AMPLIACIÓN sin soluciones

COMPOSICIÓN DE MOVIMIENTOS (I)

NOMBRE: ____________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Recuerda que...

Existen algunos movimientos aparentemente complejos que tan solo son una mezcla o **composición de movimientos** más sencillos como los que has estudiado (MRU, MRUA...).

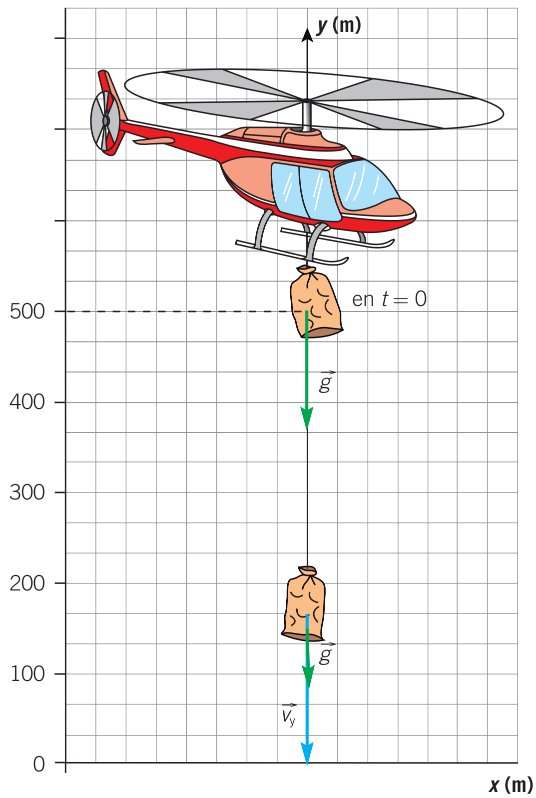
Lo más interesante de estos movimientos más complejos es que los puedes estudiar fácilmente analizando por separado los movimientos sencillos que los componen, ya que estos **son independientes entre sí**, es como si actuaran por separado.

1. EJERCICIO RESUELTO

Dos helicópteros que se encuentran a 500 m de altura están repartiendo ayuda humanitaria sobre un poblado. Uno de ellos (helicóptero 1) está suspendido en el aire y el otro (helicóptero 2) está moviéndose paralelo al suelo a 100 km/h.

Analiza el movimiento de un saco soltado por cada uno de los helicópteros.

SOLUCIÓN



Helicóptero 1

El saco tiene un movimiento MRUA (caída libre) en vertical (eje Y).

Las ecuaciones del movimiento son:

- Eje Y (MRUA):

  Velocidad en el eje Y:

$$v_y = v_{0y} - gt$$

  Coordenada y:

$$y = y_0 + v_{0y} \cdot t - \frac{1}{2} \cdot gt^2$$

Sustituyendo los datos del problema: $y_0 = 500$ m, $v_{0y} = 0$ m/s (pues se deja caer el saco) y $g = 9{,}8$ m/s^2:

Velocidad en el eje Y:

$$v = -9{,}8 \cdot t$$

Coordenada y:

$$y = 500 - 4{,}9 \cdot t^2$$

continúa →

COMPOSICIÓN DE MOVIMIENTOS (I)

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

La trayectoria del saco 1 vista desde un miembro del poblado es **rectilínea**.

El saco 2 tiene el mismo MRUA (caída libre) en vertical (eje Y) que el saco 1, pero además tiene el movimiento del helicóptero del que cayó: un MRU en horizontal (eje X) independiente del otro.

Las ecuaciones del movimiento son:

- Eje Y (MRUA): igual que el saco 1.
- Eje X (MRU):

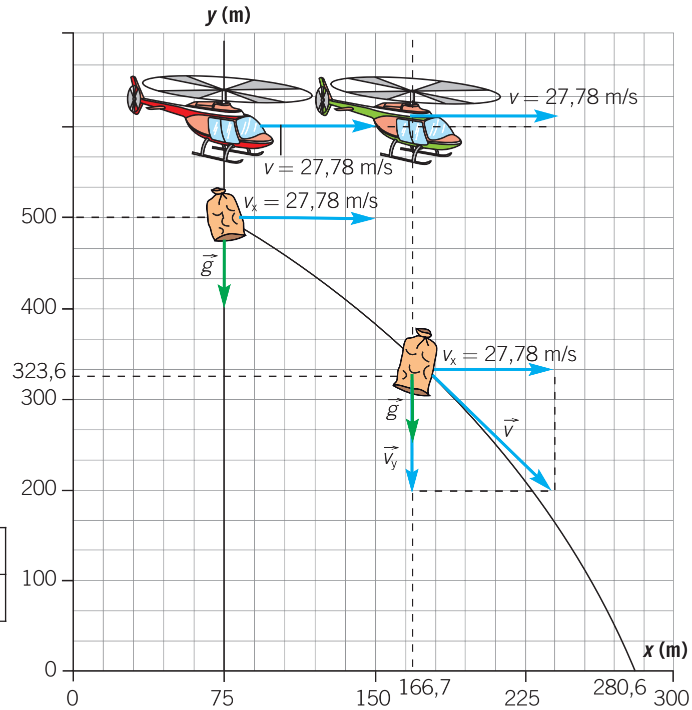
  Velocidad en el eje X: $v_x = v_{\text{helicóptero}}$.

  Coordenada x: $x = x_0 + v_x \cdot t$.

Sustituyendo los datos del problema: $x_0 = 0$ y $v_x = 100$ km/h $= 27{,}78$ m/s:

Eje Y: $v = -9{,}8 \cdot t$	Eje X: $v_x = 27{,}78$
MRUA → $y = 500 - 4{,}9 \cdot t^2$	MRU → $x = 27{,}78 \cdot t$

La trayectoria del saco 2 vista desde un miembro del poblado es una **parábola**.



Ahora podemos preguntarnos muchas cosas, por ejemplo:

a) ¿Qué saco llega antes al suelo?

Es una pregunta referida al movimiento en vertical (eje Y) y, como en este eje tienen las mismas ecuaciones, **los dos sacos tardarán el mismo tiempo en llegar al suelo**.

Para calcularlo tenemos que preguntarnos qué tiempo tarda en ocurrir que la coordenada y sea 0:

$$y = 0 = 500 - 4{,}9 \cdot t^2 \rightarrow 500 = 4{,}9 \cdot t^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{500}{4{,}9}} = +10{,}1 \text{ s}$$

(Despreciamos la solución $t = -10{,}1$ s, pues no tiene sentido un tiempo negativo.)

b) ¿Cuánto avanza en el eje X el saco 2 hasta que cae (a esto se le llama alcance)?

Es una pregunta referida al movimiento en horizontal (eje X) del saco 2. Para calcularlo tenemos que preguntarnos cuál es la coordenada x del saco 2 cuando han transcurrido los 10,1 s hallados anteriormente.

$$x = 27{,}78 \cdot t \rightarrow x = 27{,}78 \text{ m/s} \cdot 10{,}1 \text{ s} = 280{,}6 \text{ m}$$

c) ¿Cuál es la posición del saco 2 cuando lleva seis segundos en el aire?

$$\left.\begin{array}{l} \bullet\ y = 500 - 4{,}9 \cdot t^2 \rightarrow y = 500 - 4{,}9 \cdot 6^2 = 323{,}6 \text{ m} \\ \bullet\ x = 27{,}78 \cdot t \rightarrow x = 27{,}78 \cdot 6 = 166{,}7 \text{ m} \end{array}\right\} \rightarrow \text{Coordenadas: } (166{,}7,\ 323{,}6) \text{ m}$$

d) Ahora responde tú. ¿Qué trayectoria tendrá el saco 2 desde el punto de vista del piloto del helicóptero 2? ¿Qué conclusión sacas sobre ello?

La trayectoria será una línea recta porque el movimiento horizontal es equivalente.

($\vec{v}_x$ no varía para ambos.)

Conclusión: el movimiento observado es relativo: depende del sistema de referencia elegido.

COMPOSICIÓN DE MOVIMIENTOS (II)

NOMBRE: ____________________ CURSO: __________ FECHA: __________

1 **Un veterinario en la selva lanza con un rifle un dardo tranquilizante a un rinoceronte para curarle una herida que tiene. Para ello coge el lanzador con una mano, situándolo paralelo al suelo, y a 1,5 m de altura sobre este y lo lanza justo a la vez que se le cae otro dardo que tenía en la mano a la misma altura sobre el suelo que el lanzador. El dardo lanzado sale despedido con una velocidad de 200 m/s y el rinoceronte logra esquivarlo.**

SOLUCIÓN

a) Haz un dibujo del problema sobre unos ejes coordenados indicando la trayectoria que seguirán los dos dardos.

b) Indica qué tipo de movimiento tienen en cada eje escribiendo sus ecuaciones.

c) Calcula el tiempo que tardará cada dardo en caer al suelo. ¿Sacas alguna conclusión?

COMPOSICIÓN DE MOVIMIENTOS (II)

NOMBRE: ____________ CURSO: ____________ FECHA: ____________

d) Calcula el alcance del dardo que fue lanzado.

e) Indica las coordenadas de cada dardo dos décimas de segundo después de empezar a moverse y dibújalos en el apartado a. ¿Cuál de ellos está más lejos del suelo?

f) En las ecuaciones del dardo lanzado, despeja el tiempo en la ecuación de la coordenada x y sustitúyelo en la ecuación de la coordenada y. ¿Sacas alguna conclusión de la expresión obtenida?

COMPOSICIÓN DE MOVIMIENTOS (II)

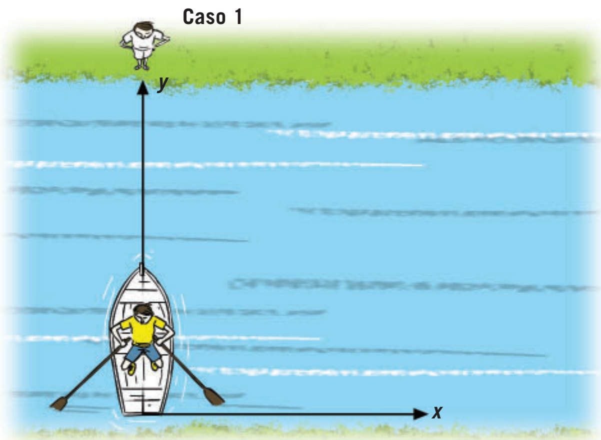
NOMBRE: ____________________ CURSO: __________ FECHA: __________

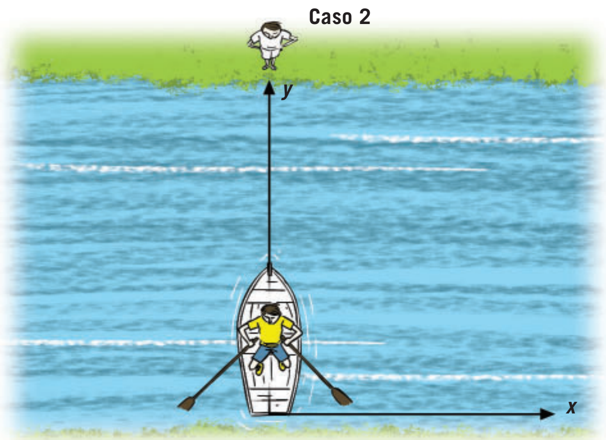
2 **Un chico que se encuentra en una barca en la orilla de un río de 200 m de anchura pretende llegar al otro lado en el que le espera su hermano. Para ello comienza a remar perpendicularmente al río con una velocidad constante de 4 m/s. Imagina esta situación en dos casos:**

- **Caso 1 → Las aguas del río están calmadas.**
- **Caso 2 → Las aguas del río bajan con una velocidad constante de 3 m/s.**

SOLUCIÓN

a) Dibuja sobre los ejes coordenados los vectores velocidad del enunciado y el vector $\vec{v}_{Total}$ de la barca en cada caso usando la regla del paralelogramo cuando la necesites.





b) Dibuja la trayectoria de la barca en cada caso.

c) Escribe las ecuaciones del movimiento en cada eje para cada caso.

d) ¿En cuál de los dos casos la barca llegará antes a la otra orilla? Calcula ese tiempo. ¿Sacas alguna conclusión?

COMPOSICIÓN DE MOVIMIENTOS (II)

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

e) ¿A qué distancia de su hermano estará el chico de la barca en el caso 2 cuando llegue a la otra orilla?

f) ¿Cuál de las dos barcas habrá recorrido más espacio cruzando el río? Calcúlalo.

g) ¿Te parecen contradictorias las respuestas a los apartados d y f? Busca una explicación. (Pista: Calcula el módulo de la velocidad de la barca en el caso 2 usando el teorema de Pitágoras.)

h) ¿En qué dirección se debería situar la barca en el caso 2 para que, si no cambia la velocidad de remo ni la del agua, llegara justo enfrente donde está su hermano? Haz un dibujo.

ÁREA ENCERRADA DEBAJO DE UNA FUNCIÓN

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

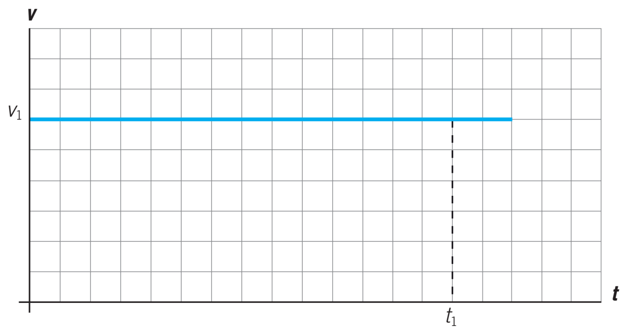
Recuerda que...

Verás en los próximos cursos que **el área encerrada debajo de una función** que relaciona dos magnitudes **tiene un significado físico**. Para calcular esa área aprenderás una herramienta muy útil que es la integral definida, pero no te hace falta conocerla si la figura que encierra debajo tiene un área ya conocida por ti.

2. EJERCICIO RESUELTO

Dibuja la función velocidad-tiempo en un MRU.

SOLUCIÓN



Como ves, la figura encerrada debajo de la curva que corresponde a un móvil que lleva una velocidad v_1 transcurrido un tiempo t_1 en un MRU es un paralelogramo.

Calculemos su área:

$$A_{\text{Paralelogramo}} = \text{Longitud de la base} \cdot \text{Longitud de la altura}$$

En este caso:

- Longitud de la base = tiempo transcurrido = t_1.
- Longitud de la altura = velocidad del móvil = v_1.

Por tanto:

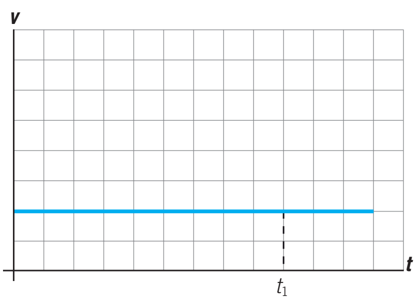
$$A_{\text{Paralelogramo}} = v_1 \cdot t_1$$

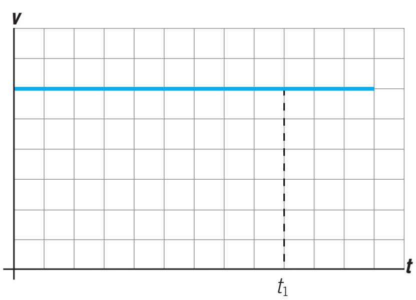
Y observa que $v_1 \cdot t_1$ en un MRU es el **espacio recorrido por el móvil** en ese tiempo.

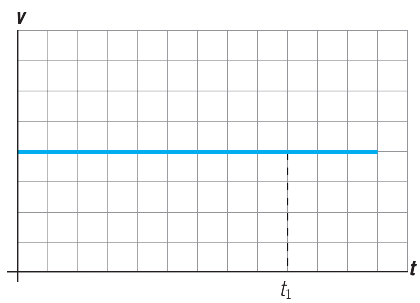
Conclusión: **el área encerrada debajo de la función *v-t* es equivalente al espacio recorrido por el móvil**. Esto es válido no solo para un MRU, sino para cualquier tipo de movimiento.

3 **¿Cuál de los siguientes móviles ha recorrido más espacio transcurrido un tiempo t_1?**

SOLUCIÓN







ÁREA ENCERRADA DEBAJO DE UNA FUNCIÓN

NOMBRE: ____________________ CURSO: __________ FECHA: __________

4 **Halla la ecuación: $x = x_0 + v_0 \cdot t - \frac{1}{2} gt^2$, o mejor la del espacio recorrido: $x - x_0 = \Delta x = v_0 = t - \frac{1}{2} gt^2$, de un MRUA, calculando el área encerrada debajo de la función *v-t*.**

Ve paso a paso.

SOLUCIÓN

1. Supón un caso general de un móvil que tiene MRUA con velocidad inicial diferente de cero y con aceleración positiva, es decir, que va aumentando su velocidad.

2. Escribe la expresión del área encerrada debajo de la función *v-t* transcurrido un tiempo *t*. Para ello divide la figura en dos de área conocida y suma sus áreas ($A_{Paralelogramo} = b \cdot h$,

3. En la anterior expresión aparecerá *v*, que es la velocidad que tiene el móvil transcurrido el tiempo *t*, pero esa expresión la conoces, es la otra ecuación del MRUA:

$$v = v_0 + at$$

Sustitúyela, simplifica y comprueba el resultado.

MÓVILES QUE CAMBIAN SU TIPO DE MOVIMIENTO

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

3. EJERCICIO RESUELTO

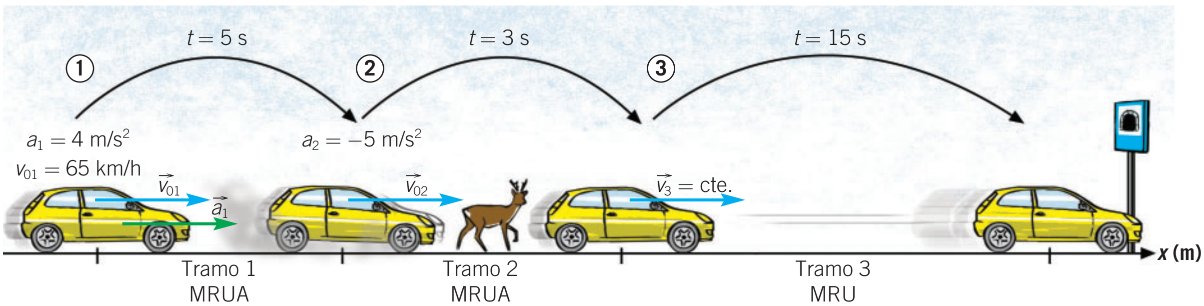
Un coche que circula a 65 km/h comienza a acelerar con una a = cte. = 4 m/s^2. Tras 5 s acelerando ve que un corzo se cruza en la carretera, por lo que frena bruscamente durante 3 s con una a = cte. = 5 m/s^2. Tras ese tiempo, y con el corzo fuera de peligro, la conductora levanta el pie del freno y mantiene esa velocidad constante durante 15 s, momento en el que entra en un túnel.

- **¿A qué distancia estaba del túnel cuando comenzó a acelerar? Representa la posición, velocidad, y aceleración en función del tiempo.**

SOLUCIÓN

Seguimos los siguientes pasos:

1. Dibujamos un sistema de referencia indicando el tipo de movimiento en cada tramo y escribiendo sobre cada uno de ellos los datos del problema.



2. Veamos ahora la posición x del coche al final de cada tramo. (La que tenga al final del último tramo será la respuesta a la pregunta.)

   - **Tramo 1 (MRUA):**

     Tenemos:

     $$x_1 = x_{01} + v_{01} \cdot t_1 + \frac{1}{2} \cdot a_1 \cdot t_1^2 = 18{,}1 \cdot 5 + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 5^2 = 140{,}5 \text{ m}$$

     Siendo $x_{01} = 0$, $v_{01} = 65$ km/h $= 18{,}1$ m/s, $t_1 = 5$ s y $a_1 = 4$ m/s^2.

   - **Tramo 2 (MRUA):**

     Ahora:

     $$x_2 = x_{02} + v_{02} \cdot t_2 + \frac{1}{2} \cdot a_2 \cdot t_2^2 = 140{,}5 + 38{,}1 \cdot 3 - \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 3^2 = 232{,}3 \text{ m}$$

     Siendo $x_{02} = x_1 = 140$ m (la posición inicial en el 2.º tramo es la final en el 1.º):

     $$v_{02} = v_{f1} = v_{01} + a_1 \cdot t_1 = 18{,}1 + 4 \cdot 5 = 38{,}1 \text{ m/s}$$

     (La velocidad inicial en el 2.º tramo es la final en el 1.º)

     $$t_2 = 3 \text{ s y } a_2 = -5 \text{ m/s}^2$$

   - **Tramo 3 (MRU):**

     Entonces:

     $x_3 = x_{03} + v_3 \cdot t_3 = 232{,}3 + 23{,}1 \cdot 15 = 578{,}8$ m estaba del túnel cuando empezó a acelerar.

     Siendo $x_{03} = x_2$ (la posición inicial en el tercer tramo es la final en el segundo):

     $$v_3 = v_{f2} = v_{02} + a_2 \cdot t_2 = 38{,}1 - 5 \cdot 3 = 23{,}1 \text{ m/s}$$

     (La velocidad inicial en el 2.º tramo es la final en el 1.º)

     $$t_3 = 15 \text{ s}$$

continúa →

MÓVILES QUE CAMBIAN SU TIPO DE MOVIMIENTO

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

3. Representamos ahora *x*-*t*, *v*-*t*, y *a*-*t*:

   El **tramo 1 (MRUA)** comprende desde $t = 0$ hasta $t = 5$ s:

   - La gráfica *x*-*t* es una parábola. Dibujamos puntos de ella. Para ello sustituimos valores de t_1 en la ecuación: $x_1 = x_{01} + v_{01} \cdot t_1 + \frac{1}{2} \cdot a_1 \cdot t_1^2 = 18{,}1 \cdot t_1 + 2 \cdot t_1^2$.

     $t_1 = 0 \text{ s} \rightarrow x_1 = 0$; $t_1 = 1 \text{ s} \rightarrow x_1 = 20$ m; $t_1 = 2 \text{ s} \rightarrow x_1 = 44$ m; $t_1 = 3 \text{ s} \rightarrow x_1 = 72$ m

   - La grafica *v*-*t* es una recta cuya pendiente es $a_1 = 4 \text{m/s}^2$. Para dibujar la recta hallamos dos puntos de ella sustituyendo en: $v_1 = v_{01} + a_1 \cdot t_1 = 18{,}1 + 4 \cdot t_1$.

     $t_1 = 0 \text{ s} \rightarrow v_1 = 18{,}1$ m/s; $t_1 = 5 \text{ s} \rightarrow v_1 = 38{,}1$ m/s

   - La gráfica *a*-*t* es una función constante de valor $a_1 = 4 \text{ m/s}^2$.

   El **tramo 2 (MRUA)** comprende desde $t = 5$ s hasta $t = 8$ s:

   - La gráfica *x*-*t* es una parábola. En $t = 5 \text{ s} \rightarrow x_2 = 140{,}5$. En $t = 8 \text{ s} \rightarrow x = 232{,}3$ m.
   - La grafica *v*-*t* es una recta cuya pendiente es $a_1 = -5 \text{ m/s}^2$. Para dibujar la recta sabemos que:

     en $t = 5 \text{ s} \rightarrow v = 38{,}1$ m/s, y en $t = 8 \text{ s} \rightarrow v = 23{,}1$ m/s

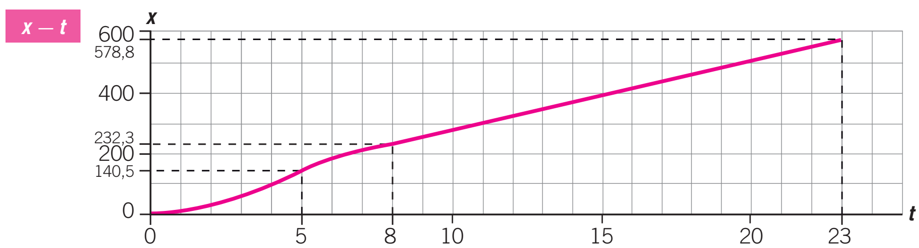
   - La gráfica *a*-*t* es una función constante de valor $a_2 = -5 \text{ m/s}^2$.

