen				

b) Volumen del cilindro:

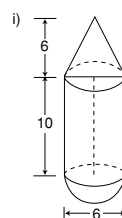
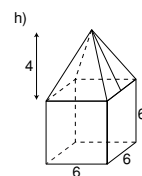
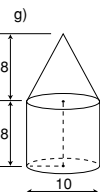
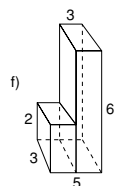
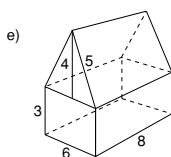
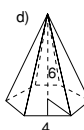
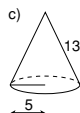
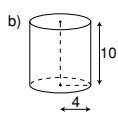
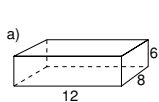
Radio	1,5 cm	0,2 dm	1 m	5 cm
Altura	3 cm	0,5 dm	3 m	7 cm
Volumen				

c) Volumen de la pirámide:

Altura	9 cm	16 cm	5 dm	0,8 m
Área base	12 cm^2	$13,5 \text{ cm}^2$	16 dm^2	$0,28 \text{ m}^2$
Volumen				

5. Calcula el volumen de un cono de 1,5 dm de diámetro y 2,5 dm de altura.

6. Calcula el volumen de estos cuerpos. (Las longitudes vienen expresadas en cm.)



SOLUCIONES

1. a) $27 \text{ m}^3 = 27\,000 \text{ dm}^3$; $27\,000 \text{ dm}^3 \rightarrow 27\,000 \text{ l}$
 b) $0,001 \text{ dam}^3 = 1\,000 \text{ dm}^3$; $1\,000 \text{ dm}^3 \rightarrow 1\,000 \text{ l}$
 c) $75\,000 \text{ cm}^3 = 75 \text{ dm}^3$; $75 \text{ dm}^3 \rightarrow 75 \text{ l}$
 d) $10\,000 \text{ cm}^3 = 10 \text{ dm}^3$; $10 \text{ dm}^3 \rightarrow 10 \text{ l}$
 e) $\frac{1}{2} \text{ m}^3 = 500 \text{ dm}^3$; $500 \text{ dm}^3 \rightarrow 500 \text{ l}$
 f) $\frac{1}{4} \text{ dm}^3 = 0,25 \text{ dm}^3$; $0,25 \text{ dm}^3 \rightarrow 0,25 \text{ l}$

2. a) $25 \text{ l} = 25\,000 \text{ ml}$; $2\,500 \text{ ml} \rightarrow 25\,000 \text{ cm}^3$
 b) $0,1 \text{ dl} = 10 \text{ ml}$; $10 \text{ ml} \rightarrow 10 \text{ cm}^3$
 c) $120 \text{ cl} = 1\,200 \text{ ml}$; $1\,200 \text{ ml} \rightarrow 1\,200 \text{ cm}^3$
 d) $10 \text{ ml} \rightarrow 10 \text{ cm}^3$
 e) $\frac{3}{4} \text{ l} = 750 \text{ ml}$; $750 \text{ ml} \rightarrow 750 \text{ cm}^3$
 f) $\frac{4}{5} \text{ dl} = 80 \text{ ml}$; $80 \text{ ml} \rightarrow 80 \text{ cm}^3$

3. $10 \text{ m}^3 \text{ y } 125 \text{ dm}^3 = 10\,125 \text{ dm}^3$
 $10\,125 \text{ dm}^3 \rightarrow 10\,125 \text{ l}$
 $10\,125 \text{ l} : 135 \text{ l/min} = 75 \text{ min}$
 $75 \text{ min} = 1 \text{ h } 15 \text{ min}$

4. a)

Arista cubo	7 cm	0,1 cm	2,5 dm	15 cm
Volumen	343 cm ³	0,001 cm ³	15,625 dm ³	3 375 cm ³

b)

Radio	1,5 cm	0,2 dm	1 m	5 cm
Altura	3 cm	0,5 dm	3 m	7 cm
Volumen	21,195 cm ³	0,0628 dm ³	9,42 m ³	549,5 cm ³

c)

Altura	9 cm	16 cm	5 dm	0,8 m
Área base	12 cm ²	13,5 cm ²	16 dm ²	0,28 m ²
Volumen	36 cm ³	72 cm ³	26,66 dm ³	0,0746 m ³

5. $V = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3}$
 $V = \left(\frac{3,14 \cdot 0,75^2 \cdot 2,5}{3} \right) \text{ dm}^3 = 1,471875 \text{ dm}^3$