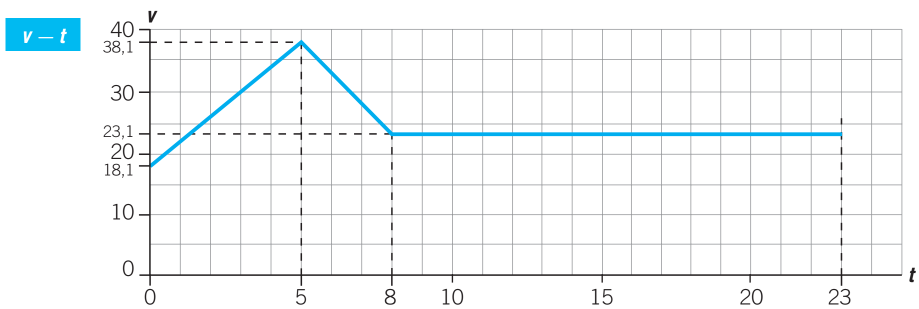
   El **tramo 3 (MRU)** comprende desde $t = 8$ s hasta $t = 23$ s:

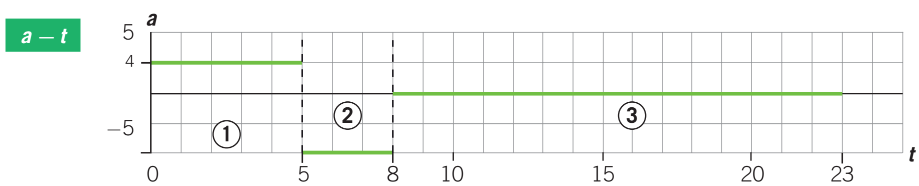
   - La gráfica *x*-*t* es una recta cuya pendiente es la velocidad $v_3 = 23{,}1$ m/s.

     en $t = 8 \text{ s} \rightarrow x = 232{,}3$ m, y en $t = 23 \text{ s} \rightarrow x = 578{,}8$ m

   - La grafica *v*-*t* es una función constante de valor $v_3 = 23{,}1$ m/s.
   - La gráfica *a*-*t* es una función constante de valor $a_3 = 0 \text{ m/s}^2$.







PROBLEMAS CON DIFERENTES MÓVILES (I)

NOMBRE: ______________________ CURSO: ____________ FECHA: ____________

Recuerda que…

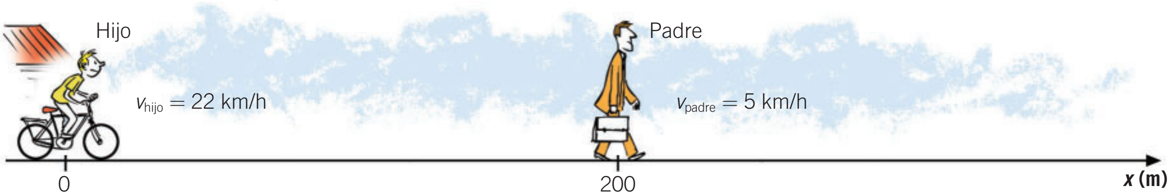
Veamos a través de dos ejemplos los diferentes pasos para resolver un problema en el que hay diferentes móviles, con el mismo tipo de movimiento o diferente. Fíjate atentamente y te servirá para resolver los siguientes problemas.

4. EJERCICIO RESUELTO

Al salir de su casa un padre ha olvidado su almuerzo. Su hijo se da cuenta cuando su padre está ya a 200 m de la casa y sale tras él con su bicicleta. El padre anda a una velocidad constante de 5 km/h y su hijo lo persigue a una velocidad de 22 km/h, también constante. Analiza el movimiento.

SOLUCIÓN

1. Dibujamos la situación en el momento en que el hijo sale de casa ($t = 0$) en un sistema de referencia común para ambos.



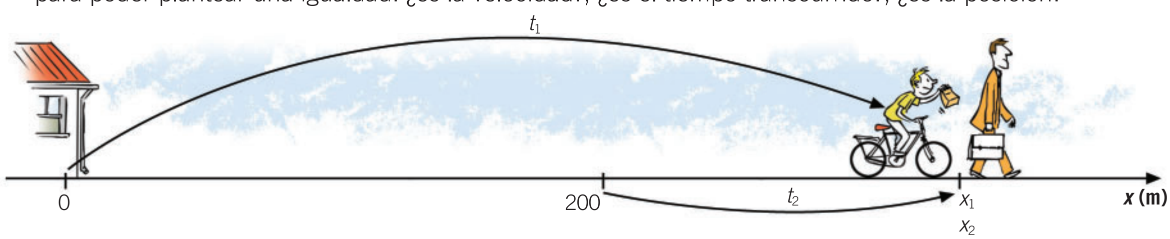
2. Identificamos el tipo de movimiento de cada uno y escribimos sus ecuaciones de posición y velocidad en función del tiempo.

Hijo → MRU
- $v_1 = 22$ km/h $= 6{,}11$ m/s
- $x_1 = x_{01} + v_1 \cdot t_1 = 6{,}11 \cdot t_1$

Padre → MRU
- $v_2 = 5$ km/h $= 1{,}39$ m/s
- $x_2 = x_{02} + v_2 \cdot t_2 = 200 + 1{,}39 \cdot t_2$

3. Ahora nos podemos preguntar: ¿Qué tiempo tarda el hijo en alcanzar al padre? ¿A qué distancia de la casa se produce el encuentro?

Para responder a esas preguntas seguimos la siguiente estrategia: dibujamos la situación que nos plantea el enunciado y nos preguntamos qué tienen en común el padre y el hijo en esa situación para poder plantear una igualdad: ¿es la velocidad?, ¿es el tiempo transcurrido?, ¿es la posición?



Tras pensar un poco descubrirás que cuando el hijo alcanza al padre sus velocidades no son iguales, pero sí lo son tanto el tiempo transcurrido como la posición de ambos. Es decir:

$$x_1 = x_2 \text{ y } t_1 = t_2$$

4. Resolvemos (Pista: Es más fácil comenzar con $x_1 = x_2$.):

$$x_1 = x_2 \rightarrow 6{,}11 \cdot t_1 = 200 + 1{,}39 \cdot t_2$$

Como $t_1 = t_2$ llamamos t a ambos tiempos:

$$6{,}11 \cdot t = 200 + 1{,}39 \cdot t$$

continúa →

PROBLEMAS CON DIFERENTES MÓVILES (I)

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Despejamos *t*:

$$(6{,}11 - 1{,}39) \cdot t = 200 \rightarrow t = \frac{200}{6{,}11 - 1{,}39} = 42{,}37 \text{ s}$$

Por tanto, 42,37 s es el tiempo que tarda el hijo en alcanzar al padre.

Como en ese instante de tiempo la posición de ambos es la misma (recuerda: $x_1 = x_2$), para hallar la distancia a la casa puedes sustituir ese tiempo en cualquiera de las dos ecuaciones: x_1 o x_2. Sustituimos por ejemplo en x_1, que es más sencilla:

$$x_1 = 6{,}11 \cdot t_1 = 6{,}11 \text{ m/s} \cdot 42{,}37 \text{ s} = 258{,}9 \text{ m}$$

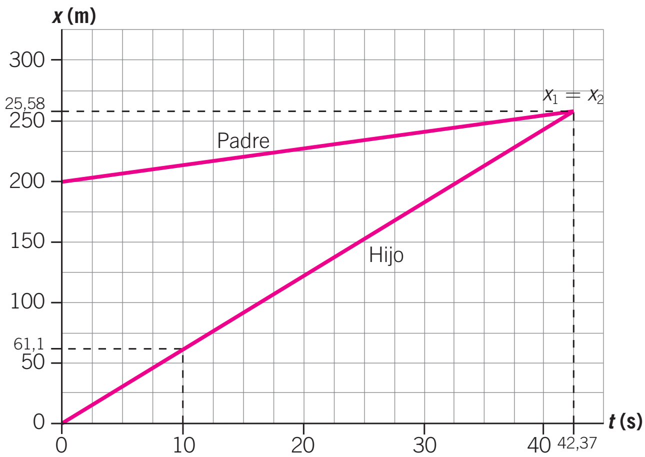
Por tanto, 258,9 m es la distancia a la casa cuando se encontraron.

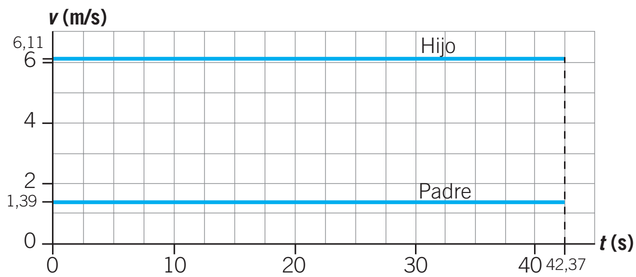
Comprobamos que daría lo mismo si hubiéramos sustituido en la ecuación de x_2:

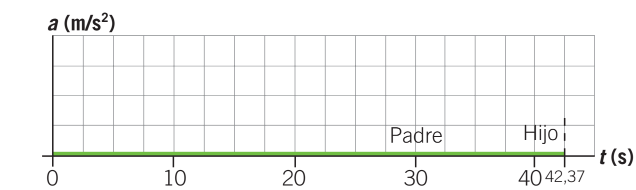
$$x_2 = 200 + 1{,}39 \cdot t_2 = 200 \text{ m} + 1{,}39 \text{ m/s} \cdot 42{,}37 \text{ s} = 258{,}9 \text{ m}$$

5. Ahora podemos representar la posición, la velocidad y la aceleración en función del tiempo para el padre y para el hijo:

Lo hacemos sobre los mismos ejes de coordenadas para comparar las gráficas mejor.







Para representar *x*-*t*, que es una recta en un MRU solo necesitamos conocer dos puntos de la recta, por ejemplo:

Hijo:

- En $t = 0 \rightarrow x_1 = 0$
- En $t = 10 \rightarrow x_1 = 6{,}11 \cdot 10 = 61{,}1$ m

Padre:

- En $t = 0 \rightarrow x_2 = 200$
- En $t = 10 \rightarrow x_2 = 200 + 1{,}39 \cdot 10 = 213{,}9$ m

Observa que podíamos haber cogido un mismo punto para ambas que ya conocíamos:

En $t = 42{,}37 \rightarrow x_1 = x_2 = 258{,}9$ m

Puedes comprobar ahora que ese es el punto de intersección de las rectas.

Para representar *v*-*t* y *a*-*t* has de darte cuenta de que son funciones constantes, con la particularidad de ser cero para la aceleración, pues los dos movimientos son MRU.

PROBLEMAS CON DIFERENTES MÓVILES (II)

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

5 Un automóvil está parado en un semáforo. Cuando se enciende la luz verde arranca con una aceleración constante $a = 2\ m/s^2$. En el momento de arrancar, un camión que se mueve con una velocidad constante de 60 km/h lo adelanta. Calcula:

a) ¿Cuánto tiempo pasa hasta que el coche alcanza al camión?

b) ¿A qué distancia del semáforo lo alcanza?

c) ¿Qué velocidad tiene cada uno en ese instante?

SOLUCIÓN

1. Haz un dibujo de la situación justo cuando el camión adelanta al coche ($t = 0$) en un sistema de referencia (eje X, y elige como origen el semáforo).

2. Indica el tipo de movimiento de cada uno y escribe sus ecuaciones de posición y velocidad en función del tiempo.

3. Imagina lo que va a ir ocurriendo y dibuja en el sistema de referencia el momento en el que el coche alcanza al camión.

PROBLEMAS CON DIFERENTES MÓVILES (II)

NOMBRE: ______ CURSO: ______ FECHA: ______

4. Escribe las igualdades que se produzcan en ese momento:

5. Resuelve las ecuaciones del paso anterior. (Recuerda que una ecuación de 2.º grado sin término independiente se resuelve mejor factorizando.)

   Has obtenido 2 valores para *t*. ¿Por qué? ¿Tienen sentido los dos?

6. Con el tiempo anterior, halla la posición en la que se encuentran y, por tanto, la distancia al semáforo.

7. Halla la velocidad que tiene cada uno en ese instante.

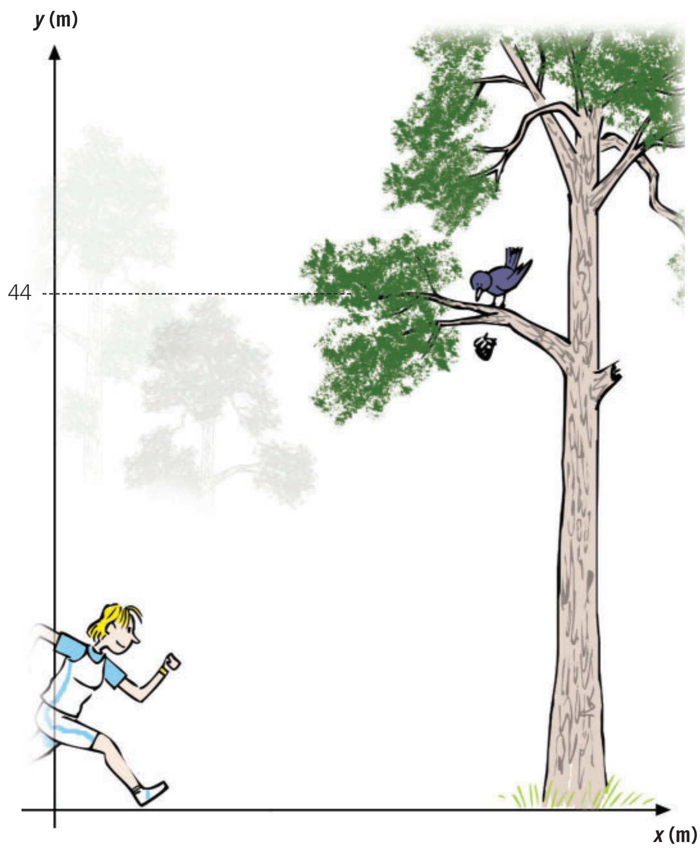
PROBLEMAS CON DIFERENTES MÓVILES (III)

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

6 **Una deportista corre por un parque con v = cte. = 10 km/h. De repente cree ver una moneda brillando bajo un árbol y acelera con a = cte. = 2 m/s^2 justo en el instante en el que un pájaro que se encontraba en la copa del árbol hace que caiga una piña.**

¿Desde qué distancia al árbol empezó a acelerar la deportista si la piña le cayó en la cabeza? (Datos: altura del árbol = 44 m, la altura de la deportista no la consideramos.)

SOLUCIÓN



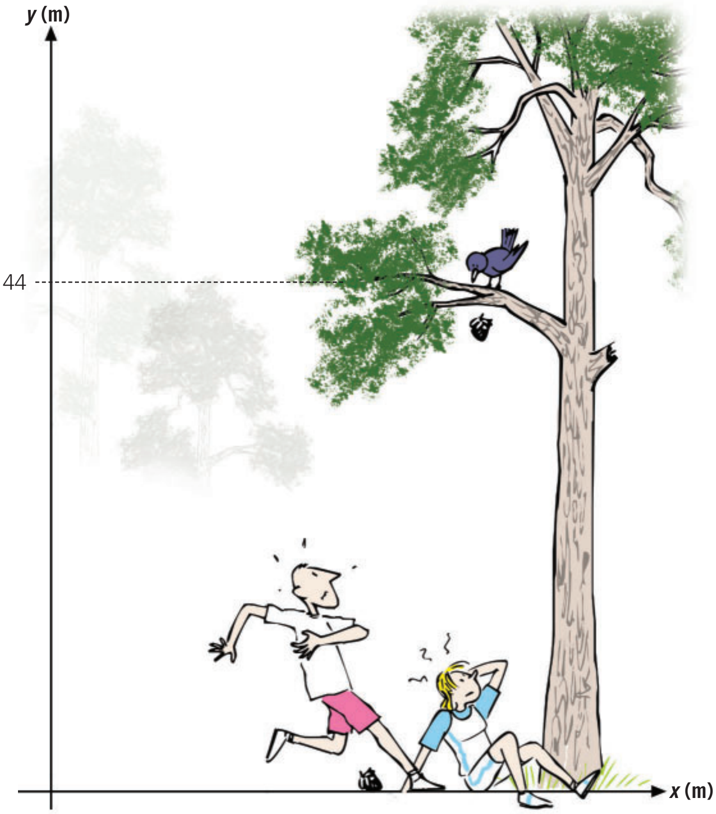
1. Halla el tiempo que tarda la piña en caer al suelo, es decir, el tiempo que tarda en ocurrir que su coordenada y sea 0:

2. Calcula ahora qué espacio recorre la deportista 1 en ese tiempo:

PROBLEMAS CON DIFERENTES MÓVILES (III)

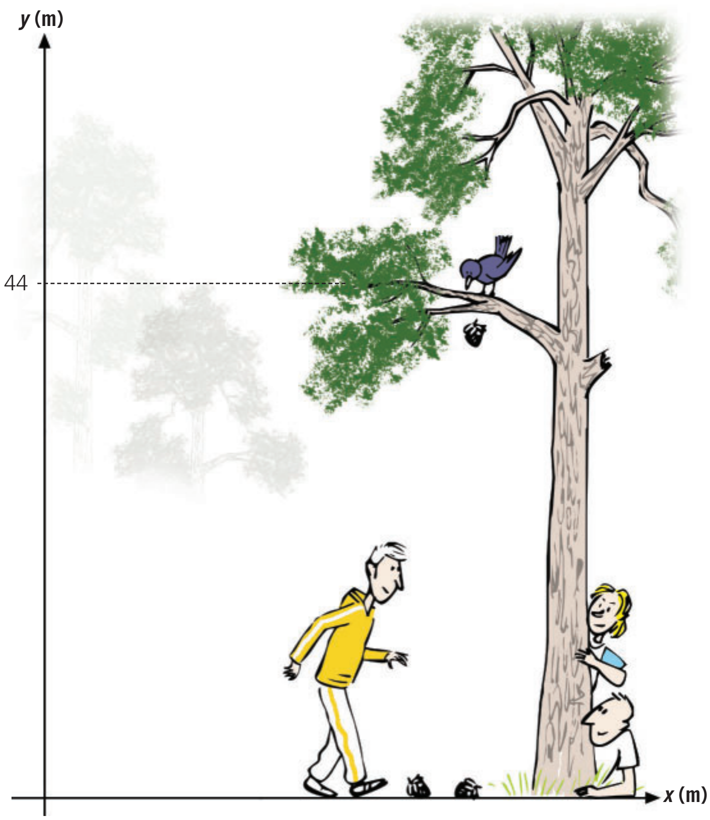
NOMBRE: ____________________ CURSO: __________ FECHA: __________

7 **Otro deportista que venía detrás con $v =$ cte. $=$ 15 km/h observa lo sucedido, mira al pájaro y ve que este vuelve a hacer caer otra piña, por lo que justo en ese instante frena con $a =$ cte. $=$ 1 m/s^2. ¿A qué distancia se encontraba del árbol cuando comenzó a frenar si también le cayó la piña en la cabeza?**



SOLUCIÓN

8 **Para consolarse los dos, no avisan a un tercer deportista que se levanta de un banco y comienza a andar hacia el árbol con $v =$ cte. $=$ 5 km/h justo en el instante en el que el pájaro repite su acción. ¿A qué distancia estaba el banco del árbol si también le cayó la piña en la cabeza?**



SOLUCIÓN

PROBLEMAS CON DIFERENTES MÓVILES (IV)

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

9 **Al pasar por tercera vez por línea de meta situada en una larga recta, el coche de Fernando Alonso, que circula a 310 km/h, adelanta al de Kimi Raikkonen, que circula a 285 km/h. ¿Qué distancia les separa 3 s después, suponiendo que han mantenido la velocidad constante?**

SOLUCIÓN

Sigue los siguientes pasos:

1. Dibuja los dos coches en un mismo sistema de referencia escribiendo las ecuaciones de sus movimientos con unidades del SI.

2. Halla la posición de cada coche dentro de 3 s.

3. Halla la distancia que habrá entre ellos.

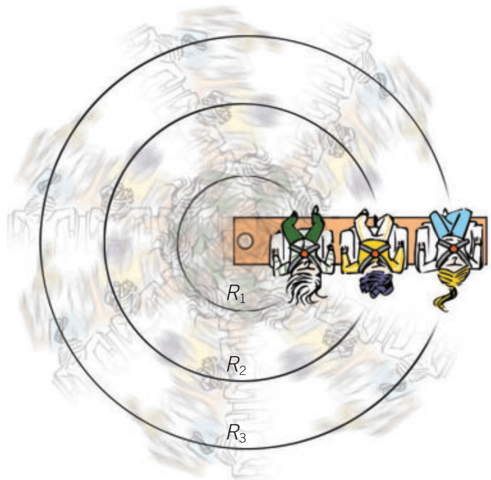
PROBLEMAS CON DIFERENTES MÓVILES (IV)

NOMBRE: ____________ CURSO: ________ FECHA: ________

10 **Una joven se dispone a subirse en una atracción de feria con dos amigas. La atracción consiste en una barra de hierro con tres asientos que gira siempre paralela al suelo alrededor de un eje perpendicular a este. ¿En cuál de los tres asientos debería sentarse para pasárselo mejor?**

SOLUCIÓN

La atracción vista desde arriba, y con la trayectoria de cada chica sería:



a) Ordena de mayor a menor los radios de las trayectorias de las chicas.

b) ¿Cuál de las tres tarda más en dar una vuelta?

¿Qué ángulo ha barrido cada una cuando ha dado una vuelta?

¿Qué puedes decir de las velocidades angulares, ω, de las tres chicas? (ω = ángulo barrido/ tiempo empleado.)

c) Con la información de los apartados a y b ordena de mayor a menor las velocidades lineales v de cada chica. (Recuerda que $v = \omega \cdot R$.)

d) ¿Dónde debería sentarse entonces nuestra amiga para pasárselo mejor? ¿A qué magnitud física está asociada esa sensación en esta atracción?

LA INERCIA Y LA MASA

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Recuerda que…

El concepto de inercia lo entendemos en cualquier contexto como la tendencia a que continúe algo que está ocurriendo (Ejemplos: Me desperté a las ocho aunque no había clase, por inercia...; pasé a Bachillerato después de la ESO por inercia...). También podemos explicarlo como la dificultad o resistencia que opone un sistema físico o un sistema social a los cambios.

En física hay muchos tipos de inercia, pero en el campo que nos ocupa ahora mismo, que es el estudio del movimiento, la inercia es la resistencia que ofrece un cuerpo a cambiar su estado de reposo o MRU (de ello habla la 1.ª ley de Newton como ya sabes). La inercia nos va a servir para definir una magnitud de todos conocida: la masa. **La masa es una medida de la inercia**. A mayor masa, mayor inercia, es decir mayor resistencia al cambio. La masa es directamente proporcional a la inercia. La inercia no es una fuerza.

1. EJERCICIO RESUELTO

Tu hermano pequeño y tú vais subidos en una montaña rusa cuando tras una recta larga tomáis una curva cerrada hacia la izquierda. ¿Qué os ocurre? ¿Alguien está aplicando una fuerza sobre vosotros? ¿La reacción de los dos es igual?

SOLUCIÓN

Os moveríais hacia la derecha debido a la inercia intentando conservar vuestro estado de movimiento anterior. Nada ni nadie está ejerciendo una fuerza sobre vosotros, reaccionáis así porque la materia tiene esa propiedad.

La reacción sería mayor en ti que en tu hermano, pues la inercia es mayor a mayor masa.

1 **En el asiento de atrás de un coche van un chico de 20 años y un bebé al lado en su silla. El conductor del coche, de pronto, ve un obstáculo y frena bruscamente.**

SOLUCIÓN

a) ¿Que les ocurre a los pasajeros de atrás?

b) ¿Por qué? ¿Qué fuerza actúa sobre ellos?

c) ¿Cuál de los dos sentirá más ese efecto?

d) ¿Por qué da la impresión entonces que el bebé está más indefenso ante un frenazo?

e) ¿Qué ocurriría ahora si salvado el obstáculo y tras mantener constante la nueva velocidad el conductor acelerara para recuperar su velocidad anterior?

TERCERA LEY DE NEWTON

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Recuerda que...

La tercera ley de Newton dice que si un cuerpo ejerce una fuerza sobre otro, el segundo también ejerce una fuerza sobre el primero del mismo módulo, la misma dirección y sentido contrario.
Dicho más filosóficamente: «**Ningún cuerpo actúa sobre otro, sino que interactúan entre ellos».**
Profundicemos en la ley.

2 **Un chico al borde de una piscina se dispone a lanzarse de cabeza. Conocedor de la tercera ley de Newton, se impulsa ejerciendo una fuerza con sus pies sobre el bordillo para que este «se la devuelva» y le lance lo más lejos posible.**

SOLUCIÓN

a) Dibuja a continuación las dos fuerzas de las que habla la 3.ª ley de Newton.

b) Has dibujado dos fuerzas con el mismo módulo y en la misma dirección y sentidos contrarios. Entonces: ¿no se anularían? ¿Cómo se explica que el chico salga impulsado?

3 **Un padre de masa M_1 está patinando con su hijo de masa $m_1 < M_1$. En un momento dado se sitúan cara a cara juntando las palmas de sus manos y el padre empuja las manos de su hijo provocando que salgan deslizando los dos en la misma dirección y sentidos contrarios.**

SOLUCIÓN

a) Dibuja a continuación las dos fuerzas de las que habla la 3.ª ley de Newton.

b) ¿Cuál de los dos recorrerá más espacio deslizándose?

¿Cómo es posible que eso ocurra si la 3.ª ley de Newton dice que sobre los dos actúa la misma cantidad de fuerza? Analízalo estudiando la aceleración con la que se moverá cada uno.

TERCERA LEY DE NEWTON

NOMBRE: ________________ CURSO: ________ FECHA: ________

4 **Explica utilizando la 3.ª ley de Newton los siguientes hechos:**

SOLUCIÓN

a) Una persona se desplaza andando.