6. a) $V = a \cdot b \cdot c \rightarrow V = 12 \cdot 8 \cdot 6 = 576 \text{ cm}^3$
 b) $V = \pi \cdot r^2 \cdot h \rightarrow V = 3,14 \cdot 4^2 \cdot 10 = 502,4 \text{ cm}^3$

c) $V = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3}$
 $h = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$; $h = 12 \text{ cm}$
 $V = \frac{3,14 \cdot 5^2 \cdot 12}{3}$; $V = 314 \text{ cm}^3$

d) $V = \frac{B \cdot h}{3}$ $B = \frac{p \cdot a}{2}$
 $p = 6 \cdot 4 \text{ cm}$; $p = 24 \text{ cm}$
 $a = \sqrt{4^2 - 2^2} \text{ cm} = 3,46 \text{ cm}$

$B = \frac{24 \cdot 3,46}{2} = 41,52 \text{ cm}^2$

$V = \frac{41,52 \cdot 6}{3} = 83,04 \text{ cm}^3$

e) $V_{\text{cuerpo}} = V_{\text{prisma triangular}} + V_{\text{ortopedro}}$
 $V_{\text{prisma triangular}} = B \cdot h$

$B = \frac{6 \cdot 4}{2} = 12 \text{ cm}^2$

$V_{\text{prisma triangular}} = (12 \cdot 8) \text{ cm}^3 = 96 \text{ cm}^3$

$V_{\text{ortopedro}} = a \cdot b \cdot c$

$V_{\text{ortopedro}} = (8 \cdot 6 \cdot 3) \text{ cm}^3 = 144 \text{ cm}^3$

$V_{\text{cuerpo}} = (96 + 144) \text{ cm}^3 = 240 \text{ cm}^3$

f) $V_{\text{cuerpo}} = V_{\text{ortopedro (1)}} + V_{\text{ortopedro (2)}}$

$V_{\text{ortopedro}} = a \cdot b \cdot c$

$V_1 = (6 \cdot 3 \cdot 3) \text{ cm}^3 = 54 \text{ cm}^3$

$V_2 = (2 \cdot 3 \cdot 2) \text{ cm}^3 = 12 \text{ cm}^3$

$V_{\text{cuerpo}} = 54 \text{ cm}^3 + 12 \text{ cm}^3 = 66 \text{ cm}^3$

g) $V_{\text{cuerpo}} = V_{\text{cono}} + V_{\text{cilindro}}$

$V_{\text{cono}} = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3} \rightarrow V = \frac{3,14 \cdot 5^2 \cdot 8}{3} =$

$= 209,33 \text{ cm}^3$

$V_{\text{cilindro}} = \pi \cdot r^2 \cdot h \rightarrow V = 3,14 \cdot 5^2 \cdot 8 \text{ cm}^3 =$

$= 628 \text{ cm}^3$

$V_{\text{cuerpo}} = (209,33 + 628) \text{ cm}^3 = 837,33 \text{ cm}^3$

h) $V_{\text{cuerpo}} = V_{\text{pirámide}} + V_{\text{cono}}$

$V_{\text{pirámide}} = \frac{B \cdot h}{3} \rightarrow V = \frac{36 \cdot 4}{3} = 48 \text{ cm}^3$

$V_{\text{cubo}} = a^3 \rightarrow V = 6^3 \text{ cm}^3 = 216 \text{ cm}^3$

$V_{\text{cuerpo}} = (48 + 216) \text{ cm}^3 = 264 \text{ cm}^3$

i) $V_{\text{cuerpo}} = V_{\text{semiesfera}} + V_{\text{cilindro}} + V_{\text{cono}}$

$V_{\text{semiesfera}} = \left(\frac{4}{3} \pi \cdot r^3 \right) : 2 \rightarrow V = \left(\frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot 3^3 \right) : 2 =$

$= 56,52 \text{ cm}^3$

$V_{\text{cilindro}} = \pi \cdot r^2 \cdot h \rightarrow V = 3,14 \cdot 3^2 \cdot 10 =$

$= 282,6 \text{ cm}^3$

$V_{\text{cono}} = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3} \rightarrow V = \frac{3,14 \cdot 3^2 \cdot 6}{3} =$

$= 56,52 \text{ cm}^3$

$V_{\text{cuerpo}} = (56,52 + 282,6 + 56,52) \text{ cm}^3 =$

$= 395,64 \text{ cm}^3$