¿Qué es lo que ocurriría si intentara andar en calcetines sobre un suelo de parqué recién pulido?

b) Un globo hinchado que se desata y sale disparado mientras se le va escapando el aire.

c) Un pájaro batiendo sus alas para volar.

d) Un imán sujeto atrae hacia sí a un trozo de hierro. Si después sujetamos el trozo de hierro y soltamos el imán es el trozo de hierro el que atrae al imán.

5 **Tenemos un ascensor de masa *m* sujeto por una cadena de acero. Si llamamos tensión ($\vec{T}$) a la fuerza con la que una cadena, cuerda, etc., tira de algún objeto debido a la 3.ª ley de Newton:**

SOLUCIÓN

a) Dibuja a continuación las dos fuerzas de las que habla la 3.ª ley de Newton.

b) Usando la 2.ª ley de Newton, halla la tensión que soporta la cadena en tres casos. (Toma positivas las fuerzas en el sentido del movimiento y negativas en sentido contrario.)

1. Si el ascensor subiera con velocidad constante, bajara con velocidad constante o estuviese suspendido en el aire:

2. Si sube con una aceleración a:

3. Si baja con aceleración a:

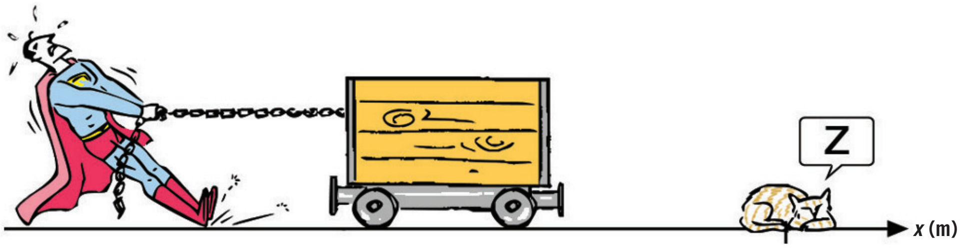
Ordena de mayor a menor las tensiones que soporta la cadena.

NOMBRE: ____________________ CURSO: __________ FECHA: __________

6 **Un vagón de 1100 kg de masa que se ha soltado de un tren se dirige a 5 m/s hacia un gatito que duerme plácidamente en la vía. En un instante aparece Supermán e intenta pararlo tirando del vagón hacia atrás con una cadena que tiene una resistencia de 450 N. No hay rozamiento.**

SOLUCIÓN

a) Dibuja la fuerza o fuerzas que actúan en la dirección del movimiento y el vector aceleración.



b) Utilizando la 2.ª ley de Newton, calcula la aceleración máxima con la que Supermán puede frenar el vagón.
Pistas:
- Toma positivas las fuerzas en el sentido del movimiento y negativas las fuerzas en sentido contrario al movimiento.
- Para conseguir la aceleración máxima de frenado Supermán deberá tirar con la mayor fuerza posible (¡sin que se rompa la cadena!).

Responde ahora usando tus conocimientos de cinemática.

c) ¿Cuánto tiempo estará tirando Supermán de la cadena hasta que pare el vagón?

d) ¿A qué distancia como mínimo debía estar el gatito del vagón cuando Supermán empezó a frenarlo si no lo atropelló?

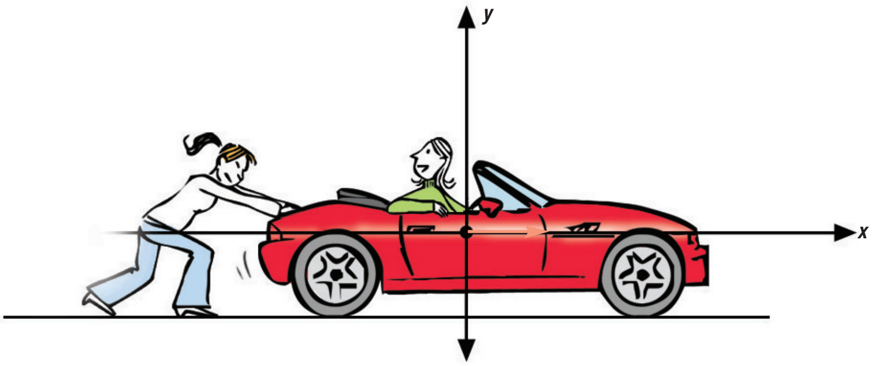
SEGUNDA LEY DE NEWTON Y APLICACIÓN A LA CINEMÁTICA

NOMBRE: ____________________ CURSO: __________ FECHA: __________

7 **Dos amigas van en un coche y de pronto se les para el motor. Una de las dos baja a empujar ejerciendo una fuerza de 300 N hasta que consigue que el motor vuelva a arrancar con una fuerza de 6000 N. Sabemos que la masa del coche con la conductora es de 1200 kg y que el coeficiente de rozamiento de las ruedas con el asfalto es de $\mu = 0,3$.**

SOLUCIÓN

a) Dibuja las fuerzas existentes en la dirección del movimiento (eje X) y en la dirección perpendicular al movimiento (eje Y) justo en el momento en el que el coche arranca.



b) Calcula el valor de la normal aplicando la segunda ley de Newton al eje Y.

c) Calcula el valor de la fuerza de rozamiento del coche con el asfalto.

d) Calcula la aceleración con la que arrancaría el coche aplicando la segunda ley de Newton al eje X.

e) Si mantuviera el motor del coche la misma fuerza de 6000 N después de que la amiga dejase de empujar, ¿con qué aceleración se movería?

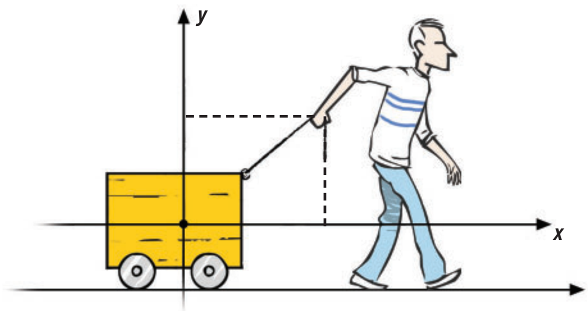
f) Si cuando la amiga paró de empujar el coche, este se movía con una velocidad de 2 m/s y mantuvo la anterior aceleración durante 5 s, ¿qué espacio recorrió en ese tiempo?

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

8 **Una persona arrastra un carrito de 12 kg de masa por un suelo horizontal tirando de una cuerda que forma un ángulo de $\alpha = 40°$ con él con una fuerza de 50 N. Sabemos que el carrito es arrastrado con velocidad constante y que existe rozamiento.**

SOLUCIÓN

a) Dibuja las fuerzas existentes y descompón la fuerza $\vec{F}$ con la que la persona tira de la cuerda como suma de una fuerza $\vec{F}_x$ en el eje X y otra $\vec{F}_y$ en el eje Y:



b) Halla los módulos de $\vec{F}_x$ y de $\vec{F}_y$ utilizando tus conocimientos sobre seno y coseno de un ángulo.

c) Aplica la segunda ley de Newton al eje Y y despeja el valor de la normal.
Pista: ¡No olvides considerar la $\vec{F}_y$!

d) Aplica la segunda ley de Newton al eje X y despeja el valor de la fuerza de rozamiento.

e) Con los resultados de los apartados c y d, halla el coeficiente de rozamiento μ.

f) ¿Con cuánta fuerza horizontal tendría que tirar para que se moviese con velocidad constante? Compárala con la $\vec{F}_x$ anterior y saca alguna conclusión.

SEGUNDA LEY DE NEWTON Y APLICACIÓN A LA CINEMÁTICA

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Movimiento por un plano inclinado

Cuando el movimiento de nuestro objeto ocurra a lo largo de un plano inclinado un cierto ángulo α respecto a la horizontal, la forma más fácil de resolverlo es seguir los siguientes pasos:

1. Dibujamos un eje X en la dirección en la que se mueve nuestro objeto (en dirección paralela al plano inclinado) y un eje Y en la dirección perpendicular al eje X.
2. Dibujamos sobre nuestro objeto todas las fuerzas que aparecen en el problema. (La normal $\vec{N}$, el peso $\vec{P}$, la fuerza de rozamiento $\vec{F}_R$, otras de las que te hable el problema: motores, alguien tirando o empujando...)

   Recuerda que:

   - La normal $\vec{N}$ es siempre perpendicular al plano sobre el que está apoyado el objeto, en este caso el plano inclinado. Por tanto, estará siempre en la dirección del eje Y.
   - El peso $\vec{P}$ apunta siempre hacia el centro de la Tierra; por tanto, será perpendicular al plano horizontal, por lo que no estará ni en el eje X ni en el eje Y. Su módulo vale:

   $$|\vec{P}| = m \cdot g$$

   - La fuerza de rozamiento está siempre en la dirección del movimiento (eje X) y en sentido contrario a este.

   $$|\vec{F}_R| = \mu\,|\vec{N}|$$

3. Las fuerzas que no estén o en el eje X o en el eje Y, las descomponemos en estos ejes. (Una que siempre habrá que descomponer será el peso: $\vec{P}$.)

   Es decir:

   $$\vec{F} = \vec{F}_x + \vec{F}_y$$

4. Usando la trigonometría, hallamos el valor de las componentes de las fuerzas que hemos descompuesto.

   Esto es:

   $$F_x = F \cdot \text{sen}\ \alpha$$
   $$F_y = F \cdot \cos\ \alpha$$

5. Aplicamos la segunda ley de Newton ($F_{Total} = m \cdot a$) a las fuerzas del eje Y, y así en muchos casos hallaremos el valor de $|\vec{N}|$ y, por tanto, el de $|\vec{F}_R| = \mu\,|\vec{N}|$.
6. Aplicamos la segunda ley de Newton ($F_{Total} = m \cdot a$) a las fuerzas del eje X, y así hallaremos lo que nos pidan en la dirección del movimiento (aceleración, alguna fuerza...).
7. Si conocemos la aceleración, podemos usarla para resolver cualquier pregunta sobre cinemática.

Veamos estos pasos a través de un ejemplo.

SEGUNDA LEY DE NEWTON Y APLICACIÓN A LA CINEMÁTICA

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

2. EJERCICIO RESUELTO

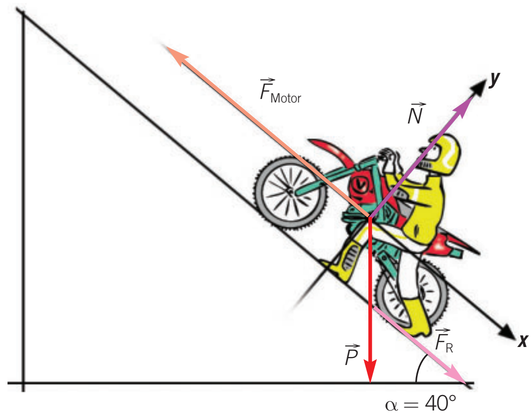
Una moto de motocross que junto con su motorista tienen una masa de 250 kg, se dispone a hacer una acrobacia subiendo por una rampa inclinada un ángulo $\alpha = 40°$ respecto a la horizontal. La rampa mide 50 m de longitud y el coeficiente de rozamiento es $\mu = 0,5$. El motor ejerce una fuerza constante durante la subida de 3500 N.

SOLUCIÓN

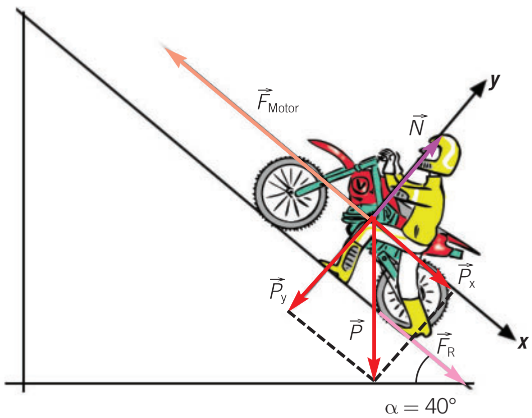
a) Calcula la aceleración con la que sube por la rampa.

Seguimos los siguientes pasos:

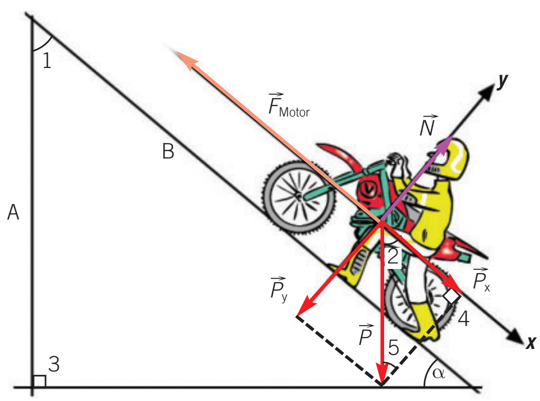
1. Representamos un eje X en la dirección del movimiento (paralelo al plano inclinado) y un eje Y perpendicular al eje X y dibujamos todas las fuerzas que intervienen.



2. Descomponemos el peso $\vec{P}$ como la suma de una componente en el eje X → $\vec{P}_x$ y otra en el eje Y → $\vec{P}_y$.



3. Identificamos el ángulo α en alguno de los nuevos triángulos rectángulos que han aparecido en el dibujo anterior usando semejanza de triángulos.



continúa →

NOMBRE: ______________ CURSO: ________ FECHA: ________

- La dirección de $\vec{P}$ y el lado A son paralelos y la dirección de $\vec{P}_x$ y el lado B son paralelos → Los ángulos 1 y 2 son iguales.
- Los ángulos 3 y 4 son ambos de 90°.

Entonces, como los ángulos interiores de cualquier triángulo suman lo mismo → El ángulo 5 ha de ser el ángulo α.

4. Nos fijamos entonces en el triángulo rectángulo de ángulos 2, 4 y 5 (el 5 desde ahora lo llamaremos ya ángulo α), y así con un poco de trigonometría podemos hallar las componentes del peso $|\vec{P}_x|$ y $|\vec{P}_y|$:

- $\text{sen}\ \alpha = \dfrac{|\vec{P}_x|}{|\vec{P}|} \rightarrow |\vec{P}_x| = |\vec{P}| \cdot \text{sen}\ \alpha = m \cdot g \cdot \text{sen}\ \alpha = 250\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot \text{sen}\ 40° \rightarrow$

  $\rightarrow |\vec{P}_x| = 1574{,}8\ \text{N}$

- $\cos\alpha = \dfrac{|\vec{P}_y|}{|\vec{P}|} \rightarrow |\vec{P}_y| = |\vec{P}| \cdot \cos\alpha = m \cdot g \cdot \cos\alpha = 250\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot \cos 40° \rightarrow$

  $\rightarrow |\vec{P}_y| = 1876{,}8\ \text{N}$

5. Aplicamos la segunda ley de Newton al eje Y y hallamos el valor de la normal:

$$F_{\text{Total eje Y}} = m \cdot a_y \rightarrow N - P_y = 0 \rightarrow N = P_y = 1876{,}8\ \text{N}$$

($a_y = 0$, pues no hay movimiento en el eje Y.)

6. Conocida la normal hallamos el valor de la fuerza de rozamiento.

$$F_R = \mu \cdot N = 0{,}5 \cdot 1876{,}8\ \text{N} = 938{,}4\ \text{N}$$

7. Por último, aplicamos la segunda ley de Newton al eje X y despejamos el valor de la aceleración con la que sube por la rampa:

$$F_{\text{Total eje X}} = m \cdot a_x \rightarrow$$

$$\rightarrow F - P_x - F_R = m \cdot a_x \rightarrow a_x = \frac{F - P_x - F_R}{m} \rightarrow$$

$$\rightarrow a_x \rightarrow \frac{3500\ \text{N} - 1574{,}8\ \text{N} - 938{,}4\ \text{N}}{250\ \text{kg}} \rightarrow 3{,}59\ \text{m/s}^2$$

Si coge carrerilla y comienza a subir la rampa con una velocidad inicial de 10 m/s:

b) ¿Qué velocidad tendrá la moto 3 s después?

$$v = v_0 + a \cdot t = 10\ \text{m/s} + 3{,}95\ \text{m/s}^2 \cdot 3\ \text{s} = 21{,}85\ \text{m/s}^2$$

c) ¿Qué velocidad tendrá cuando lleve recorrida la mitad de distancia?

$$v^2 - v_0^2 = 2 \cdot a \cdot s \rightarrow v = \sqrt{v_0^2 + 2 \cdot a \cdot s} = \sqrt{10^2 + 2 \cdot 3{,}95 \cdot 25} \rightarrow$$

$$\rightarrow v = 17{,}25\ \text{m/s}$$

d) ¿Que fuerza debería hacer el motor de la moto para que subiera con $a = 5\ \text{m/s}^2$?

Aplicamos de nuevo la segunda ley de Newton al eje X:

$$F_{\text{Total eje X}} = m \cdot a_x \rightarrow F - P_x - F_R = m \cdot a_x \rightarrow$$

$$\rightarrow F = P_x + F_R + m \cdot a = 1574{,}8\ \text{N} + 938{,}4\ \text{N} + 250\ \text{N} \cdot 5\ \text{m/s}^2 = 3763\ \text{N}$$

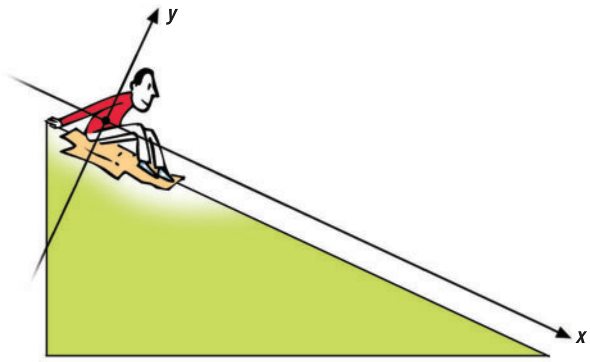
SEGUNDA LEY DE NEWTON Y APLICACIÓN A LA CINEMÁTICA

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

9 Un hombre se encuentra sentado encima de un cartón sobre la ladera de una montaña que está inclinada un ángulo $\alpha = 25°$ con respecto a la horizontal. Hay rozamiento.

SOLUCIÓN

a) Dibuja todas las fuerzas existentes y descompón el peso $\vec{P}$ como la suma de una componente en el eje X $\rightarrow \vec{P}_x$ y otra en el eje Y $\rightarrow \vec{P}_y$.



b) ¿Resbalará o no el hombre por la ladera? Analiza en qué caso ocurrirá cada cosa basándote en las fuerzas que has dibujado en el apartado anterior.

c) Con el análisis anterior deduce para qué valores de coeficiente de rozamiento μ resbalará el hombre por la ladera y para cuáles no. (Pista: averigua dónde más aparece el ángulo α por semejanza de triángulos y así conocerás $|\vec{P}_x|$ y $|\vec{P}_y|$.)

FUERZA CENTRÍPETA

NOMBRE: ____________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Recuerda que...

En cualquier tipo de movimiento, cuando la velocidad cambia aparece una nueva magnitud física que es la aceleración, que nos indica cómo de rápido cambia esa velocidad. Pero, como sabes, la velocidad es un vector, y basta con que cambie cualquiera de sus características (módulo, dirección y sentido) para que ella cambie y, por tanto, exista aceleración.

En el caso particular de un cuerpo de masa *m* con movimiento circular (la trayectoria es una circunferencia de radio *r*), como la velocidad es siempre tangente a la trayectoria, la dirección de la velocidad está cambiando continuamente, por lo que habrá siempre una aceleración responsable de este cambio de la dirección de la velocidad.

A esa aceleración, que es otro vector, se le llama **aceleración normal o centrípeta: $\vec{a}_C$**.

Las características de $\vec{a}_C$ son:

$\vec{a}_C \rightarrow$

- Dirección: línea que une el cuerpo con el centro de la circunferencia.
- Sentido: hacia el centro de la circunferencia.
- Módulo: $|\vec{a}_C| = \dfrac{v^2}{r}$.

$v =$ velocidad del cuerpo; $r =$ radio de la circunferencia.

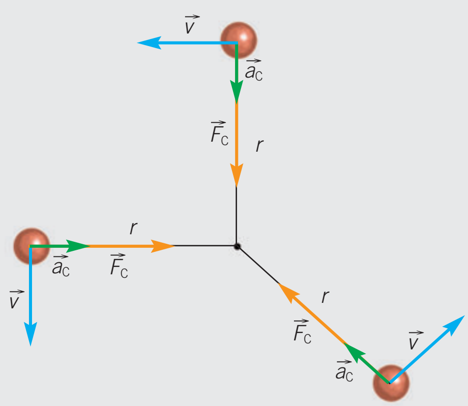
Esta aceleración, según la segunda ley de Newton, estará provocada por una fuerza, denominada **fuerza normal o centrípeta** $\vec{F}_C$, con $\vec{F}_C = m \cdot a_C$.

Entonces:

$\vec{a}_C \rightarrow$

- Dirección: línea que une el cuerpo con el centro de la circunferencia.
- Sentido: hacia el centro de la circunferencia.
- Módulo: $|\vec{F}_C| = m \cdot |\vec{a}_C| = m \cdot \dfrac{v^2}{r}$.

$v =$ velocidad del cuerpo; $r =$ radio de la circunferencia.

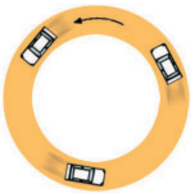


Si esa $\vec{F}_C$ desapareciera por el motivo que fuese, ya no cambiaría la dirección del vector velocidad y ya no habría movimiento circular, por lo que el cuerpo seguiría moviéndose en la dirección que tuviera la velocidad en ese momento (tangente a la trayectoria), lo que se le llama también «**salirse por la tangente**».

FUERZA CENTRÍPETA

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

1 **Dibuja los vectores velocidad, aceleración centrípeta y fuerza centrípeta de un coche dando vueltas en una pista circular cuando se encuentre en las posiciones indicadas en el dibujo. Señala también la trayectoria que seguiría el coche si sus neumáticos perdieran la tracción con el suelo cuando estuviera en esas posiciones.**



SOLUCIÓN

Esa fuerza centrípeta que causa el movimiento circular siempre vale como hemos visto $|\vec{F}_c| = m \cdot \frac{v^2}{r}$, pero la causa de que exista esa fuerza centrípeta varía según el tipo de movimiento circular que sea. Veamos algunos ejemplos:

Coche tomando una curva

La fuerza centrípeta en este caso la provoca el rozamiento de los neumáticos con el suelo. Por tanto:

- En este caso: $|\vec{F}_C| = |\vec{F}_R| = \mu \cdot |\vec{N}| = \mu \cdot |\vec{P}| = \mu \cdot m \cdot g$
- Y siempre se cumple además:

$$|\vec{F}_C| = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

Igualando:

$$\mu \cdot m \cdot g = m = \frac{v^2}{r} \rightarrow v = \sqrt{\mu \cdot g \cdot r}$$

Es la velocidad máxima con la que ha de tomar la curva de radio r para no salirse con μ = coeficiente de rozamiento de los neumáticos con el suelo. Vemos que:

- **Puede tomar la curva más rápido cuanto mayor sea μ.** (Por eso se intentan mejorar continuamente los neumáticos de los coches.)
- Puede tomar la curva más rápido **cuanto mayor sea g.**
- Puede tomar la curva más rápido **cuanto mayor sea el radio r.**

2 **Responde:**

SOLUCIÓN

a) Si la misma curva estuviera en la Luna, ¿cómo debería tomarla, más lenta o más rápida?

b) ¿Qué curva se puede tomar con mayor velocidad, una más cerrada o una más abierta?

c) ¿Con qué velocidad máxima tomaría una curva de 10 m de radio un camión si el coeficiente de rozamiento máximo de los neumáticos con el asfalto es μ = 0,8?

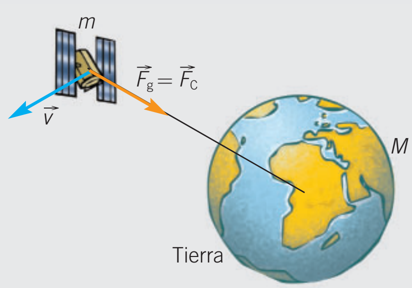
NOMBRE: ____________ CURSO: ________ FECHA: ________

3 **Qué radio tiene una curva que se toma a 95 km/h, que es la máxima velocidad posible con mis neumáticos de $\mu = 0,9$?**

SOLUCIÓN

Un satélite girando alrededor de la Tierra

La fuerza centrípeta en este caso la provoca la fuerza de atracción entre las dos masas, explicada por Newton en su ley de gravitación universal:



En este caso:

$$|\vec{F}_C| = |\vec{F}_g| = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}$$

- G = cte. de gravitación universal = $6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N · m²/kg².
- M = masa de la Tierra = $6 \cdot 10^{24}$ kg.
- m = masa del satélite.
- r = radio de la órbita, distancia desde el centro de la Tierra al centro de la Luna = $3{,}84 \cdot 10^8$ m.

Y siempre se cumple además:

$$|\vec{F}_C| = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

Igualando:

$$G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2} = m \cdot \frac{v^2}{r} \rightarrow v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$$

Esta es la velocidad del satélite en la órbita.

Observamos que si queremos colocar un satélite en una órbita de radio r, lo tenemos que colocar con una velocidad que viene dada por esa expresión. Si no lo hacemos, no describirá una circunferencia.

4 **¿Con qué velocidad se mueve el satélite Meteosat si su órbita tiene un radio de $r = 2 \cdot 10^7$ m?**

SOLUCIÓN

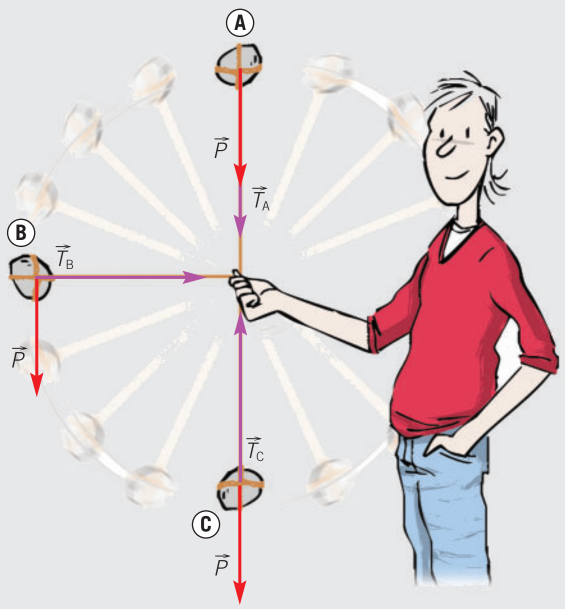
FUERZA CENTRÍPETA

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Un chico dando vueltas a una piedra atada con una cuerda en un plano perpendicular al suelo

Quién provoca la fuerza centrípeta en este caso depende de la posición en la que se encuentre la piedra. Veamos:

Recordemos que $|\vec{F}_C|$ no es otra fuerza más añadida, sino la fuerza resultante de sumar todas las fuerzas que haya en la dirección que une el cuerpo que gira con el centro de la circunferencia, y tiene sentido hacia el centro de la circunferencia.



- Cuando la piedra está en la posición A:
$$|\vec{F}_C| = |\vec{T}_A| + |\vec{P}|$$
- Cuando la piedra está en la posición B:
$$|\vec{F}_C| = |\vec{T}_B|$$
- Cuando la piedra está en la posición C:
$$|\vec{F}_C| = |\vec{T}_C| - |\vec{P}|$$

5 **Si la piedra en su giro mantiene constante el módulo de su velocidad, ¿en qué posición: A, B, o C es más probable que la cuerda se rompa?**

SOLUCIÓN

Sigue los siguientes pasos:

1. Despeja la tensión en cada posición en las expresiones anteriores:

2. Ordena las tensiones de mayor a menor y responde a la pregunta:

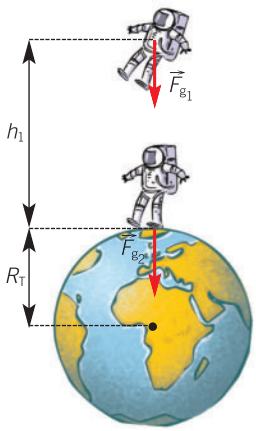
CAMPO GRAVITATORIO. DEPENDENCIA CON LA ALTURA

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

1. EJERCICIO RESUELTO

¿A qué altura estaba un astronauta sobre la superficie de la Tierra, si cuando regresó a esta su peso se triplicó (sin variar su masa)? Dato: $R_T = 6{,}37 \cdot 10^6$ m.

SOLUCIÓN



① Como el peso es la fuerza gravitatoria, según el enunciado, en el dibujo se cumple:

$$|\vec{F}_g|_1 = \frac{1}{3}|\vec{F}_g|_2 \rightarrow 3 \cdot |\vec{F}_g|_1 = |\vec{F}_g|_2$$

¡Piensa dónde va el 3 o el $\frac{1}{3}$, es fácil confundirse!

② Pero como $\vec{F}_g = m\vec{g}$, y la masa m no cambia, el peso se triplica porque $\vec{g}$ se triplica, es decir:

$$3|\vec{F}_g|_1 = |\vec{F}_g|_2 \rightarrow 3m|\vec{g}|_1 = m|\vec{g}|_2 \rightarrow 3\,|\vec{g}|_1 = |\vec{g}|_2$$

Sustituyendo la expresión de $|\vec{g}|$:

$$3 \cdot G \cdot \frac{3}{(R_T + h_1)^2} = G \cdot \frac{1}{(R_T)^2} \rightarrow \frac{3}{(R_T + h_1)^2} = \frac{1}{(R_T)^2} \rightarrow \frac{(R_T)^2}{(R_T + h_1)^2} = \frac{1}{3}$$

Se van G y M. Reordenando, hallamos la raíz en ambos miembros, multiplicamos en cruz y agrupamos.

$$\sqrt{\frac{(R_T)^2}{(R_T + h_1)^2}} = \sqrt{\frac{1}{3}} \rightarrow \frac{R_T}{R_T + h_1} = \frac{1}{\sqrt{3}} \rightarrow \sqrt{3}R_T = R_T + h_1 \rightarrow \sqrt{3}R_T - R_T = h_1$$

Sacamos factor común y sustituimos R_T.

$$(\sqrt{3} - 1) \cdot R_T = h_1 \rightarrow h_1 = (\sqrt{3} - 1) \cdot 6{,}37 \cdot 10^6 = 4{,}66 \cdot 10^6 \text{ m de altura}$$

6 **Sigue los pasos anteriores y resuelve: ¿a qué altura sobre la superficie de la Tierra debería subir una persona para reducir su peso a la mitad? Dato: $R_T = 6{,}37 \cdot 10^6$ m.**

SOLUCIÓN

COMPARACIÓN DE MAGNITUDES

NOMBRE: ____________________ CURSO: __________ FECHA: __________

2. EJERCICIO RESUELTO

Calculemos el valor de la gravedad en la superficie de Mercurio (g_M), sabiendo que la gravedad en la superficie de la Tierra es $g_T = 9,8$ m/s^2, y que la Tierra tiene una masa 45 veces mayor que Mercurio y un radio tres veces más grande.

SOLUCIÓN

Sigamos los siguientes pasos:

1. Escribimos matemáticamente la información del enunciado:

$$M_T = 45\ M_M;\ R_T = 3\ R_M;\ g_T = 9{,}8\ \text{m/s}^2$$

2. Escribimos las expresiones de las magnitudes a comparar, en este caso g_T y g_M:

$$g_T = G \cdot \frac{M_T}{R_T^2};\quad g_M = G \cdot \frac{M_M}{R_M^2}$$

3. Dividimos ambas expresiones, que es la mejor manera de compararlas, de saber cuántas veces es mayor una que otra.

$$\frac{g_T}{g_M} = \frac{G \cdot \frac{M_T}{R_T^2}}{G \cdot \frac{M_M}{R_M^2}} \rightarrow \frac{G \cdot \frac{45 \cdot M_M}{(3 \cdot R_M)^2}}{G \cdot \frac{M_M}{R_M^2}} \rightarrow \frac{\cancel{G} \cdot \frac{45 \cdot \cancel{M_M}}{3^2 \cdot \cancel{R_M^2}}}{\cancel{G} \cdot \frac{\cancel{M_M}}{\cancel{R_M^2}}} \rightarrow \frac{45}{9} = 5 \rightarrow$$

$$\rightarrow g_M = \frac{g_T}{5} = \frac{9{,}8}{5} = 1{,}96\ \text{m/s}^2$$

(Operamos, simplificamos, sustituimos g_T. Sustituimos $M_T = 45 \cdot M_M$ y $R_T = 3 \cdot R_M$.)

7 **Siguiendo los pasos anteriores resuelve el siguiente ejercicio. Calcula el valor de la gravedad en la superficie de la Luna (g_L), sabiendo que la gravedad en la superficie de la Tierra es $g_T = 9,8$ m/s^2, que el radio de la Luna es 0,27 veces el de la Tierra y que la masa de la Luna es un 1,24 % de la de la Tierra.**

SOLUCIÓN

1. Escribimos matemáticamente la información del enunciado.

2. Escribimos las expresiones de las magnitudes a comparar, en este caso g_T y g_M:

3. Dividimos ambas expresiones, sustituimos datos, operamos y simplificamos.

¿QUÉ TRAYECTORIA TENDRÍA?

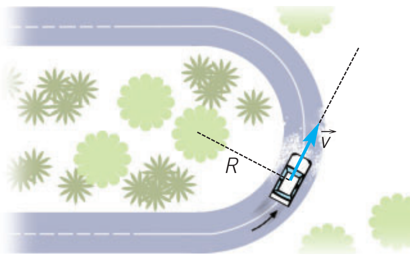
NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

3. EJERCICIO RESUELTO

Explica y dibuja la trayectoria que seguirían los siguientes cuerpos, así como el tipo de movimiento, en las situaciones que se plantean, utilizando tus conocimientos físicos sobre cinemática y dinámica:

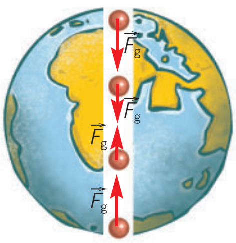
SOLUCIÓN

a) Un coche que está tomando una curva y patina debido a que hay arena en el asfalto.



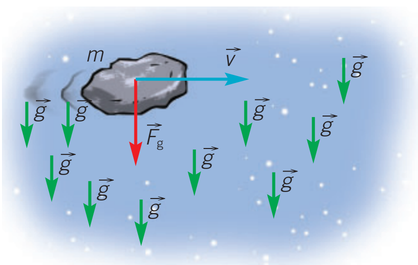
Cuando el coche patina deja de existir la fuerza centrípeta que era provocada por el rozamiento de los neumáticos con el asfalto, por lo que deja de cambiar la dirección de la velocidad. Por este motivo el coche seguiría una trayectoria rectilínea en la dirección tangente a la trayectoria que tenía la velocidad justo cuando el coche comenzó a patinar. Es decir, el coche **«se sale por la tangente»**.

b) Un cuerpo que cayera por un supuesto agujero hecho en algún lugar de España, que llegara al núcleo de la Tierra y continuara hasta salir por Australia (nuestras antípodas).



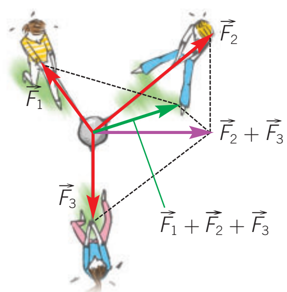
La fuerza de la gravedad primero aceleraría el cuerpo (no influye cómo varía al introducirnos en la Tierra) de la misma forma que luego le frenaría tras pasar el núcleo, con lo que el cuerpo llegaría hasta Australia y volvería a caer («¡subir!»). La trayectoria sería rectilínea con un movimiento de ida y vuelta similar al de un yo-yo o al de un cuerpo sujeto a un muelle que estiras y dejas en libertad. En el futuro verás que este movimiento se llama **movimiento armónico simple**.

c) Una masa que se mueve por el espacio con velocidad constante y de pronto entra en un campo gravitatorio perpendicular a ella.



Tendría un MRU en la dirección que llevaba la velocidad y un MRUA en la dirección perpendicular a la velocidad pues habrá una aceleración debido a que hay una fuerza (gravitatoria en este caso). Se llama **composición de movimientos** y el resultado es una **trayectoria parabólica** similar a la que describiría el agua que sale de la manguera de un bombero.

d) Un cuerpo sometido a las siguientes tres fuerzas constantes.



Se movería con un **MRUA** en una **trayectoria rectilínea** en la dirección de la fuerza resultante y con una aceleración que podemos calcular según nos explica la **segunda ley de Newton**:

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{F}}{m}$$

¿QUÉ TRAYECTORIA TENDRÍA?

NOMBRE: ____________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Recuerda que…

Un cuerpo que se mueve con movimiento circular va cambiando continuamente la dirección de su velocidad, que siempre es tangente a la trayectoria. Ese cambio es debido a una aceleración, llamada centrípeta, que es causada a su vez por una fuerza según la segunda ley de Newton, llamada **fuerza centrípeta**.

Cuando el movimiento circular es de una masa alrededor de otra, como por ejemplo un satélite alrededor de la Tierra, esa fuerza centrípeta es la fuerza gravitatoria, por lo que podemos calcular el módulo de la velocidad del satélite en su órbita:

En este caso: $|\vec{F}_C| = |\vec{F}_g| = G \cdot \dfrac{M \cdot m}{r^2}$. Y además siempre se cumple: $|\vec{F}_C| = m \cdot \dfrac{v^2}{r}$

Igualando ambas: $G \cdot \dfrac{M \cdot m}{r^2} = m \cdot \dfrac{v^2}{r} \rightarrow v = \sqrt{\dfrac{G \cdot M}{r}} \rightarrow v_{\text{Satélite}}$ en la órbita.

8 **Si mediante un cohete subimos un satélite a una altura *h* sobre la superficie de la Tierra y lo lanzamos con una velocidad $v_{\text{Lanzam.}}$ paralela al suelo, indica cuál sería la trayectoria del satélite en los siguientes casos:**

SOLUCIÓN

1. Si $v_{\text{Lanzam.}} < \sqrt{\dfrac{G \cdot M}{r}}$.

2. Si $v_{\text{Lanzam.}} = \sqrt{\dfrac{G \cdot M}{r}}$.

3. ¿Cuál crees que sería la trayectoria si $v_{\text{Lanzam.}} > \sqrt{\dfrac{G \cdot M}{r}}$?

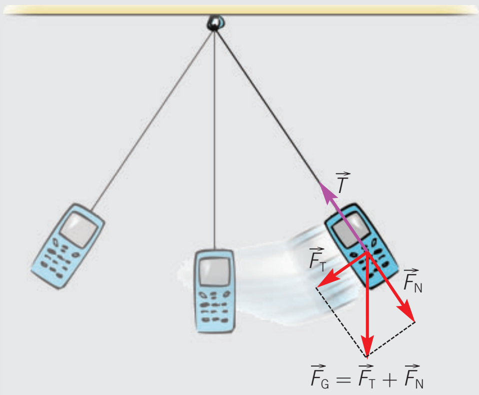
EL PÉNDULO

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Recuerda que…

Si colgamos una masa *m* atada a un hilo de longitud *l* y lo separamos un poco de su posición de equilibrio (en la vertical con el suelo), la masa comenzará a oscilar alrededor de la posición de equilibrio volviendo constantemente al punto inicial.

A cada una de esas oscilaciones que se repiten sin parar se le llama **ciclo**. A este artilugio se le conoce como **péndulo**.



La responsable de que la masa vaya y vuelva constantemente es una componente de la **fuerza gravitatoria**. A esa fuerza responsable en estos tipos de movimiento oscilatorios de ida y vuelta se le llama **fuerza recuperadora**, pues siempre tiende a llevar a la masa *m* hacia la posición de equilibrio.
La otra componente de la $\vec{F}_g$ se compensa con la tensión $\vec{T}$ del hilo.

El péndulo tiene mucha importancia, pues la expresión que mide el tiempo que tarda la masa *m* en realizar una oscilación completa o ciclo (ir y volver), llamado periodo *T*, es conocida desde hace mucho, por lo que el péndulo ha sido históricamente un medidor de tiempos.

El tiempo *T* que tarda el péndulo en realizar una oscilación completa es:

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$$

l = longitud del hilo; g = gravedad del planeta.

Observa:

- *T* solo depende del planeta en el que estés (g) y de la longitud del hilo (l).
- *T* no depende de la masa *m* de lo que oscila.
- *T* no depende de cuánto separes la masa *m* de la posición de equilibrio. Cuanto más la separes, más rápido caerá, pero tardará lo mismo en volver a la posición inicial.

9 **Un chico lleva a sus dos hermanos de masas 10 y 15 kg al parque. Los sube en dos columpios idénticos disponiéndose a empujar a cada uno con una mano.**

SOLUCIÓN

a) Si inicialmente suelta a ambos desde la misma altura sobre el suelo y no se mueve, ¿cuál de ellos volverá antes a su mano?

b) Si inicialmente suelta al de menor masa desde más altura y no se mueve, ¿cuál volverá antes a su mano?

c) Si realiza el mismo experimento con el columpio en la Luna, ¿los periodos serán mayores, menores o iguales?

EL PÉNDULO

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Recuerda que…

Isaac Newton realizó una sorprendente medida por su precisión de la velocidad del sonido en el aire, muy próxima a los 340 m/s conocidos hoy. En aquella época la poca precisión de los relojes utilizados hacía impensable hallar una velocidad tan alta aplicando la expresión del MRU: $v = \frac{\text{espacio recorrido}}{\text{tiempo empleado}}$, pues las distancias podían medirse bien, pero no los tiempos. Él usó el péndulo de forma muy ingeniosa para calcular ese valor. Hizo lo siguiente:

Se colocó al final de un largo pasillo de un monasterio y emitió un sonido justo a la vez que soltaba una masa *m* que colgaba de un hilo y había alejado de su posición de equilibrio. Entonces observaba si le llegaba antes la masa *m* otra vez a la mano o el eco del sonido que había emitido. Su objetivo era que le llegaran a la vez, con lo que repetía el experimento acortando el hilo o haciéndolo más largo.

10 **Si le llegaba antes el eco que la masa *m* del péndulo, ¿tenía que alargar o que acortar el hilo?**

SOLUCIÓN

11 **Si le llegaba antes la masa *m* del péndulo que el eco, ¿tenía que alargar o que acortar el hilo?**

SOLUCIÓN

Así iba repitiendo el experimento variando la longitud del hilo *l* hasta que el eco y la masa le llegaran a la vez. En ese momento el tiempo que había tardado el sonido en ir hasta el final del pasillo y volver era el mismo que el periodo del péndulo, muy fácil de calcular este último, pues conocía *l* y *g*. Conocido el espacio recorrido por el sonido (longitud del pasillo ida y vuelta) y el tiempo que tardó en recorrerlo, halló la velocidad del sonido considerándolo un MRU en esa dirección.

12 **Si el pasillo medía 75 m y cuando la masa del péndulo y el eco le llegaban a la vez el hilo tenía una longitud de 5 cm, ¿qué velocidad tenía el sonido?**

SOLUCIÓN

- Espacio recorrido por el sonido:
- Tiempo empleado en recorrer ese espacio:
  (Expresa *l* en metros.)
- Velocidad del sonido:

AMPLIACIÓN sin soluciones

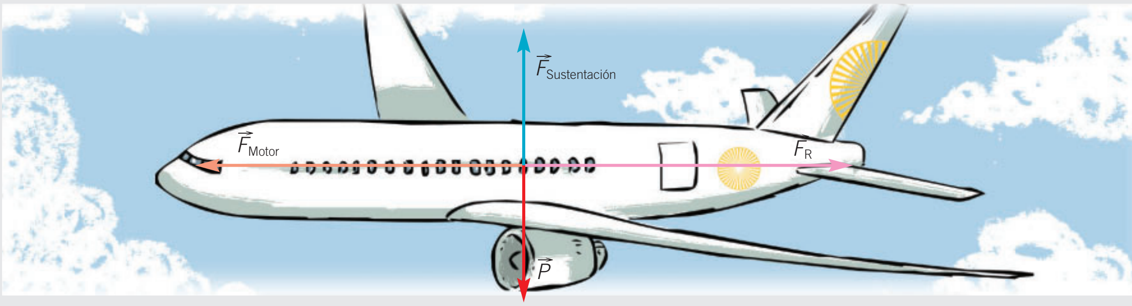
¿POR QUÉ LOS AVIONES SE MANTIENEN EN EL AIRE SIN CAERSE?

NOMBRE: ____________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Recuerda que…

Principio de Bernouilli

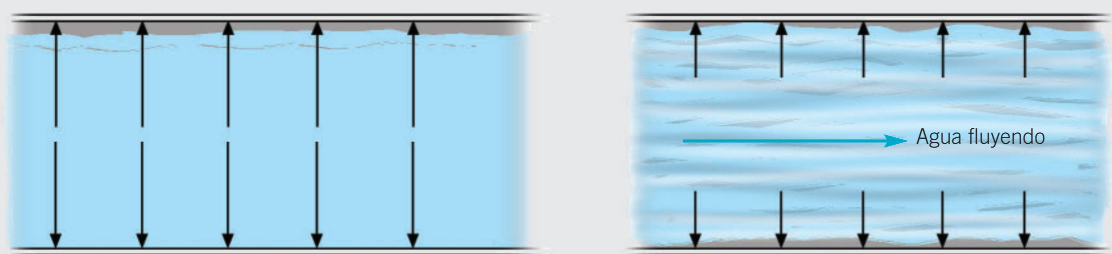
Te parecerá sorprendente que una máquina como un avión con una masa de tantas toneladas sea capaz de sustentarse en el aire. Veámoslo. Sobre un avión volando por el aire actúan básicamente las siguientes cuatro fuerzas:



- **Fuerza del motor:** $\vec{F}_{Motor}$. Es la que ejerce el motor o motores del avión a través de hélices, propulsión a chorro, etc. Sirve para que el avión se desplace hacia adelante, y está en la misma dirección y sentido contrario a la fuerza de rozamiento con el aire. Si es superior a esta, el avión acelerará; y si es igual, volará con velocidad constante (2.ª ley de Newton).
- **Fuerza de rozamiento:** $\vec{F}_{R}$. Es la resistencia que ofrece el aire debido a la fricción con sus partículas. Depende de la forma y material del avión y de la densidad del aire. La reducimos construyendo aviones más aerodinámicos.
- **Peso:** $\vec{P}$. Es la fuerza gravitatoria con la que la Tierra atrae al avión. Apunta hacia el centro de la Tierra y tiene un valor, como ya sabes, de $|\vec{P}| = m \cdot g$.
- **Fuerza de sustentación:** $\vec{F}_{Susten}$. Es la fuerza que permite al avión mantenerse en el aire. Si quiere mantener constante la altura sobre el suelo su módulo ha de ser igual al del peso. Se produce fundamentalmente en las alas y en la cola, y no tanto en el fuselaje (donde van los pasajeros, piloto, carga...). Esta es la fuerza que intentaremos comprender a continuación.

Para entender la sorprendente fuerza de sustentación, $\vec{F}_{Susten}$, es necesario conocer el **principio de Bernouilli**. Veamos.

Nos imaginamos dos trozos de dos tuberías exactamente iguales pero en una de ellas el agua circula y en la otra está parada:



¿En cuál de ellas crees que las partículas de agua ejercerán mayor presión sobre las paredes de la tubería?

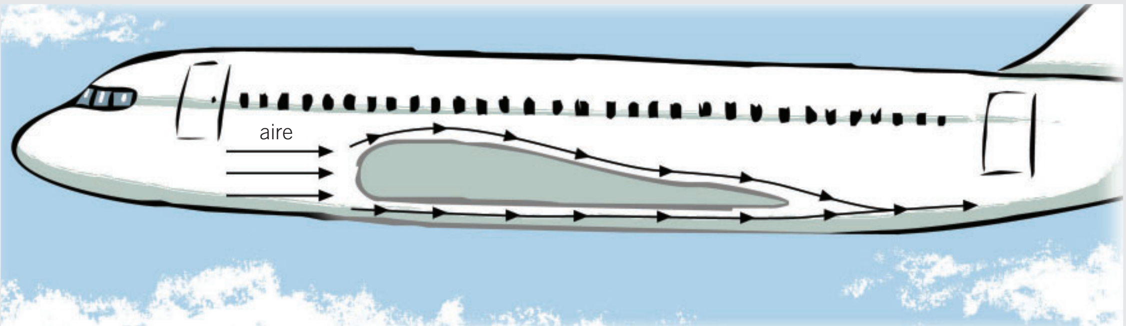
La lógica nos dice que si hay exactamente la misma cantidad de agua en los dos trozos de tubería idénticos, y por consiguiente el mismo número de moléculas, la presión que estas ejercerán será forzosamente la misma.

¿POR QUÉ LOS AVIONES SE MANTIENEN EN EL AIRE SIN CAERSE?

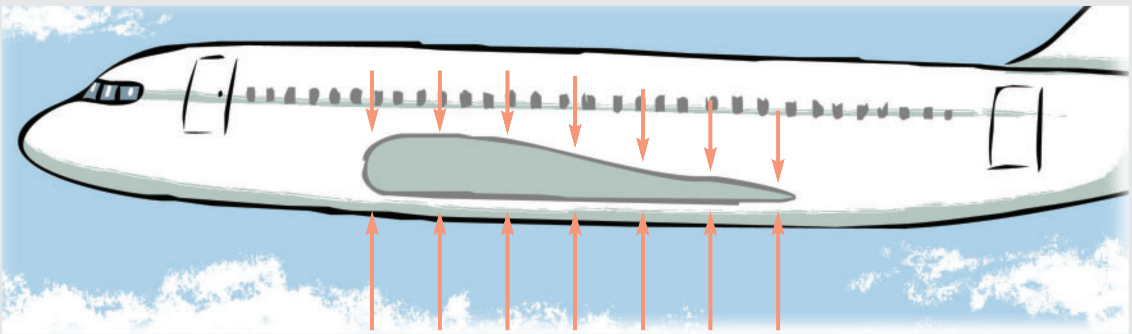
NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

¡Pero sorprendentemente no ocurre así!, sino que, como afirma el principio de Bernouilli, las partículas de agua en movimiento ejercen menos presión que las que están paradas. Este principio se puede generalizar a cualquier fluido (líquidos y gases).

Basándose en las observaciones de Bernouilli se diseñan las alas de un avión.
Veamos una sección transversal:



Cuando un avión está volando, el aire que va chocando con las alas se divide en dos caminos: una parte se va por encima y otra parte por debajo. Si te fijas en la forma de las alas de un avión, son curvas por encima y planas por debajo, y como teóricamente las partículas del aire han de encontrarse a la vez tras recorrerlas, el aire que circula por la parte superior tiene que recorrer más espacio que el que circula por la parte inferior, lo que provoca que las partículas del aire tendrá que ir más deprisa por arriba que por debajo. Como consecuencia de esto y según el principio de Bernouilli el aire ejercerá menos presión en la parte superior de las alas que en la inferior. Esta diferencia de presiones provoca la fuerza de sustentación, $\vec{F}_{\text{Susten}}$, que mantiene al avión sin caerse.



Hay ciertos casos que requieren un estudio más profundo, pues el principio de Bernouilli no explica la sustentación. Un ejemplo son los aviones que pueden de volar boca abajo, como algunos aviones militares, o los que hacen acrobacias, en los que la parte superior e inferior de las alas no tienen diferente curvatura, sino que son simétricas.

1 **Si cuelgas del techo dos manzanas muy próximas y soplas en el espacio que hay entre ellas, ¿qué crees que ocurrirá? Haz el experimento y da una explicación a lo que sucede.**

SOLUCIÓN

Observarás que las manzanas se juntan aunque pensáramos que se iban a separar.
Al mover el aire que hay entre ellas, la presión que este ejerce se reduce por el principio de Bernouilli, siendo mayor la que hay en el lado opuesto, lo que hace que se junten.

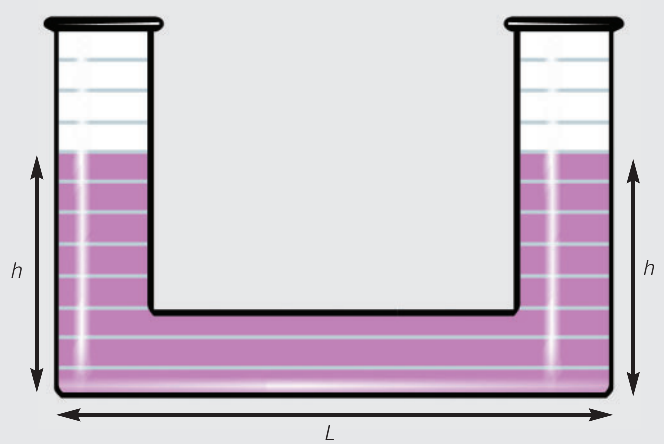
¿PODEMOS CALCULAR LA ACELERACIÓN CON UN MANÓMETRO?

NOMBRE: ______________________________ CURSO: ____________ FECHA: ____________

Recuerda que...

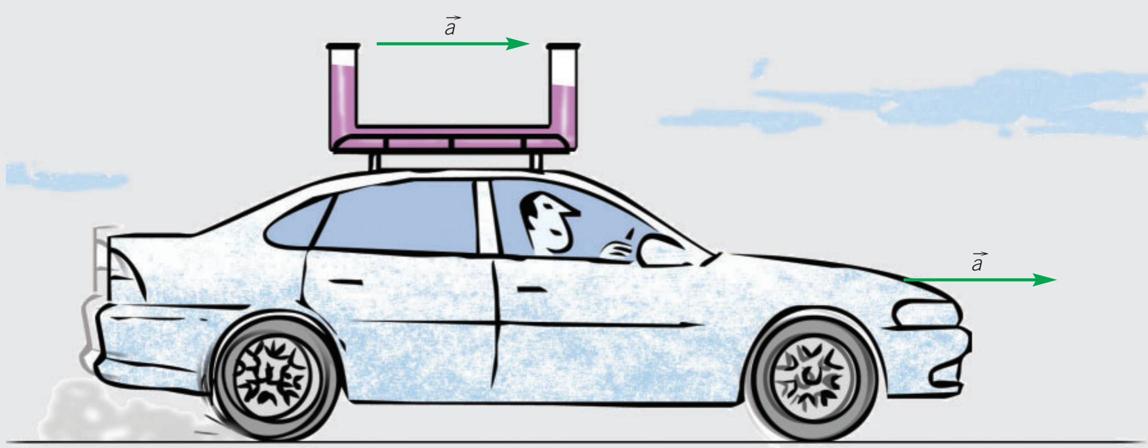
La respuesta es sí. Veamos qué se puede hacer de una manera sencilla con los conocimientos que tienes:

Recuerda que un manómetro es un sencillo aparato que mide la presión de un gas. Normalmente tiene forma de U y un líquido en su interior que en los tramos verticales está al mismo nivel sobre la horizontal según el principio fundamental de la hidrostática. Si conectamos un recipiente que contiene un gas a uno de los extremos del manómetro, el líquido de su interior se desplazará debido a la presión que ejerce dicho gas, dejando de estar nivelados ambos tramos verticales de líquido. Estudiando la diferencia de alturas sabremos la presión que ejerce el gas.



Veamos cómo podemos utilizar el anterior manómetro para medir la aceleración de un coche.

Situamos un manómetro como el anterior amarrado a la baca de un coche que se mueve con aceleración $\vec{a}$, colocado en la forma que indica el dibujo:



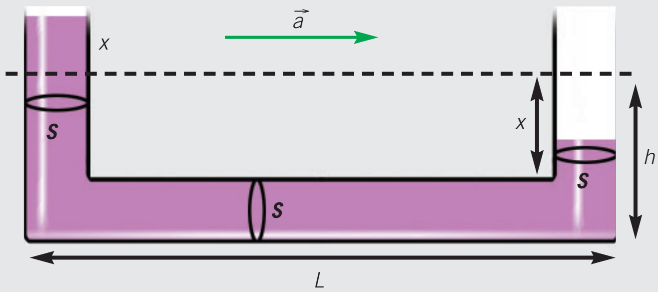
Una persona que estuviese sentada en el arcén* y viese pasar el coche observaría cómo los niveles de líquido de las ramas verticales ya no estarían a la misma altura. Intentemos buscar una relación entre la diferencia de alturas y la aceleración.

* Un sistema de referencia que se encuentra en reposo o moviéndose con velocidad constante se denomina **sistema de referencia inercial** (en este caso está en reposo). Si el sistema de referencia estuviese acelerado (por ejemplo, como lo vería el conductor del coche), se llamaría sistema de referencia no inercial.

¿PODEMOS CALCULAR LA ACELERACIÓN CON UN MANÓMETRO?

NOMBRE: ______ CURSO: ______ FECHA: ______

Lo que vería el observador en reposo sería:



- L = longitud del tramo horizontal.
- x = variación de la altura de líquido en los tramos verticales. (Date cuenta que lo que ha bajado en la rama derecha ha subido en la rama izquierda.)
- S = superficie del círculo resultante al cortar transversalmente cualquiera de los tubos del manómetro. Se le llama **sección**. (Los tres tubos del manómetro en forma de U tienen la misma sección.)
- d = densidad del líquido contenido en el manómetro.
- g = gravedad.

Fijémonos en el líquido contenido en el tramo horizontal L del manómetro:

Sobre él actúan dos fuerzas en la dirección del movimiento (dirección horizontal):

- El peso de la columna de líquido del tramo vertical izquierdo → lo llamamos $\vec{P}_1$.
- El peso de la columna de líquido del tramo vertical derecho → lo llamamos $\vec{P}_2$.

El peso del líquido del tramo horizontal L y la correspondiente reacción del plano son perpendiculares al movimiento horizontal, por lo que no influyen en él.

Aplicando la segunda ley de Newton al líquido del tramo horizontal L:

$$\vec{F}_{\text{Total}} = m \cdot \vec{a} \rightarrow |\vec{P}_1| - |\vec{P}_2| = m_{\text{líquido tramo L}} \cdot |\vec{a}| \qquad [1]$$

Y como sabemos que:

- Densidad $\rightarrow d = \dfrac{m}{V} \rightarrow m = d \cdot V$
- Dado cualquier cilindro, su volumen es:

$$V = \text{Área de la base} \cdot \text{Altura} = S \cdot h \qquad [2]$$

Entonces:

$$|\vec{P}_1| - m_1 \cdot g \overset{[1]}{=} d \cdot V_1 \cdot g \overset{[2]}{=} d \cdot S \cdot (h + x) \cdot g$$

- m_1 = masa líquido columna vertical izquierda.
- V_1 = volumen líquido columna vertical izquierda.

El líquido de la izquierda tiene una altura de $h + x$ (ver dibujo).

$$|\vec{P}_2| - m_2 \cdot g \overset{[1]}{=} d \cdot V_2 \cdot g \overset{[2]}{=} d \cdot S \cdot (h - x) \cdot g$$

- m_2 = masa líquido columna vertical derecha.
- V_2 = volumen líquido columna vertical derecha.

El líquido de la derecha tiene una altura de $h - x$ (ver dibujo).

$$m_{\text{líquido tramo L}} \overset{[1]}{=} d \cdot V \overset{[2]}{=} d \cdot S \cdot L$$

AMPLIACIÓN sin soluciones

¿PODEMOS CALCULAR LA ACELERACIÓN CON UN MANÓMETRO?

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Sustituyendo en la ecuación 1:

$$|\vec{P}_1| - |\vec{P}_2| = m_{\text{líquido tramo L}} \cdot |\vec{a}| \rightarrow d \cdot S \cdot (h + x) \cdot g - d \cdot S \cdot (h - x) \cdot g = d \cdot S \cdot L \cdot |\vec{a}| \rightarrow$$

$$\rightarrow (h + x) \cdot g - (h - x) \cdot g = L \cdot |\vec{a}| \rightarrow \cancel{h \cdot g} + x \cdot g - \cancel{h \cdot g} + x \cdot g = L \cdot |\vec{a}|$$

(Simplificamos, dividimos por $d \cdot S$ y desarrollamos el paréntesis.)

$$2 \cdot x \cdot g = L \cdot |\vec{a}| \rightarrow |\vec{a}| = \frac{2 \cdot x \cdot g}{L} \rightarrow \text{aceleración en función de } g, L \text{ y } x.$$

(Simplificamos y despejamos.)

Vemos que la aceleración es directamente proporcional a la variación de nivel del líquido en los tramos verticales x.

Podríamos hacer la experiencia en cualquier vehículo acelerado.

2 **Colocamos un manómetro de $L = 0{,}4$ m encima de un camión que acelera durante un tiempo con $a = 3$ m/s^2. Dato: $g = 9{,}8$ m/s^2.**

SOLUCIÓN

a) ¿Cuánto variará la altura del líquido de los tramos verticales del manómetro mientras el camión mantiene esa aceleración?

b) Si el camión mantiene esa aceleración constante y cambiamos el manómetro por otro de menor L, ¿sería mayor o menor la variación de nivel de líquido x en los tramos verticales? ¿Y si ponemos un manómetro de mayor L?

c) Si en la situación inicial cambiamos de líquido y ponemos por ejemplo mercurio, ¿sería mayor o menor la variación de nivel de líquido en los tramos verticales?

d) Y si en la situación inicial cambiásemos el manómetro por otro con los tubos del doble de diámetro, ¿sería mayor o menor la variación de nivel de líquido en los tramos verticales?

e) Si colocamos otro manómetro y se observa que si el camión acelera con $a = 5$ m/s^2 la variación de líquido es de 15 cm, ¿qué longitud tenía el tramo horizontal del manómetro?

¿PUEDO CAMINAR SOBRE EL AGUA? FLUIDOS NO NEWTONIANOS

NOMBRE: ______________________ CURSO: ____________ FECHA: ____________

Recuerda que…

Se llaman **fluidos no newtonianos** a aquellos fluidos (líquidos o gases) cuyo comportamiento en determinadas situaciones **incumplen las leyes de Newton**. Su característica fundamental es que **no tienen una viscosidad fija** que les caracterice como les ocurre a los fluidos newtonianos, sino que esta viscosidad varía, depende de cómo se actúe sobre él, de las fuerzas que se les ejerza y la rapidez con la que se les apliquen, y entonces su estado puede cambiar de líquido a sólido y viceversa, no adaptarse a la forma de su envase como los demás fluidos, etc. Ejemplos:

- Mezcla de **agua y almidón de maíz**. Si mezclamos agua y almidón de maíz (podemos comprarlo en el supermercado, hay alguna marca muy popular) obtendremos un fluido no newtoniano con unas características muy curiosas:
  - Si lo removemos lentamente con una cuchara se comportará como un líquido similar a la papilla de un bebé, y si introducimos la mano lentamente se sumergirá sin problemas.
  - Si lo removemos muy rápido tendrá tanta viscosidad que nos costará seguir removiendo, y si golpeamos con un puño, la superficie de la mezcla sentiremos que golpeamos un sólido.
  - Si lo hacemos vibrar constantemente se moverá de forma extraña, como si tuviera vida, retorciéndose caóticamente.

  Esta es una mezcla que absorbe mucho la energía. Por ejemplo, la de los cuerpos que llevan mucha velocidad, por lo que se está investigando con ella para la fabricación de **chalecos antibalas**.
- **La pintura**. Es un fluido no newtoniano de comportamiento totalmente opuesto al anterior. Si un pintor la mueve rápidamente sobre el lienzo la diluye, y cuando la deposita en el cuadro se hace más viscosa y no gotea.
- **Mezcla de arena y agua**. Este es el ejemplo de las «arenas movedizas», un fluido no newtoniano en el que, si estando una persona en su interior se relaja y no se mueve, flotaría, pues es menos densa que la mezcla, si se mueve mucho se hunde, y si pasa corriendo muy rápidamente por encima de ellas se comportarían como un sólido y podría presumir de «caminar sobre el agua».
- **El ketchup**. Es un fluido no newtoniano cuya viscosidad disminuye al moverlo rápidamente, por eso agitamos fuertemente el bote para que salga con mayor facilidad.

Puedes experimentar con ellos y visualizar otros fluidos en Internet visitando:

http://fraann.wordpress.com/2007/08/09/8-experimentos-con-fluidos-no-newtonianos

1. EJERCICIO RESUELTO

Construye un líquido no newtoniano muy conocido: el llamado blandiblú (Flubber). Sigue los siguientes pasos:

SOLUCIÓN

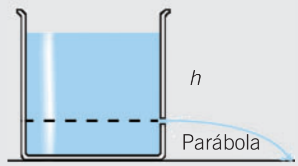
1. Compra borax en la farmacia. (Es una sal blanca. No te la acerques a los ojos porque es irritante.) Echa unas cuantas cucharadas en medio vaso de agua hasta la saturación, es decir, hasta que ya no seas capaz de disolver aunque remuevas.
2. Diluye en otro vaso cola de pegar con un poco de agua y mézclalo bien.
3. Añade la disolución de borax a la de cola líquida removiendo lentamente y observa el resultado.
4. Si quieres dar color a la mezcla añade colorante.

EL FRASCO DE MARIOTTE

NOMBRE: ____________________ CURSO: __________ FECHA: __________

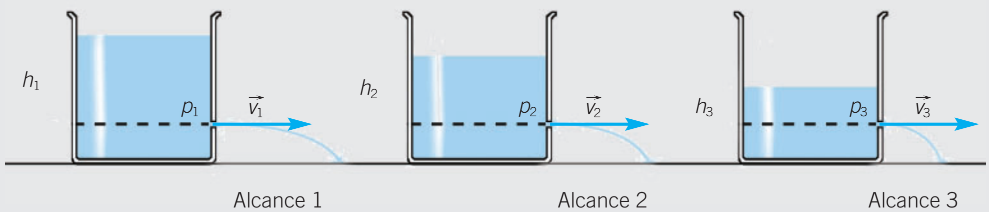
Recuerda que…

Si cogemos un recipiente, lo llenamos de líquido y perforamos un agujero en el lateral, sabemos que el agua saldrá por el orificio describiendo una parábola. El líquido llegará más lejos (*alcance* mayor) cuanta mayor altura de líquido haya por encima del orificio (independientemente de la cantidad de agua del volumen del recipiente; solo importa la altura), puesto que la velocidad de salida del agua será mayor cuanto mayor sea la presión hidrostática sobre el orificio, que viene dada por la expresión:



$$p = d \cdot g \cdot h, \text{ siendo} \begin{cases} p = \text{presión hidrostática} \\ d = \text{densidad del líquido} \\ g = \text{gravedad} \\ h = \text{altura de líquido por encima} \end{cases}$$

Según va pasando el tiempo y el líquido va saliendo, la altura de líquido va disminuyendo, por lo que también disminuye la presión hidrostática sobre el orificio y, por tanto, la velocidad de salida del líquido y el alcance va siendo cada vez menor:



$h_3 < h_2 < h_1$

$p_3 < p_2 < p_1$

$v_3 < v_2 < v_1$

Podríamos calcular la velocidad con la que saldría el líquido del orificio en cada momento, pues según la ley de Torricceli saldría con la misma velocidad que un cuerpo que cayera en caída libre después de haber descendido una altura *h* si partió del reposo.

4 **Realizamos un orificio en un recipiente lleno de agua. Contesta:**

SOLUCIÓN

a) Usando tus conocimientos de cinemática, ¿con qué velocidad saldría una gota del orificio si cuando salió tenía una columna de líquido de 70 cm sobre ella?

b) Si hiciésemos dos orificios más, uno por encima y otro por debajo del nuestro, ¿los chorros de agua que salieran por estos dos nuevos orificios tendrían mayor o menor alcance que el chorro del orificio inicial?

¿Afectarían esos dos nuevos orificios al alcance del primer orificio?

EL FRASCO DE MARIOTTE

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

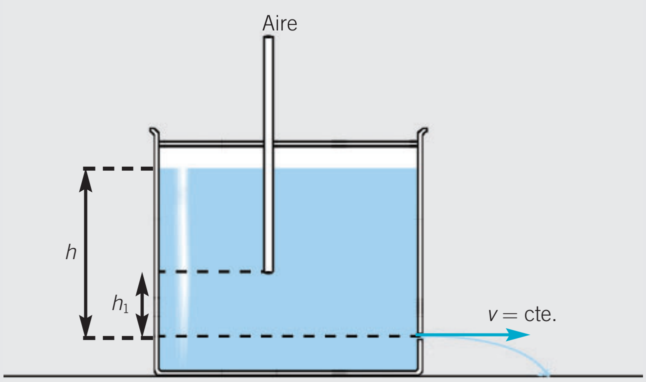
Supongamos ahora que quisiéramos que el alcance del chorro de líquido que sale del orificio fuera constante, es decir, que no disminuyera poco a poco.

¿Podríamos conseguirlo sin gastar ninguna energía, sin usar ningún motor, etc.?

La respuesta es sí, mediante un invento como el que diseñó el francés Adme Mariotte (1620-1684):

El frasco de Mariotte

El invento consiste en llenar un recipiente de líquido como el anterior, taparlo herméticamente e introducir un tubo hueco por la tapa (una pajita), sellarlo perfectamente y conseguir así que solo entre aire al recipiente a través del tubo.



La explicación de que la velocidad de salida del chorro de líquido a través del orificio sea siempre la misma y no disminuya a medida que se vacía el recipiente es que al entrar aire por el tubo, la presión atmosférica que ejerce este aire en contacto con el agua provoca que la presión hidrostática que siente el orificio sea la correspondiente a una columna de líquido de altura h_1, que no cambia si no movemos el tubo, y no de una altura h, que sí varía según baje el nivel del agua.

Por lo tanto, la presión hidrostática que nota el orificio es constante y de valor $p = d \cdot g \cdot h_1$ y la velocidad de salida del líquido también es constante.

5 **Contesta.**

SOLUCIÓN

a) A medida que baja el nivel del líquido y disminuye h, ¿hay algún momento en que la velocidad de salida del líquido deja de ser constante? ¿Cuándo?

b) Según va bajando el nivel del líquido, ¿qué podemos hacer para conseguir que la velocidad de salida del líquido sea constante pero de mayor valor? ¿Y si queremos que sea constante pero de menor valor?

c) Inventa una aplicación para el frasco de Mariotte.

¿CUÁNTO PESA EL AIRE?

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

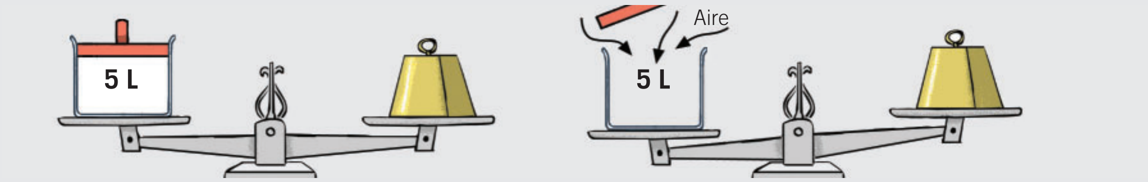
Recuerda que…

Nos preguntamos cuánto pesa el aire porque damos por hecho que el aire pesa, porque conocemos el fenómeno de la presión atmosférica, etc., pero la apasionante pregunta de si el aire pesa ha perseguido a los científicos a lo largo de los tiempos.

¿Das por hecho que pesa algo que ni siquiera eres capaz de ver? ¿Crees que si un recipiente vacío lo llenas con aire va a pesar más aunque el aire flote?

La respuesta ya no parece tan clara. Veamos un experimento de Galileo:

Galileo Galilei (1564-1642) cogió un recipiente de 5 L y le extrajo el aire mediante una bomba de vacío. A continuación colocó el recipiente en una balanza y la equilibró. Seguidamente abrió la llave del recipiente para dejar entrar al aire nuevamente, y ¿qué crees que ocurrió? ¿Se desequilibró la balanza? Pues sí, tuvo que añadir alguna pesa más para volver a equilibrarla **¡El aire pesaba!**



Una vez descubierto que el aire pesa, ante la pregunta de cuánto pesa, podemos responder de entrada que pesa mucho más de lo que pensamos, como veremos enseguida. Para hablar de su peso debemos tener en cuenta varias cosas:

- Si pesamos el aire contenido en un cierto volumen, su peso **depende de la presión** a la que esté en su interior. Por ejemplo, el aire comprimido que contiene una bombona de acero de 15 L de un submarinista está a una presión 200 veces superior a la atmosférica. Ese aire a presión atmosférica ocuparía 3000 L (3 m^3). El aire del interior de la bombona pesa 4 kg.
- **Según subimos en la atmósfera**, el aire es cada vez menos denso y pesa menos.
- El **aire caliente pesa menos** que el aire frío.
- El **aire seco pesa menos** que el húmedo.

Teniendo en cuenta todo lo anterior podemos establecer que en condiciones normales y a nivel del mar, el aire contenido en un cubo de lado 1 m pesa alrededor de 1,3 kg, o lo que es lo mismo, que su densidad es 1,3 kg/m^3.

6 **Si pesas un balón deshinchado y después lo llenas de aire y lo vuelves a pesar, ¿cuándo pesará más? Haz el experimento y compruébalo. ¿Entonces, por qué bota y sube más alto cuando está hinchado? ¿Es más ligero?**

SOLUCIÓN

7 **¿Cuánto pesa aproximadamente el aire contenido en tu aula, si tiene unas dimensiones de 10 m $\times$ 6 m $\times$ 3 m?**

SOLUCIÓN

¿CUÁNTO PESA EL AIRE?

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

8 **¿Cuánto pesa una nube? Datos: nuestra nube en concreto es una típica nube de verano formada por un 5 % de aire húmedo y un 95 % de aire seco. Sus dimensiones son: 1 km de largo, 800 m de ancho y 500 m de espesor y sabemos que las densidades del aire seco y el aire húmedo a esas alturas son 0,8 kg/m³ y 1,1 kg/m³, respectivamente.**

SOLUCIÓN

Recuerda que…

Debido al enorme volumen de aire que nos rodea, el peso de este aire sobre nuestras cabezas es enorme y, por tanto, la fuerza que ejerce por unidad de superficie (presión atmosférica), aunque nosotros estamos acostumbrados y no lo notamos. Hay muchas formas de comprobar la existencia del aire, de su peso y de la gran presión atmosférica, por ejemplo:

- Si disminuyes la altitud yendo a la playa, te notas más cansado y mareado hasta que tu cuerpo se acostumbra, pues ha aumentado la cantidad de aire sobre ti y, por tanto, la presión atmosférica.
- Si bebes con pajita todo el zumo de un mini tetrabrick y sigues absorbiendo sacando el aire de su interior, observas cómo las paredes se hunden hacia adentro debido a la presión atmosférica exterior, que ya no se compensa con la interior.

9 **Absorbe el aire de una bolsa de patatas fritas vacía. ¿Qué observas? ¿A qué es debido?**

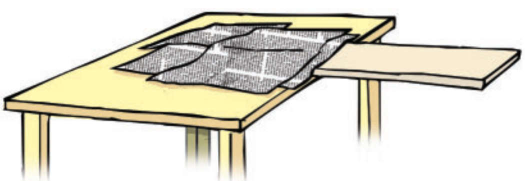
SOLUCIÓN

10 **¿Qué crees que pasaría si sacaras todo el aire de tu aula?**

SOLUCIÓN

11 **Coge un listón de madera de pequeño espesor y sitúa la mitad dentro de una mesa y la mitad fuera según indica el dibujo. Tapa con hojas de periódico la parte del listón que está sobre la mesa y asegúrate de que no queda aire debajo (si quieres usa bolas hechas con papel si en algún sitio no queda del todo plano). Ahora golpea con el puño fuerte y rápidamente el trozo de listón que queda fuera de la mesa. Antes de golpear, ¿qué crees que va a pasar? Da el golpe, observa lo sucedido y explícalo.**

SOLUCIÓN



EL TONEL DE PASCAL

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Recuerda que…

En 1653 el francés Blaise Pascal llevó a cabo uno de los experimentos más sencillos y sorprendentes que se hayan realizado en ciencia. Quería demostrar el hecho ya conocido de que la presión ejercida en cualquier punto de un fluido se transmite a todos los puntos del resto del fluido con la misma intensidad.

Para ello:

1. Llenó de agua un gran tonel, cuyas láminas de madera (llamadas duelas) eran muy resistentes y estaban fuertemente unidas unas con otras.
2. A continuación introdujo en la tapa del tonel un largo y estrecho tubo hueco.
3. Después se subió a una escalera y comenzó a echar agua por el tubo.
4. Cuando el agua había subido unos pocos metros, el tonel reventó, saliéndose toda el agua.

¿Cómo pudo reventar un tonel añadiéndole tan poco peso de agua?

La respuesta no está en el peso, sino en la presión y en el principio de transmisión de esta en un fluido, enunciado al comienzo. Date cuenta que la presión hidrostática que soportan las partículas de agua del tonel en contacto con el tubo es:

$p = d \cdot g \cdot h$ siendo
- p = presión hidrostática.
- d = densidad del líquido.
- g = gravedad.
- h = altura de líquido dentro del tubo.

Y esta presión se transmite a todas las demás partículas de agua del tonel por igual. La clave está en que la presión es directamente proporcional a la altura de la columna de líquido, h, independientemente de la cantidad de líquido que haya, con lo que al aumentar h, también lo hace la presión, la cual se transmite a su vez a todos los puntos y el tonel revienta.

EL TONEL DE PASCAL

NOMBRE: ______________________ CURSO: ____________ FECHA: ____________

12 Contesta.

SOLUCIÓN

a) Si Pascal hubiese utilizado un tubo el doble de ancho, ¿hubiese necesitado más o menos altura de líquido para que el tonel reventase?

b) ¿Y si el tubo fuese la mitad de ancho?

c) ¿Qué cantidad mínima de agua se necesita para conseguir que el tonel reviente?

d) Si Pascal pudiese haber hecho el experimento en la Luna, ¿hubiese necesitado más o menos altura de líquido para que el tonel reventase?

e) Si Pascal hubiese utilizado batido de plátano ($d = 2$ g/cm^3) para echar por el tubo, ¿hubiese necesitado más o menos altura de líquido para que el tonel reventase?

f) Si Pascal hubiese hecho el experimento con el tonel tumbado en horizontal en lugar de en vertical, ¿hubiese necesitado más o menos altura de líquido para que el tonel reventase?

g) Si añadiésemos un segundo tubo idéntico al anterior, paralelo a él y conectado también con el tonel y comenzásemos a echar agua por uno de ello, ¿qué ocurriría?

h) ¿Y si echásemos por los dos?

i) ¿Y si el segundo tubo fuese cinco veces más ancho?

¿CÓMO SE PUEDE MEDIR LA ALTURA DE UN EDIFICIO CON UN BARÓMETRO?

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Recuerda que…

Has aprendido una manera de medir la altura mediante un barómetro (aparato que mide la presión atmosférica). Consiste en estudiar la diferencia de presiones entre el punto más alto y el más bajo, y de ahí deducir la altura:

$$p_{\text{arriba}} - p_{\text{abajo}} = d \cdot g \cdot h_{\text{edificio}}$$

siendo:

- d = densidad del aire.
- g = gravedad.

Este es el fundamento de los **altímetros**.

Cuenta la leyenda que Ernest Rutherford (1871-1937), prestigioso químico presidente de la Sociedad Real Británica y premio Nobel de Química en 1908, tuvo una curiosa experiencia siendo profesor, que citamos textualmente tal y como él la contó:

«Hace algún tiempo, recibí la llamada de un colega. Estaba a punto de poner un cero a un estudiante por la respuesta que había dado en un problema de física, pese a que este afirmaba rotundamente que su respuesta era absolutamente acertada. Profesores y estudiantes acordaron pedir arbitraje de alguien imparcial y fui elegido yo.

Leí la pregunta del examen y decía: *Demuestre cómo es posible determinar la altura de un edificio con la ayuda de un barómetro.*

El estudiante había respondido: *llevo el barómetro a la azotea del edificio y le ató una cuerda muy larga. Lo descuelgo hasta la base del edificio, marco y mido. La longitud de la cuerda es igual a la longitud del edificio*.

Realmente, el estudiante había planteado un serio problema con la resolución del ejercicio, porque había respondido a la pregunta correcta y completamente. Por otro lado, si se le concedía la máxima puntuación, podría alterar el promedio de su año de estudio, obtener una nota más alta y así certificar su alto nivel en física; pero la respuesta no confirmaba que el estudiante tuviera ese nivel.

Sugerí que se le diera al alumno otra oportunidad. Le concedí seis minutos para que me respondiera la misma pregunta pero esta vez con la advertencia de que en la respuesta debía demostrar sus conocimientos de física. Habían pasado cinco minutos y el estudiante no había escrito nada. Le pregunté si deseaba marcharse, pero me contestó que tenía muchas respuestas al problema. Su dificultad era elegir la mejor de todas. Me excusé por interrumpirle y le rogué que continuara. En el minuto que le quedaba escribió la siguiente respuesta: *tomo el barómetro y lo lanzo al suelo desde la azotea del edificio, calculo el tiempo de caída con un cronómetro. Después se aplica la fórmula:*

$$h = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

Y así obtenemos la altura del edificio.

En este punto le pregunté a mi colega si el estudiante se podía retirar. Le dio la nota más alta. Tras abandonar el despacho, me reencontré con el estudiante y le pedí que me contara sus otras respuestas a la pregunta.

Bueno, respondió, hay muchas maneras, por ejemplo: tomas el barómetro en un día soleado y mides la altura del barómetro y la longitud de su sombra. Si medimos a continuación la longitud de la sombra del edificio y aplicamos una simple proporción, obtendremos también la altura del edificio.

¿CÓMO SE PUEDE MEDIR LA ALTURA DE UN EDIFICIO CON UN BARÓMETRO?

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Perfecto, le dije, ¿y de otra manera?

Sí, contestó, este es un procedimiento muy básico para medir la altura de un edificio, pero también sirve. En este método, tomas el barómetro y te sitúas en las escaleras del edificio en la planta baja. Según subes las escaleras, vas marcando la altura del barómetro y cuentas el número de marcas hasta la azotea. Multiplicas al final la altura del barómetro por el número de marcas que has hecho y ya tienes la altura. Este es un método muy directo.

Por supuesto, si lo que quiere es un procedimiento más sofisticado, puede atar el barómetro a una cuerda y moverlo como si fuera un péndulo. Si calculamos que cuando el barómetro está a la altura de la azotea la gravedad es cero y si tenemos en cuenta la medida de la aceleración de la gravedad al descender el barómetro en trayectoria circular al pasar por la perpendicular del edificio, de la diferencia de estos valores, y aplicando una sencilla fórmula trigonométrica, podríamos calcular, sin duda, la altura del edificio. En este mismo estilo de sistema, atas el barómetro a una cuerda y lo descuelgas desde la azotea a la calle. Usándolo como un péndulo puedes calcular la altura midiendo su periodo. En fin, concluyó, existen otras muchas maneras.

Probablemente, la mejor sea tomar el barómetro y golpear con él la puerta de la casa del portero. Cuando abra, decirle: Señor portero, aquí tengo un bonito barómetro. Si usted me dice la altura de este edificio, se lo regalo.

En este momento de la conversación le pregunté si no conocía la respuesta convencional al problema (la diferencia de presión marcada por un barómetro en dos lugares diferentes nos proporciona la diferencia de altura entre ambos lugares). Evidentemente, dijo que la conocía, pero que durante sus estudios, ***sus profesores habían intentado enseñarle a pensar***».

El estudiante en cuestión era Niels Bohr (1885-1962), físico danés, premio Nobel de Física en 1922, famoso por su modelo atómico y sus aportaciones a la física cuántica.

13 **Inventa una nueva forma de medir la altura del edificio con el barómetro, usando tus conocimientos de física y matemáticas.**

SOLUCIÓN

EXPERIMENTO DE TORRICELLI CON OTROS LÍQUIDOS

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Recuerda que…

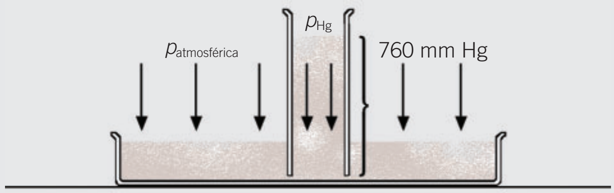
El científico italiano **Evangelista Torricelli** (1608-1647) comprobó que si intentaba vaciar el mercurio contenido en un tubo situado vertical en contacto con un recipiente también lleno de mercurio, este iba descendiendo por el tubo hasta estar a 760 mm de altura. En ese momento ya no seguía bajando.

La explicación de este fenómeno era que el nivel del mercurio del tubo dejaba de bajar y, por tanto, el nivel del mercurio del recipiente dejaba de subir cuando se igualaban las dos presiones que recibía el mercurio del recipiente, que eran: la presión del mercurio contenido en el tubo y la presión atmosférica.

La anchura del tubo no influía, pues la presión que ejerce un fluido depende de la altura de la columna de ese fluido que haya por encima, y no de la cantidad que contenga.

Como el experimento lo hizo a nivel del mar dedujo que allí la presión atmosférica era la equivalente a una columna de mercurio de 760 mm de altura.

¿Qué hubiera pasado si en lugar de mercurio, Torricelli hubiese usado otros fluidos?



2. EJERCICIO RESUELTO

Si Torricelli hubiese usado agua en lugar de mercurio, ¿a partir de qué altura ya no seguiría bajando? Datos: densidades: $d_{mercurio} = 13{,}6\,\frac{g}{cm^3}$; $d_{agua} = 1\,\frac{g}{cm^3}$.

SOLUCIÓN

La presión que ejerciera esa altura de agua debería ser igual a la que ejercían los 760 mm de mercurio:

$$p_{agua} = p_{mercurio} \rightarrow d_{agua} \cdot g \cdot h_{agua} = d_{mercurio} \cdot g \cdot h_{mercurio} \rightarrow$$

$$\rightarrow h_{agua} = \frac{d_{mercurio} \cdot h_{mercurio}}{d_{agua}} = \frac{13{,}6\,\frac{\cancel{g}}{\cancel{cm^3}} \cdot 760 \text{ mm}}{1\,\frac{\cancel{g}}{\cancel{cm^3}}} = 10\,336 \text{ mm} = 10{,}3 \text{ m}$$

(Dividimos por g y despejamos h_{agua}.) Observa que la altura de la columna de agua es 13,6 veces más grande que la de mercurio, pues el agua es 13,6 veces menos densa.

14 **Haz el cálculo anterior si Torricelli hubiese usado batido de plátano como fluido.**
Datos: $d_{mercurio} = 13{,}6\,\frac{g}{cm^3}$; $d_{batido} = 2\,\frac{g}{cm^3}$.

SOLUCIÓN

PRINCIPIO DE FLOTACIÓN DE ARQUÍMEDES

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

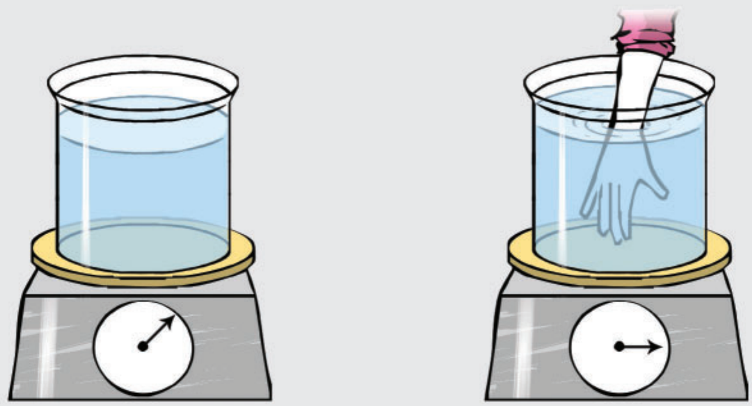
Recuerda que…

Piensa sobre el siguiente problema al que Arquímedes dio explicación hace más de 2000 años:

Si tenemos dos vasos idénticos con la misma cantidad de agua en su interior y los pesamos, la báscula indicará el mismo valor. Pero, ¿qué ocurrirá si en uno de ellos introducimos nuestra mano sin tocar las paredes? ¿Variará el peso que indica la balanza?

La respuesta intuitivamente no es sencilla, pues, o la mano flota en el agua, o podemos mantenerla en tensión dándonos la impresión que el brazo soporta su peso y no tiene por qué notarlo la balanza.

La respuesta es que **sí aumentaría el peso que indica la balanza**.



15 **Repasa tus conocimientos sobre el principio de Arquímedes y calcula cuánto aumentaría exactamente el peso que indicaría la balanza al meter la mano sabiendo que el vaso es cilíndrico, de radio 5 cm, que al meter la mano el nivel del agua subió medio centímetro y que la densidad del agua es $d = 1$ g/cm^3.**

SOLUCIÓN

16 **Explica lo que variaría el peso que indica la balanza si los dos vasos estuvieran llenos hasta el límite y al meter la mano se derramara agua.**

SOLUCIÓN

¿REALIZAN TRABAJO FÍSICO?

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

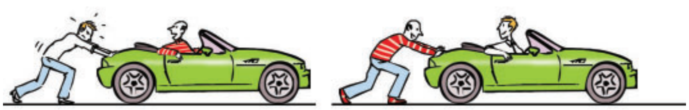
1 Indica si realizan o no trabajo desde un punto de vista físico las siguientes fuerzas efectuando los desplazamientos que se indican. Explica el motivo de tu respuesta.

SOLUCIÓN

a) La fuerza del motor para desplazar desde el suelo hasta una cierta altura a los cuatro ocupantes de una atracción que consiste en subirlos hasta dicha altura y luego dejarlos caer en caída libre.

b) La fuerza que sostiene durante unos segundos a los cuatro ocupantes a dicha altura, antes de dejarlos caer en el apartado a).

c) Las fuerzas que ejercen 2 personas que estaban en un coche que se ha parado y han bajado a empujar. Primero baja uno y el otro se pone al volante, pero no consigue mover el coche, por lo que se intercambian los puestos, logrando entonces que el coche se mueva.

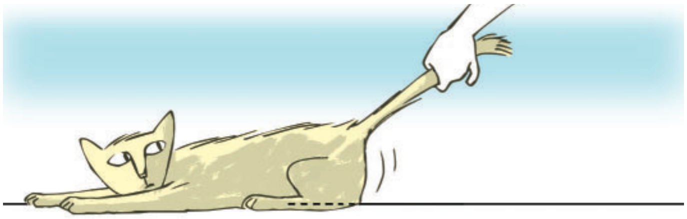


d) El peso del coche y la fuerza de rozamiento en el apartado c) para ambos casos.

¿REALIZAN TRABAJO FÍSICO?

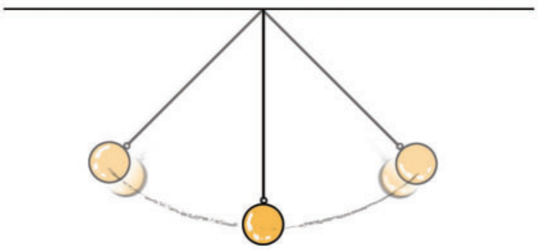
NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

e) La fuerza del brazo del dueño de un gato que lo arrastra unos metros por el suelo pues este se niega a ir al veterinario. El brazo forma un ángulo de 40° con el suelo.



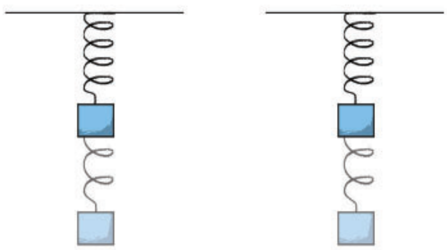
f) La fuerza gravitatoria con la que la Tierra atrae a la Luna, mientras esta se desplaza por su órbita.

g) La fuerza gravitatoria en el movimiento de un péndulo.



h) La tensión y el peso cuando una niña gira una piedra atada a una cuerda en un plano perpendicular al suelo.

i) La fuerza con la que estiramos un muelle para desplazarlo de su posición de equilibrio y la fuerza que ejerce el muelle para devolverlo a su posición original.



PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA (I)

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Recuerda que…

Cuando sobre un cuerpo que cambia su posición y su velocidad solo actúa la fuerza gravitatoria, no actúa ninguna fuerza más, la energía mecánica del cuerpo se mantiene constante, es decir, tiene el mismo valor durante todo el proceso. A este principio de conservación se le llama **principio de conservación de la energía mecánica**. Recordemos que la energía mecánica es la suma de la energía cinética y la potencial:

$$E_M = E_C + E_P$$

1. EJERCICIO RESUELTO

Una persona está asomada a la calle desde lo alto de una azotea situada en un edificio de 30 m de altura cuando se le caen las gafas.

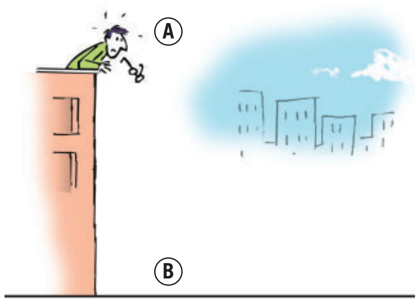
SOLUCIÓN

a) ¿Con qué velocidad llegarán las gafas al suelo?

Seguro que podrías resolver este problema usando tus conocimientos de cinemática, pero en física también podemos resolver cualquier problema desde un punto de vista energético.

En este problema, como solo actúa la fuerza gravitatoria (va acelerando las gafas), se cumple el principio de conservación de la energía mecánica. La energía mecánica es constante en el proceso de caída, así que la cantidad de energía potencial que pierden las gafas al caer, la ganan en energía cinética, permaneciendo constante la suma de ambas. Seguimos los siguientes pasos:

1. Como la energía mecánica es constante durante la caída, la igualamos en dos puntos: En el que tenemos datos (arriba, posición A) y en el que queremos saber algo (abajo, posición B):



$$E_M = \text{cte.} \rightarrow E_{M\,A} = E_{M\,B} \rightarrow E_{C\,A} + E_{P\,A} = E_{C\,B} + E_{P\,B} \rightarrow$$
$$\rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B$$

2. De los cuatro términos vemos si alguno se anula. Fíjate que se anulará la energía cinética donde la velocidad sea cero, y la energía potencial, donde la altura sea cero:

   En este caso $v_A = 0$, pues «se le caen las gafas» y $h_B = 0$. Por tanto, se anulan dos términos:

$$\frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B \rightarrow mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2$$

3. Dividimos por m y se va la masa. Como ya sabíamos (Galileo), la velocidad con que llegarán al suelo será independiente de su masa:

$$mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2 \rightarrow gh_A = \frac{1}{2}v_B^2$$

4. Despejamos lo que me piden (v_B) y sustituimos los datos:

$$v_B^2 = 2gh_A \rightarrow v_B = \sqrt{2gh_A} = \sqrt{2 \cdot 9{,}8 \cdot 30} = 24{,}25 \text{ m/s}$$

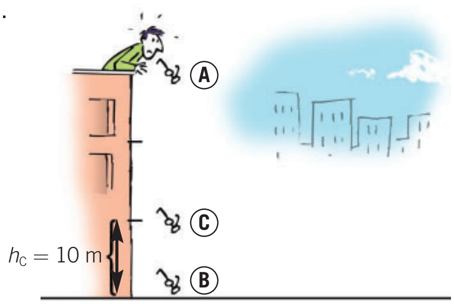
continúa →

PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA (I)

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

b) ¿Qué velocidad tendrán las gafas cuando estén a 10 m sobre el suelo?

Para resolver cualquier pregunta sobre *h* o *v*, seguimos los cuatro pasos anteriores:

1. 

Como la energía mecánica es constante durante la caída, la igualamos en dos puntos: En alguno que tengamos datos (posición A o bien posición B, pues ya sabemos ($h_B = 0$ y $v_B = 24{,}25$ m/s) y en el que queremos saber algo (nueva posición C):

$$E_M = \text{cte.} \rightarrow E_{M\,A} = E_{M\,C} \rightarrow E_{C\,A} + E_{P\,A} = E_{C\,C} + E_{P\,C} \rightarrow$$
$$\rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_C^2 + mgh_C$$

2. De los cuatro términos vemos si alguno se anula: en este caso solo se anula $v_A = 0$.

$$\frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_C^2 + mgh_C \rightarrow mgh_A = \frac{1}{2}mv_C^2 + mgh_C$$

3. Dividimos por *m* y se va la masa:

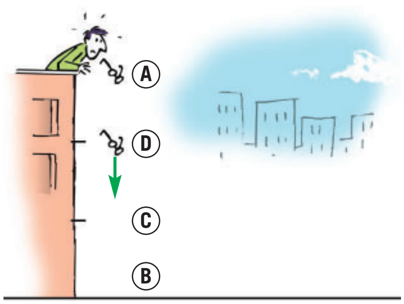
$$gh_A = \frac{1}{2}v_C^2 + gh_C$$

4. Despejamos lo que nos piden (v_C) y sustituimos los datos:

$$\frac{1}{2}v_C^2 = gh_A - gh_C \rightarrow v_C^2 = 2g \cdot (h_A - h_C) \rightarrow$$
$$\rightarrow v_C = \sqrt{2g \cdot (h_A - h_C)} = \sqrt{2 \cdot 9{,}8 \cdot (30 - 10)} = 19{,}8 \text{ m/s}$$

c) ¿A qué altura sobre el suelo estaban las gafas cuando llevaban una velocidad de 10 m/s?

Volvemos a aplicar los pasos anteriores:

1. 

Como la energía mecánica es constante durante la caída, la igualamos en dos puntos: en alguno que tengamos datos (posiciones A, B o C. Nos interesa A o B, pues se anula un término) y en el que queremos saber algo (nueva posición D):

$$E_M = \text{cte.} \rightarrow E_{M\,A} = E_{M\,D} \rightarrow E_{C\,A} + E_{P\,A} = E_{C\,D} + E_{P\,D} \rightarrow$$
$$\rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_D^2 + mgh_D$$

2. De los cuatro términos vemos si alguno se anula: vuelve a anularse solo $v_A = 0$. Por tanto:

$$\frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_D^2 + mgh_D \rightarrow mgh_A = mgh_A = \frac{1}{2}mv_D^2 + mgh_D$$

3. Dividimos por *m* y se va la masa:

$$gh_A = \frac{1}{2}v_D^2 + gh_D$$

4. Despejamos lo que nos piden (h_D) y sustituimos los datos:

$$gh_D = gh_A - \frac{1}{2}v_D^2 \rightarrow h_D = \frac{gh_A - \frac{1}{2}v_D^2}{g} = \frac{9{,}8 \cdot 30 - \frac{1}{2} \cdot 10^2}{9{,}8} = 24{,}9 \text{ m}$$

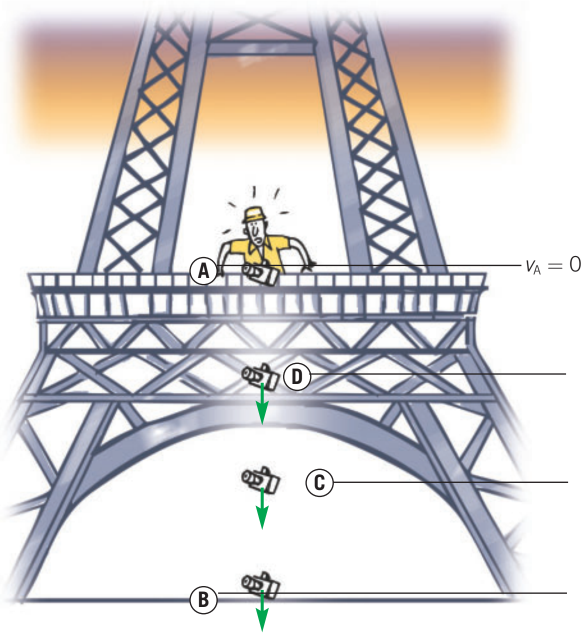
PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA (II)

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

2 **Sigue los pasos del ejemplo y resuelve el siguiente ejercicio. A un turista se le cae una cámara de fotos cuando se encontraba en la primera planta de la torre Eiffel situada a 95 m sobre el suelo:**

SOLUCIÓN

a) Enuncia el principio de conservación de la energía mecánica y explica qué le va pasando a la energía cinética, potencial y mecánica mientras la cámara cae. Haz un dibujo del problema con los datos, y ve completándolo con los siguientes apartados.



b) ¿Con qué velocidad llegará la cámara al suelo? Sigue los siguientes pasos:

1. Iguala la energía mecánica en las dos posiciones que te interese, dibujándolas en el apartado a) y escribiendo sobre el dibujo los datos que conozcas.

2. Explica si algún término se anula y elimínalo.

3. Divide por *m*.

4. Despeja lo que te piden y sustituye los datos.

PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA (II)

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

c) ¿Qué velocidad tendrá la cámara cuando esté a 40 m sobre el suelo?

1. Iguala la energía mecánica en las dos posiciones que te interese, dibujándolas en el apartado a) y escribiendo sobre el dibujo los datos que conozcas.

2. Explica si algún término se anula y elimínalo.

3. Divide por *m*.

4. Despeja lo que te piden y sustituye los datos.

d) ¿A qué altura sobre el suelo estará la cámara cuando su velocidad sea de 25 m/s?

1. Iguala la energía mecánica en las dos posiciones que te interese, dibujándolas en el apartado a) y escribiendo sobre el dibujo los datos que conozcas.

2. Explica si algún término se anula y elimínalo.

3. Divide por *m*.

4. Despeja lo que te piden y sustituye los datos.

e) ¿Tiene la cámara igual energía potencial que cinética a mitad de camino antes de llegar al suelo? Haz un razonamiento sin operar con números.

¿Y si el turista hubiese lanzado la cámara hacia abajo con una velocidad inicial? Haz un razonamiento sin operar con números.

PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA (III)

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

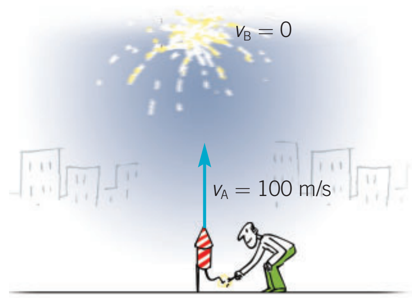
2. EJERCICIO RESUELTO

Un cohete de fuegos artificiales sale propulsado hacia arriba con una velocidad de 100 m/s. Usando el principio de conservación de la energía, calcula:

SOLUCIÓN

a) ¿Qué altura máxima alcanzará?

En este problema, como solo actúa la fuerza gravitatoria (que va frenando al cohete), se cumple el principio de conservación de la energía mecánica. La energía mecánica es constante en el proceso de subida, así que la cantidad de energía cinética que va perdiendo el cohete mientras sube, la va ganando en energía potencial, permaneciendo la suma de ambas constante. Seguimos los siguientes pasos:

1. 

Como la energía mecánica es constante durante la subida, la igualamos en dos puntos: en el que tenemos datos (abajo, posición A) y en el que queremos saber algo (arriba, posición B):

$$E_M = \text{cte.} \rightarrow E_{M\,A} = E_{M\,B} \rightarrow$$
$$\rightarrow E_{C\,A} + E_{P\,A} = E_{C\,B} + E_{P\,B} \rightarrow$$
$$\rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B$$

2. De los cuatro términos vemos si alguno se anula. Fíjate que se anulará la energía cinética donde la velocidad sea cero, y la energía potencial donde la altura sea cero.

   En este caso $h_A = 0$ y $v_B = 0$ (ya que cuando se para es cuando alcanza la altura máxima, si no se parara seguiría subiendo).

   Por tanto, se anulan dos términos:

   $h_A = 0$; $v_B = 0$.

$$\frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B \rightarrow$$
$$\rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 = mgh_B$$

3. Dividimos por m y se va la masa. Como ya sabíamos (Galileo), la altura máxima que alcanzará será independiente de su masa:

$$\frac{1}{2}mv_A^2 = mgh_B \rightarrow \frac{1}{2}v_A^2 = gh_B$$

4. Despejamos lo que nos piden (h_B) y sustituimos los datos:

$$h_B = \frac{v_A^2}{2g} = \frac{100^2}{2 \cdot 9{,}8} = 510{,}2 \text{ m}$$

   Esta es la altura máxima. (Hemos supuesto que el cohete solo recibe impulso al inicio del recorrido, lo cual no es del todo cierto.)

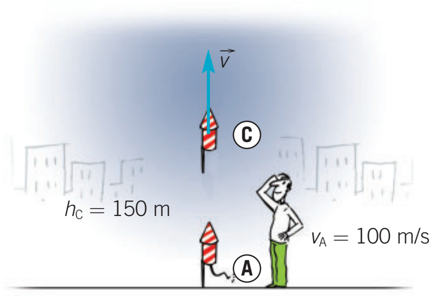
b) ¿Qué velocidad tendrán el cohete cuando esté a 150 m sobre el suelo?

Para resolver cualquier pregunta sobre h o v, seguimos los cuatro pasos anteriores.

continúa →

PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA (III)

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

1. 

Como la energía mecánica es constante durante la subida, la igualamos en dos puntos: en alguno que tengamos datos (posición A o bien posición B, pues ya sabemos que $h_B = 510{,}2$ m y $v_B = 0$ m/s y en el que queremos saber algo (nueva posición C):

$$E_M = \text{cte.} \rightarrow E_{M\,A} = E_{M\,C} \rightarrow E_{C\,A} + E_{P\,A} = E_{C\,C} + E_{P\,C} \rightarrow$$
$$\rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_C^2 + mgh_C$$

2. De los cuatro términos vemos si alguno se anula: en este caso solo se anula $h_A = 0$. Por tanto:

$$\frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_C^2 + mgh_C \rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2}mv_C^2 + mgh_C$$

3. Dividimos por m y se va la masa:

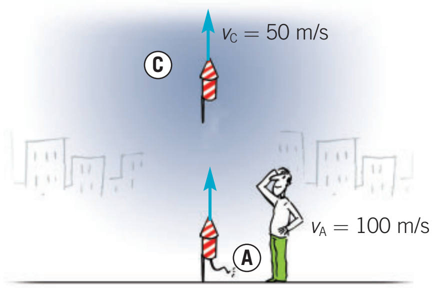
$$\frac{1}{2}v_A^2 = \frac{1}{2}v_C^2 + gh_C$$

4. Despejamos lo que nos piden (v_C) y sustituimos los datos:

$$\frac{1}{2}v_C^2 = \frac{1}{2}v_A^2 - gh_C \rightarrow v_C^2 = 2 \cdot \left(\frac{1}{2}v_A^2 - gh_C\right) \rightarrow$$
$$\rightarrow v_C = \sqrt{v_A^2 - 2gh_C} = \sqrt{100^2 - 2 \cdot 9{,}8 \cdot 150} = 84 \text{ m/s}$$

c) ¿A qué altura sobre el suelo estaba el cohete cuando su velocidad era de 50 m/s?

Volvemos a aplicar los pasos anteriores:

1. 

Como la energía mecánica es constante durante la subida, la igualamos en dos puntos: en alguno que tengamos datos (posiciones A, B o C. Nos interesa A o B, pues se anula un término) y en el que queremos saber algo (nueva posición D):

$$E_M = \text{cte.} \rightarrow E_{M\,A} = E_{M\,D} \rightarrow E_{C\,A} + E_{P\,A} = E_{C\,D} + E_{P\,D} \rightarrow$$
$$\rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_D^2 + mgh_D$$

2. De los cuatro términos, vemos si alguno se anula: vuelve a anularse solo $h_A = 0$. Por tanto:

$$\frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_D^2 + mgh_D \rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2}mv_D^2 + mgh_D$$

3. Dividimos por m y se va la masa:

$$\frac{1}{2}v_A^2 = \frac{1}{2}v_D^2 + gh_D$$

4. Despejamos lo que nos piden (h_D) y sustituimos los datos:

$$gh_D = \frac{1}{2}v_A^2 - \frac{1}{2}v_D^2 \rightarrow h_D = \frac{\frac{1}{2} \cdot (v_A^2 - v_D^2)}{g} = \frac{\frac{1}{2} \cdot (100^2 - 50^2)}{9{,}8} = 382{,}7 \text{ m}$$

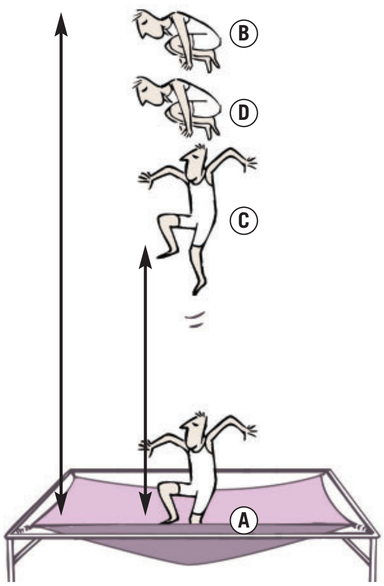
PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA (IV)

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

3 **Sigue los pasos del ejemplo y resuelve el siguiente ejercicio. Un acróbata de un circo salta sobre una cama elástica impulsándose hacia arriba con una velocidad de 15 m/s.**

SOLUCIÓN

a) Enuncia el principio de conservación de la energía mecánica y explica qué le va pasando a la energía cinética, potencial y mecánica del acróbata mientras sube. Haz un dibujo del problema con los datos, y ve completándolo con los siguientes apartados.



b) ¿A qué altura máxima sobre la cama elástica sube el acróbata?

Sigue los siguientes pasos:

1. Iguala la energía mecánica en las dos posiciones que te interese, dibujándolas en el apartado a y escribiendo sobre el dibujo los datos que conozcas.

2. Explica si algún término se anula y elimínalo.

3. Divide por *m*.

4. Despeja lo que te piden y sustituye los datos.

PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA (IV)

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

c) ¿Qué velocidad tendrá el acróbata cuando esté a 8 m sobre la cama elástica?

1. Iguala la energía mecánica en las dos posiciones que te interese, dibujándolas en el apartado a) y escribiendo los datos que conozcas.

2. Explica si algún término se anula y elimínalo.

3. Divide por *m*.

4. Despeja lo que te piden y sustituye los datos.

d) ¿A qué altura sobre la cama elástica estará el acróbata cuando su velocidad sea de 5 m/s?

1. Iguala la energía mecánica en las dos posiciones que te interese, dibujándolas en el apartado a) y escribiendo sobre el dibujo los datos que conozcas.

2. Explica si algún término se anula y elimínalo.

3. Divide por *m*.

4. Despeja lo que te piden y sustituye los datos.

e) ¿En qué posición la energía potencial del acróbata será mayor que la energía cinética que tiene cuando se impulsa?

Razónalo sin operar con números.

PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA (I)

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Recuerda que…

Cuando un sistema evoluciona, la energía total del sistema permanece constate, se conserva.
Cuando en un proceso, además de la fuerza gravitatoria, actúan otras fuerzas (fuerza de rozamiento, fuerzas externas…), la energía mecánica ya no permanece constante. En el principio de conservación de la energía hay que tener en cuenta las aportaciones de energía o las pérdidas de energía debido a estas nuevas fuerzas.

Una representación intuitiva del principio de conservación de la energía, que es la que usaremos, es la siguiente:

$$(\text{Energía inicial}) + (\text{Energía que gana}) - (\text{Energía que pierde}) = \text{Energía final}$$

En la anterior expresión representaremos las energías que experimentan algún cambio, las que permanezcan constantes no se incluyen, pues al ser igual en la energía inicial y en la energía final, se simplifican.

- **¿Qué hace que el sistema gane energía?**
  El trabajo que realizan las fuerzas exteriores que estén a favor del movimiento.
- **¿Qué hace que el sistema pierda energía?**
  El trabajo que realizan las fuerzas exteriores que estén en contra del movimiento. Por ejemplo, la fuerza de rozamiento.

Recuerda que **el trabajo es una forma de energía** relacionada con las fuerzas.

3. EJERCICIO RESUELTO

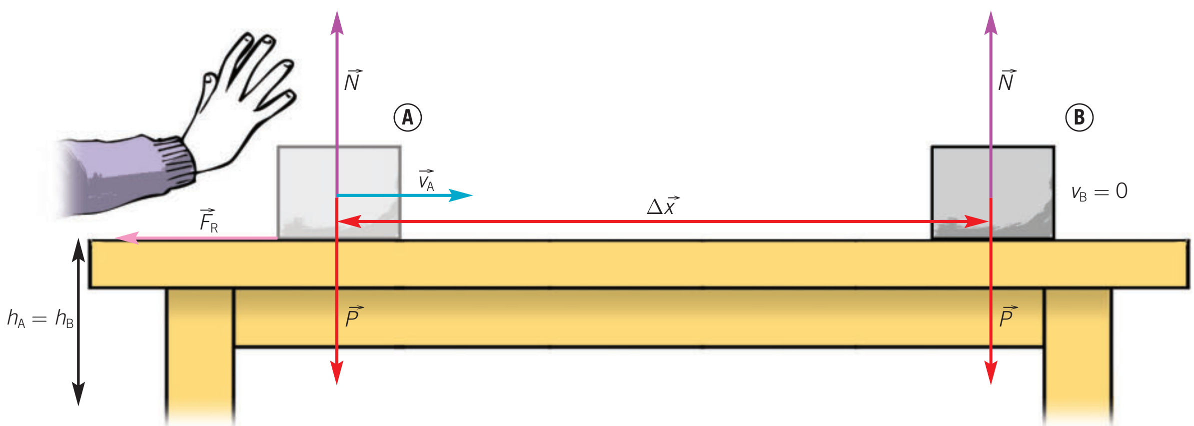
Lanzamos un cuerpo por una mesa horizontal con una velocidad de 8 m/s. El coeficiente de rozamiento entre el cuerpo y la mesa es $\mu = 0{,}7$. Contesta.

SOLUCIÓN

a) ¿Qué distancia recorrerá hasta pararse?

Podrías resolver el problema con tus conocimientos sobre dinámica, pero cualquier problema físico se puede solucionar desde un punto de vista energético:

Dibujemos la situación inicial (posición A) y la situación final (posición B):



$$(\text{Energía inicial}) + (\text{Energía que gana}) - (\text{Energía que pierde}) = \text{Energía final}$$

continúa →

PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA (I)

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

En este caso:

- Energía inicial:

$$E_{M\,A} = E_{C\,A} + E_{P\,A}$$

- Energía final:

$$E_{M\,B} = E_{C\,B} + E_{P\,B} = E_{P\,B}\,(E_{C\,B} = 0, \text{ pues } v_B = 0)$$

- Energía que gana → 0. No hay fuerzas exteriores.
- Energía que pierde → $W_{F\,Roz}$.

Con lo que el principio de conservación de la energía queda:

(Energía inicial) + (Energía que gana) − (Energía que pierde) = Energía final

Es decir:

$$E_{C\,A} + E_{P\,A} - W_{F\,Roz.} = E_{P\,B}$$

En la anterior ecuación sobran $E_{P\,A}$ y $E_{P\,B}$, ya que la energía potencial no cambia, pues la altura no varía, con lo que se van, quedando:

$$E_{C\,A} - W_{F\,Roz.} = 0 \rightarrow E_{CA} = W_{F\,Roz.}$$

Podemos leer la ecuación resultante como:

La cantidad de energía cinética que llevaba el cuerpo inicialmente la ha consumido en su totalidad el trabajo de la fuerza de rozamiento, pues ambas cantidades de energía son iguales.

Ahora calculamos el valor de $E_{C\,A}$ y $W_{F\,Roz.}$:

- $E_{C\,A} = \dfrac{1}{2}mv_A^2$

- $W_{F\,Roz.} = F_R \cdot \Delta x \cdot \cos 180° = \mu \cdot mg \cdot \Delta x \cdot (-1)$

Ya que:

$$F_R = \mu \cdot N = \mu \cdot P = \mu \cdot mg \text{ y } \cos 180° = -1$$

(2.ª ley Newton → $N = P$.)

Tomamos el $W_{F\,Roz.}$ en valor absoluto, pues ya hemos tenido en cuenta su signo menos al restar la energía perdida.

Entonces:

$$E_{C\,A} = W_{F\,Roz.} \rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 = \mu \cdot mg \cdot \Delta x \rightarrow \frac{1}{2}v_A^2 = \mu \cdot g \cdot \Delta x \rightarrow$$

(Se simplifica la masa m.)

$$\rightarrow \Delta x = \frac{v_A^2}{2\mu g} = \frac{8^2}{2 \cdot 0{,}7 \cdot 9{,}8} = 4{,}7 \text{ m recorrerá hasta pararse.}$$

b) ¿En qué se ha transformado ahora el trabajo que ha hecho la fuerza de rozamiento que a su vez transformó la energía cinética?

En otra forma de energía llamada **calor** –que seguramente habrá provocado un aumento de temperatura del cuerpo y de la mesa, poco apreciable al tener los cuerpos mucha masa–, que estudiarás en otro tema.

PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA (II)

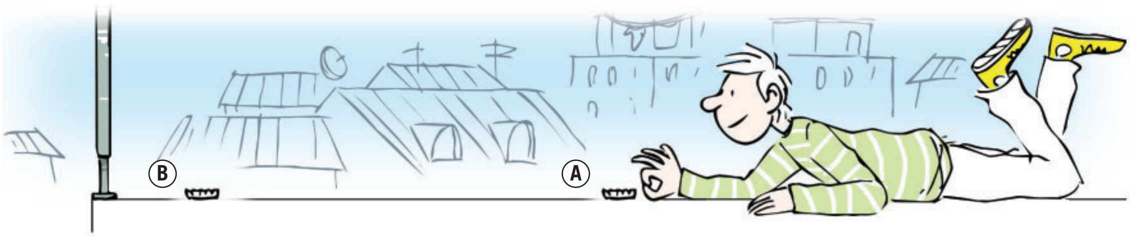
NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

4 **Sigue los pasos del ejemplo y usando el principio de conservación de la energía resuelve el siguiente ejercicio. Un niño está tumbado en una azotea y golpea una chapa con el dedo imprimiéndole una velocidad de 4 m/s. El coeficiente de rozamiento entre la chapa y el suelo es $\mu = 0{,}2$.**

SOLUCIÓN

a) ¿Caerá la chapa al vacío pasando por debajo de la valla de la azotea situada a 3,5 m de la chapa cuando fue golpeada? (Pista: piensa en la distancia que recorrería la chapa hasta pararse.)

1. Haz un dibujo del problema con la chapa en una supuesta posición final en la que se pararía. Dibuja todos los vectores necesarios.



2. Escribe el principio de conservación de la energía y desarróllalo para este problema.

3. Despeja el desplazamiento de la chapa hasta pararse y sustituye los datos.

4. Responde a la pregunta.

b) En caso de caer, ¿qué trayectoria llevaría la chapa por el aire?

PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA (II)

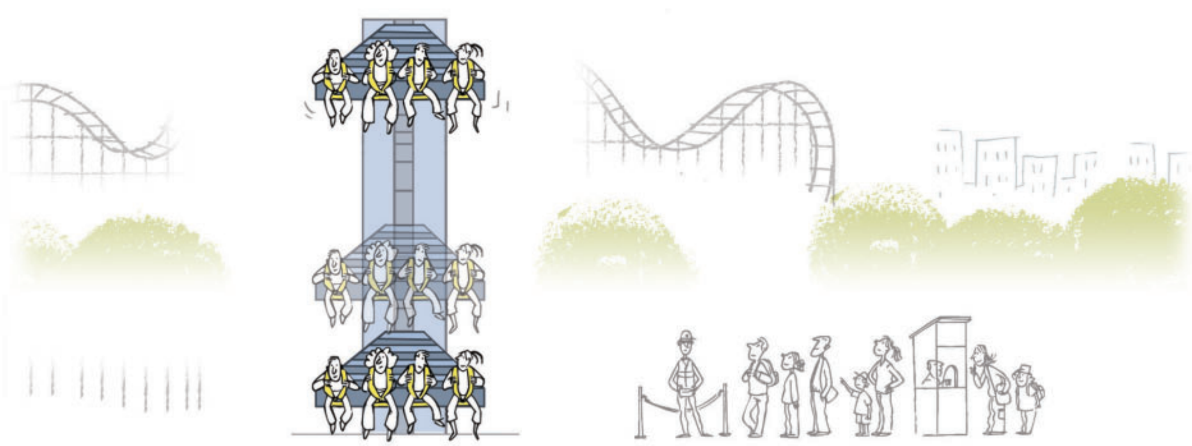
NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

5 En «La lanzadera» del parque de atracciones de Madrid, sus tripulantes caen 53 m en caída libre y luego son frenados por unas fuerzas magnéticas mientras descienden 5 m más, quedando parados a 4 m del suelo. La masa conjunta del habitáculo con las personas es de una tonelada.

SOLUCIÓN

a) Calcula el trabajo que realizan las fuerzas magnéticas de frenado.

1. Haz un dibujo con los datos del problema.



2. Señala las posiciones inicial (arriba) y final (abajo, cuando se paran) y escribe el principio de conservación de la energía para este caso.

3. Despeja el trabajo que realizan las fuerzas magnéticas de frenado (tómalo en valor absoluto) y sustituye los datos del problema.

b) ¿Cuál es la fuerza magnética que ejerce el sistema de frenado?

1. Escribe la expresión que relaciona el $W_{\text{F magnética}}$ con la $F_{\text{magnética}}$ y tómalo en valor absoluto.

2. Despeja $F_{\text{magnética}}$.

ENERGÍA INTERNA Y TEMPERATURA

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Recuerda que…

Concepto de temperatura

Intuitivamente es fácil entender el concepto de temperatura. Cuando nos ponemos enfermos y nos notamos calientes, enseguida decimos que tenemos fiebre y nos ponemos el termómetro para ver en cuántos grados –o décimas– nos ha subido la temperatura corporal.

Desde el punto de vista macroscópico, la temperatura no es más que una medida de cuán rápido se mueven las partículas debido a la energía térmica que contiene un sistema.

Pero vamos a intentar ver qué significa a través de la definición de energía interna.

Energía interna

Se entiende por **energía interna** de un sistema la energía asociada con los componentes microscópicos de un sistema (átomos y moléculas) y que viene expresada como la suma de todas las energías asociadas a todas las partículas que constituyen dicho sistema.

El caso que mejor refleja la relación entre el movimiento de las partículas y la temperatura (manifestación macroscópica de un fenómeno microscópico) es el estudio de las moléculas de un gas ideal. Se entiende por gas ideal aquel en el que las moléculas que lo componen chocan de manera totalmente elástica y no existen fuerzas intermoleculares. Se puede visualizar como un conjunto de esferas que chocan entre ellas, pero que no interaccionan. En este tipo de gases toda la energía interna es energía cinética (ya que el resto de las energías son nulas) y, por tanto, cualquier variación de energía interna va acompañada de un cambio de temperatura.

Gases ideales

Por un lado tenemos que para un gas ideal:

$$P \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

Donde:

- P = presión.
- V = volumen.
- n = cantidad de sustancia.
- R = constante universal de los gases que en el Sistema Internacional vale 8,31 J/mol K.
- T = temperatura.

Si llamamos:

$$N_A = \text{número de Avogadro} = \text{N.º de moléculas que hay en un mol de gas} = 6{,}022 \cdot 10^{23}\ \text{moléculas/mol.}$$

- N = número de moléculas que hay en n moles de gas.

Entonces:

$$n = \frac{N}{N_A}$$

y por tanto:

$$PV = nRT \rightarrow PV = \frac{N}{N_A} \cdot nRT$$

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

La constante de Boltzmann

Y si ahora llamamos K a la nueva constante $\frac{R}{N_A}$ que aparece:

$$K = \text{constante de Boltzmann} = \frac{R}{N_A} = \frac{8,31}{6,022 \cdot 10^{23}} \rightarrow$$
$$\rightarrow K = 1,38 \cdot 10^{-23}\ \text{J/K} = 8,6 \cdot 10^{-5}\ \text{eV/K}$$

La ecuación de los gases ideales podemos expresarla así:

$$P \cdot V = N \cdot K \cdot T$$

Energía cinética media

Por otro lado, esta ley de los gases ideales también se puede interpretar como la presión de las moléculas de gas chocando contra las paredes del recipiente que las contiene cumpliendo las leyes de Newton. Si tomamos la energía cinética como un promedio, obtendríamos una ecuación del tipo:

$$PV = \frac{2}{3} N \cdot \overline{E_C} = \frac{2}{3} N \cdot \left[\overline{\frac{1}{2} mv^2}\right]$$

Donde:

- m = masa de las partículas.
- v = velocidad de las partículas.

Igualando ambas expresiones podemos ver que existe una relación directa entre la energía cinética, en promedio (debida a la velocidad de las partículas), y la temperatura:

$$NKT = \frac{2}{3} N \cdot \left[\overline{\frac{1}{2} mv^2}\right]$$

Eliminando N y pasando 2/3 al otro miembro:

$$\left[\overline{\frac{1}{2} mv^2}\right] = \frac{3}{2} KT$$

Una vez llegados a esta sencilla ecuación podemos ver, como comentábamos al principio, que a nivel microscópico la temperatura no es más que una medida de cuán rápido se mueven las partículas debido a la energía que contiene el sistema.

Es decir, si aumentamos la velocidad de las partículas microscópicas que están dentro de un recipiente, aumenta la energía cinética (para m constante) y aumenta la temperatura.

El cero absoluto de temperaturas

Una vez explicado esto, podemos entender mejor el concepto de «cero absoluto» de temperatura que se consigue a 0 K (lo que se corresponde a −273,15 °C). En este caso, la energía cinética es cero, la velocidad es cero y, por tanto, las partículas tienen velocidad cero, es decir, no se mueven. No habría ni vibraciones ni movimientos aleatorios.

No es posible obtener el cero absoluto de temperaturas de forma experimental; por tanto, se trata de un concepto teórico.

(En realidad, según el principio de incertidumbre de Heisenberg, ni siquiera teóricamente podría alcanzarse, ya que por mucho que se baje la temperatura, las partículas no se quedarán completamente quietas.)

ENERGÍA INTERNA Y TEMPERATURA

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

1 Haciendo uso de la fórmula anterior vamos a simplificar de la siguiente manera: consideramos que solo tenemos una partícula, con lo cual ya no es necesario calcular el promedio de la energía cinética. Despejamos *T*:

$$T = \frac{mv^2}{3K} = A \cdot v^2 \quad \text{donde} \quad A = \frac{m}{3K} \text{ es una constante.}$$

SOLUCIÓN

a) Si consideramos la constante $A = 1$, rellena la siguiente tabla:

Temperatura (K)	Velocidad (m/s)
0	
10	
20	
30	
60	
120	

b) Representa los datos de la tabla en una gráfica en la que en el eje Y representes la temperatura, y en el eje X, la velocidad:

c) Observando la gráfica y la ecuación $T = A \cdot v^2$, explica la relación existente entre la velocidad de las moléculas y la temperatura. ¿Cómo se llama esa función que has representado?

.

CAMBIO DE TAMAÑO EN LOS CUERPOS

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

CAMBIO EN UNA DIMENSIÓN

Vamos a comenzar recordando que la dilatación y/o contracción de los cuerpos se produce cuando un cuerpo se somete a variaciones de temperatura. Cuando se dilatan o contraen lo hacen en todas sus dimensiones (largo, ancho y alto), aunque si una de ellas es mucho mayor, se puede despreciar la dilatación o contracción en las otras dos dimensiones. Este es el caso de un puente. Por tanto, vamos a considerar solo variaciones de longitud debido a los cambios de temperatura. La expresión que relaciona las variaciones de longitud con las variaciones de temperatura es:

$$\Delta l = l_0 \cdot \Delta T \cdot \alpha$$

Donde:
- Δl = aumento de longitud.
- l_0 = longitud inicial.
- ΔT = variación de temperatura = $T_{máxima} - T_{mínima}$.
- α = coeficiente de dilatación lineal.

2 **El río Ebro tiene, a su paso por Zaragoza, un puente de hierro conocido como el puente de Nuestra Señora del Pilar. Durante el año 2006 en Zaragoza la temperatura máxima absoluta se registró en el mes de julio con 42,3 °C, mientras que la mínima se dio en marzo con −6 °C (según el Centro Meteorológico Territorial de Aragón, La Rioja y Navarra, Instituto Nacional de Meteorología).**

SOLUCIÓN

a) ¿Qué variación de longitud sufrió el puente entre estas temperaturas extremas si suponemos que mide 350 m de largo?

Completa:

Sustituye en la expresión anterior y pasa el resultado a cm:

b) ¿Qué utilidad tiene conocer esta variación?

CAMBIO DE TAMAÑO EN LOS CUERPOS

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

CAMBIO EN DOS DIMENSIONES

En otras ocasiones también hay cambio de tamaño de un cuerpo, aunque se diferencia del caso anterior en que solo podemos despreciar una de sus dimensiones (que es el grosor de la placa) pero no el largo y el ancho, ya que son de las mismas dimensiones.

Escribimos a continuación la expresión que relaciona la variación de superficie con la variación de temperatura:

$$S = S_0 \cdot (1 + \Delta T \cdot \beta)$$

Donde:

- S = superficie tras el aumento de temperatura.
- S_0 = superficie antes del aumento de temperatura, longitud inicial.
- ΔT = variación de temperatura:
  $\Delta T = T_{\text{máxima}} - T_{\text{mínima}}$.
- β = coeficiente de dilatación superficial.

Despejamos de la expresión anterior β:

$$S = S_0 \cdot (1 + \Delta T \cdot \beta) \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{S}{S_0} = 1 + \Delta T \cdot \beta \rightarrow \frac{S}{S_0} - 1 = \Delta T \cdot \beta \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{S - S_0}{S_0} = \Delta T \cdot \beta \rightarrow \beta = \frac{S - S_0}{S_0 \cdot \Delta T}$$

3 **Veamos ahora cómo aplicamos el mismo concepto a una superficie. Tenemos una lámina a 0 °C de un material no determinado. A la temperatura mencionada, la lámina tiene 2 m^2 de área. Al ser calentada a una temperatura de 50 °C, su área aumenta 10 cm^2. Determina el coeficiente de dilatación superficial y lineal del material del cual está formada la lámina.**

SOLUCIÓN

Completa los datos que tenemos:

- $S_0 \rightarrow$
- $S \rightarrow$
- $\Delta T \rightarrow$

Sustituye en la expresión de β:

Ahora halla α sabiendo que $\beta = 2\alpha$:

CAMBIO DE TAMAÑO EN LOS CUERPOS

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

CAMBIO EN TRES DIMENSIONES

4 **Tenemos un cubo de estaño que mide 1,5 m^3 que se encuentra dentro de una bodega que mantiene constante su temperatura a 15 °C. Si sacamos el cubo al exterior, a temperatura ambiente (25 °C), ¿cuánto variará su volumen? Para resolver el problema ayúdate de la siguiente tabla.**

Material	α (°C^{-1})	Material	α (°C^{-1})
Acero dulce	0,000 012	**Latón**	0,000 018 5
Acero níquel	0,000 001 5	**Molibdeno**	0,000 005 2
Aluminio	0,000 023 8	**Níquel**	0,000 013
Bismuto	0,000 013 5	**Oro**	0,000 014 2
Bronce	0,000 017 5	**Plata**	0,000 019 7
Cadmio	0,000 03	**Platino**	0,000 009
Cinc	0,000 03	**Plomo**	0,000 029
Cobre	0,000 016 5	**Porcelana**	0,000 004
Cuarzo	0,000 000 5	**Tungsteno**	0,000 004 5
Estaño	0,000 023	**Vidrio común**	0,000 009
Hierro fundido	0,000 010 5	**Vidrio pírex**	0,000 000 3

SOLUCIÓN

1. Analiza las dimensiones del elemento. ¿Puedes despreciar alguna?

2. Escribe la expresión que relaciona la variación de volumen con la variación de temperatura:

   Despeja lo que te piden.

   Escribe los datos que tienes:

   (Recuerda que $\gamma = 3\alpha$.)

3. Sustituye en la expresión de V y calcula el incremento de volumen: $\Delta V = V - V_0$:

NOMBRE: ______________________ CURSO: ____________ FECHA: ____________

Transmisión de calor. Diferencia entre calor y temperatura

Recuerda que…

Has estudiado el concepto de calor específico y has visto cómo este es el calor que hay que aplicarle a un kilogramo de sustancia para aumentar su temperatura 1 K (o 1 °C, recuerda que el aumento de un grado en cualquiera de estos dos sistemas es el mismo).

Por tanto, lo que nos está diciendo esta definición de calor específico es que existe una relación directa entre la cantidad de calor que se comunica a un cuerpo y la temperatura que este alcanza, según la expresión:

$$Q = m \cdot c_e \cdot \Delta T$$

donde:

- Q = cantidad de calor transferido por un cuerpo (ganado o perdido).
- m = masa del cuerpo.
- c_e = calor específico.
- ΔT = incremento de temperatura.

Pero, ¿cómo se entiende la diferencia entre el calor y la temperatura?

La temperatura es la medida de la energía térmica que posee un cuerpo y es una propiedad de ese cuerpo, debida al movimiento aleatorio de las partículas que lo forman.

1. EJERCICIO RESUELTO

Nos vamos a poner a cocinar y para ello vamos a utilizar el horno. Necesitamos que esté a una temperatura constante de, por ejemplo, 170 °C. Encendemos el horno y dejamos que pasen unos minutos hasta que alcance esta temperatura.

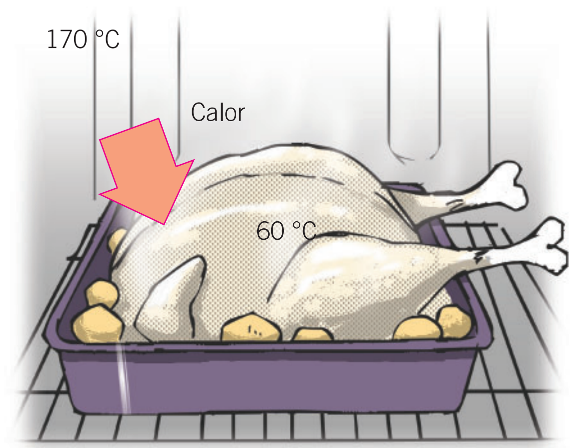
Introducimos el pollo que se encuentra a temperatura ambiente (25 °C) y a los 15 minutos lo sacamos sin usar guantes. ¿Qué ocurre?

SOLUCIÓN

Sí, nos quemamos. El pollo ha absorbido calor ($Q > 0$). Por tanto, la temperatura a la que está el pollo aumenta, es decir, que:

$$\left.\begin{array}{r} T_1 = 25\ °C \\ T_2 > T_1 \end{array}\right\} T_2 > 25\ °C$$

y nos quemaríamos. Si usamos un termómetro especial de alimentos veremos que la temperatura que marca introduciéndolo en el pollo es de unos 60 °C. ¡Quema!



Habrás observado que cuando vamos a un restaurante y pedimos un chuletón, el camarero al servirnos nos avisa: «Cuidado!, el plato está caliente». ¿Te has preguntado alguna vez por qué la carne se sirve en platos calientes y la ensalada en platos fríos?

TRANSMISIÓN DE CALOR. DIFERENCIA ENTRE CALOR Y TEMPERATURA

NOMBRE: ____________ CURSO: ________ FECHA: ________

5 **Tenemos un filete de 200 g en un plato que pesa 160 g. La temperatura del chuletón al sacarlo de la parrilla es de 90 °C y la temperatura del plato sería la del ambiente, 25 °C. Si el calor específico del chuletón es de 0,5 J/(g · K) y el calor específico del plato es de 1,2 J/(kg · K), calcula la temperatura final que alcanzará el sistema formado por el chuletón y el plato.**

SOLUCIÓN

Usa la expresión: $Q = m \cdot c_e \cdot \Delta T$ (1)

1. Desarrolla los paréntesis en la ecuación que has obtenido:

2. Agrupa en el miembro de la derecha los términos con T_{final}:

3. Saca factor común T_{final}:

4. Despeja T_{final}:

5. Escribe los datos del problema en unidades del SI:

6. Sustituye en la ecuación:

¿Ha disminuido también la temperatura del chuletón lo mismo que ha aumentado la temperatura del plato? Saca conclusiones.

MEDIDA EXPERIMENTAL DE LA VELOCIDAD DE LA LUZ

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Recuerda que...

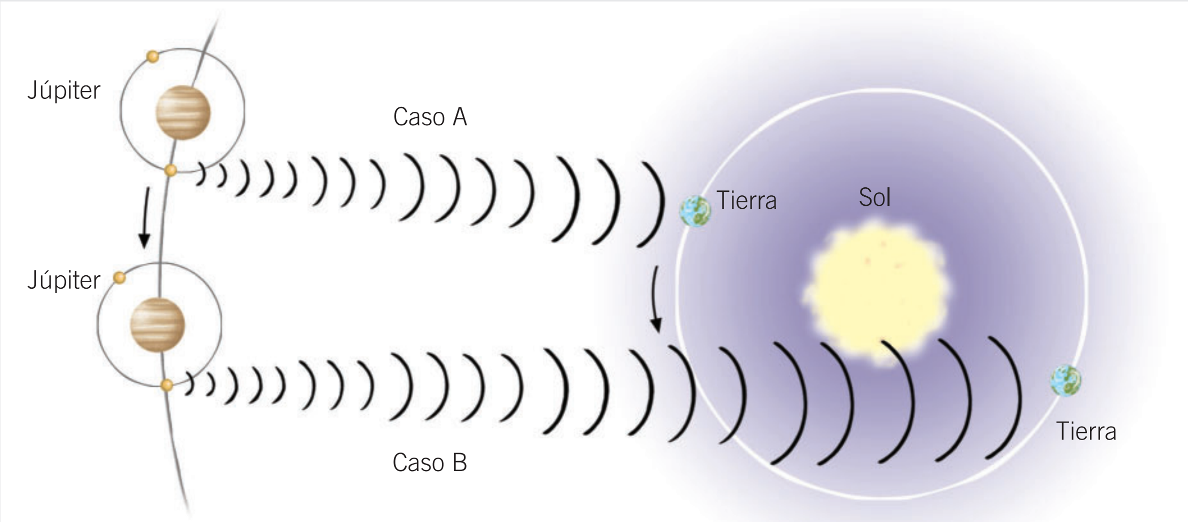
La luz se propaga tan rápido que hasta finales del siglo XVII se pensaba que tenía velocidad infinita, que pasaba de un sitio a otro de forma instantánea, es decir, en tiempo cero. La precisión de los aparatos de la época hacía que fuese imposible medirla como se mide una velocidad estándar de algo que se mueve con MRU $\left(v = \frac{\Delta x}{\Delta t}\right)$.

Pero en 1676 el astrónomo danés O. Roemer (1644-1710) hizo el primer cálculo satisfactorio de la velocidad de la luz en el vacío. Veamos cómo lo hizo.

Roemer sabía que la Tierra daba una vuelta alrededor del Sol cada año, mientras que Júpiter lo hacía cada doce años. Por este motivo, mientras la Tierra daba media vuelta alrededor del Sol, Júpiter, en cambio, había recorrido muy poco arco en su órbita.

Roemer apuntó con su telescopio hacia el planeta Júpiter y midió el tiempo que transcurría entre dos eclipses consecutivos de uno de sus satélites. Hizo esta medición en dos casos:

- Caso A → Cuando la Tierra estaba en su posición más cercana a Júpiter.
- Caso B → Transcurridos seis meses desde el caso A, cuando la Tierra estaba en el punto opuesto de su órbita. Date cuenta que en esos seis meses Júpiter se ha desplazado poco en su órbita.



Roemer midió un tiempo alrededor de mil segundos mayor en el caso B que en el caso A. ¿Cómo era posible? ¿No tenía la luz una velocidad infinita? ¿No tardaba lo mismo siempre el satélite en dar una vuelta alrededor de Júpiter? La explicación era que la luz reflejada en el satélite que llegaba a su telescopio y que le permitía verlo tenía que recorrer más distancia en el caso B que en el caso A, como puedes ver en el dibujo, por lo que tardaba más en llegar.

En esos mil segundos la luz tenía que recorrer la diferencia entre las distancias del caso A y el caso B, que si miras el dibujo es aproximadamente el diámetro de la órbita de la Tierra (si consideramos la órbita circular). Esa distancia era conocida y tiene un valor $3 \cdot 10^8$ km. Por tanto:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ km}}{1000 \text{ s}} = 3 \cdot 10^5 \frac{\text{km}}{\text{s}} = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \rightarrow \text{Velocidad de la luz en el vacío}$$

Roemer, debido a la escasa precisión de los aparatos de su época, midió una velocidad de $2{,}1 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, pero no solo fue el primer resultado satisfactorio de la medida de la velocidad de la luz, sino que además acabó con la idea de que la luz tenía una velocidad infinita.

MEDIDA EXPERIMENTAL DE LA VELOCIDAD DE LA LUZ

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Tras Roemer otros científicos fueron mejorando el cálculo de la velocidad de la luz. Un experimento curioso fue el del francés Fizeau en 1849, que hizo pasar un rayo de luz entre los dientes de una rueda dentada que giraba a gran velocidad. El rayo se reflejaba en un espejo tras recorrer varios kilómetros y volvía a pasar por la rueda dentada, pero esta vez por un diente diferente al anterior. Relacionando el MRU del rayo de luz con el movimiento circular de la rueda, Fizeau pudo calcular cómo de deprisa había ido la luz si mientras llegaba al espejo y volvía reflejada, la rueda había girado el ángulo entre los dos dientes. Obtuvo un valor de $3,1 \cdot 10^8$ m/s, muy próximo al aceptado hoy.

Este experimento fue mejorado posteriormente por Foucault y después por Michelson, quienes cambiaron la rueda por espejos giratorios. El valor de velocidad de la luz en el vacío aceptado hoy es $2,997\,924\,56 \cdot 10^8$ m/s. Se considera una constante fundamental de la naturaleza.

1 **Si Roemer hubiese intentado calcular la velocidad de la luz en el siglo XVII con un amigo situado a un kilómetro de distancia que pusiese un medidor de tiempo en marcha cuando emitiese una luz, y Roemer lograra parar otro medidor de tiempo sincronizado cuando la luz le llegase y pudiera no cometer error, ¿qué precisión debería tener el medidor de tiempo?**

SOLUCIÓN

2 **Si el Sol se apagase de repente, ¿cuánto tiempo tardaríamos en percibirlo en la Tierra?**
Dato: Distancia media al Sol $= 1,5 \cdot 10^{11}$ m.

SOLUCIÓN

3 **Investiga qué es un año luz y en qué contextos se usa.**

SOLUCIÓN

4 **¿Va la luz igual de rápido en el vacío que en otro medio transparente como el agua, un cristal, etc.? Investígalo y comenta al menos dos fenómenos que se producen cuando la luz pasa del vacío a otro medio transparente.**

SOLUCIÓN

EL EFECTO DOPPLER

NOMBRE: ____________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Recuerda que...

¿Qué tono emite una fuente sonora? ¿Qué color emite una fuente luminosa? o, dicho físicamente, ¿Qué frecuencia tiene una onda? No hay una respuesta concreta, es algo relativo, solo podemos hablar de qué frecuencia medimos como observadores cuando nos llega una onda y, como ya sabes, lo que medimos depende del sistema de referencia que usemos.

En el caso de las ondas, el físico austriaco Christiaan J. Doppler (1803-1853) descubrió en 1842 que cuando existe un movimiento relativo entre quien emite la onda (fuente) y quien la recibe (observador), la frecuencia que el observador percibe es diferente a la que la fuente emitió. A este fenómeno se le conoce como **efecto Doppler**. Esto ocurre cuando se mueve la fuente, el observador, o los dos y veremos que tiene muchas aplicaciones.

Habrás notado en una carrera de Fórmula 1 cómo cuando el monoplaza se acerca a donde están situados los micrófonos no solo oyes más alto el sonido del motor (mayor intensidad), sino que también lo oyes más agudo (mayor frecuencia); y cuando se aleja, no solo lo oyes más bajo (menor intensidad), sino también más grave (menor frecuencia). Lo mismo ocurriría si tú te desplazaras hacia el coche o te alejaras, aunque el efecto variaría según la velocidad relativa entre ambos.

El efecto viene resumido en la siguiente expresión:

$$f' = f \cdot \frac{v \pm v_0}{v \pm v_F}$$

Donde:

- f': frecuencia que percibe el observador.
- f: frecuencia que emite la fuente.
- v: velocidad de la onda.
- v_0: velocidad del observador. Se toma positiva si el observador se acerca a la fuente y negativa si se aleja de la fuente.
- v_F: velocidad de la fuente. Se toma positiva si la fuente se aleja del observador y negativa si se acerca al observador (Al revés que v_0).

Si pensamos en una onda concreta como el sonido, viendo la anterior expresión deducimos que, como es constante, si la fuente y el observador se van acercando, el cociente es mayor que uno, y, por tanto, $f' > f$.

Y que si la fuente y el observador se van alejando, el cociente es menor que uno y, por tanto, $f' < f$.

Por eso, si la fuente y el observador se acercan, el observador percibe sonidos más agudos; y si la fuente y el observador se alejan, el observador percibe sonidos más graves.

Las ecografías son un ejemplo de aplicación de los ultrasonidos en medicina.

EL EFECTO DOPPLER

NOMBRE: ____________________ CURSO: __________ FECHA: __________

1. EJERCICIO RESUELTO

Un hombre sentado en un banco ve acercarse una ambulancia a 120 km/h con la sirena emitiendo un sonido de 500 Hz de frecuencia. ¿Qué frecuencia percibe el hombre cuando la ambulancia se acerca? ¿Y cuando se aleja?

Dato: $v_{sonido} = 340$ m/s.

SOLUCIÓN

$v_O = 0$ m/s (observador parado); $v_F = 120$ km/h $= 33{,}33$ m/s (con su signo + o −):

- Cuando la ambulancia se acerca:

$$f' = f \cdot \frac{v \pm v_O}{v \pm v_F} = 500 \text{ Hz} \cdot \frac{340 \text{ m/s}}{340 \text{ m/s} - 33{,}33 \text{ m/s}} = 554{,}3 \text{ Hz}$$

- Cuando la ambulancia se aleja:

$$f' = f \cdot \frac{v \pm v_O}{v \pm v_F} = 500 \text{ Hz} \cdot \frac{340 \text{ m/s}}{340 \text{ m/s} + 33{,}33 \text{ m/s}} = 455{,}4 \text{ Hz}$$

5 Un coche de policía circula a 140 km/h con su sirena sonando a una frecuencia de 420 Hz.
Dato: $v_{sonido} = 340$ m/s.

SOLUCIÓN

a) ¿Qué frecuencia percibirá un coche que circula en sentido contrario a 100 km/h acercándose al coche de policía?

b) ¿Qué frecuencia percibirá el mismo coche cuando se cruce con el de policía y comiencen a alejarse en sentidos contrarios?

EL EFECTO DOPPLER

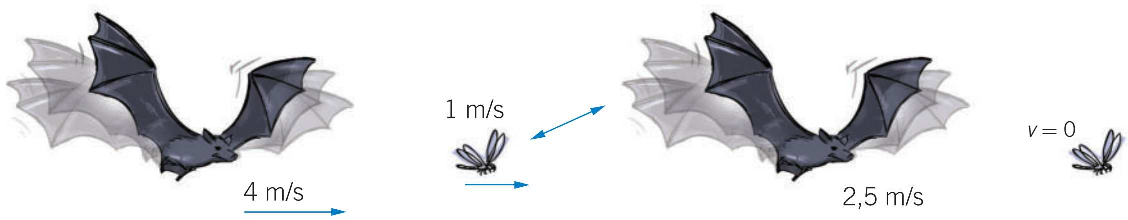
NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

2. EJERCICIO RESUELTO

Un murciélago persigue a un insecto que vuela a 1,5 m/s en su mismo sentido. El murciélago, que no ve, emite ultrasonidos a $9 \cdot 10^4$ Hz que se reflejan en el insecto y vuelven a él. Analizando la frecuencia recibida y la rapidez con que le llega, el murciélago averigua a qué velocidad se mueve el insecto y a qué distancia se encuentra. Si el murciélago vuela a 4 m/s, ¿qué frecuencia recibe? Dato: $v_{sonido} = 340$ m/s. (A veces, como ves, la fuente y el observador son los mismos.)

SOLUCIÓN

El efecto Doppler habla de velocidad relativa. Fíjate que el problema es equivalente a otro en el que el insecto estuviera parado y el murciélago se moviera a $(4 - 1,5) = 2,5$ m/s.



Observa que el murciélago hace de fuente emisora que se acerca $\rightarrow v_F = -2,5$ m/s y a la vez de observador que se acerca cuando el ultrasonido se refleja en el insecto y vuelve a él, que es el observador $\rightarrow v_O = +\,2,5$ m/s.

$$f' = f \cdot \frac{v \pm v_O}{v \pm v_F} = 9 \cdot 10^4 \text{ Hz} \cdot \frac{340 \text{ m/s} + 2,5 \text{ m/s}}{340 \text{ m/s} - 2,5 \text{ m/s}} = 9,13 \cdot 10^4 \text{ Hz}$$

6 **Un coche de bomberos circula a 80 km/h por un callejón sin salida mientras su sirena emite un sonido de 350 Hz. Al final del callejón se encuentra una niña subida a la valla de una pared escapando de un fuego. Dato: $v_{sonido} = 340$ m/s.**

SOLUCIÓN

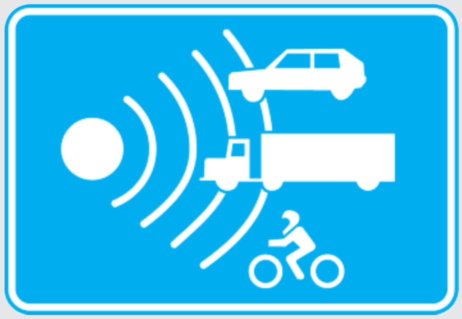
a) ¿Qué frecuencia percibe la niña?

b) ¿Qué frecuencia perciben los bomberos cuando vuelve el sonido de la sirena tras reflejarse en la pared?

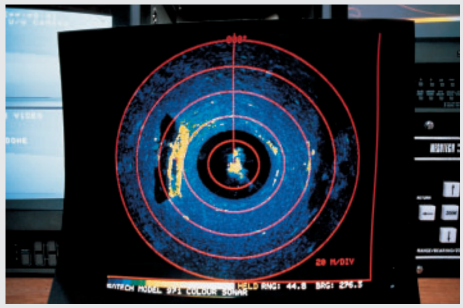
EL EFECTO DOPPLER

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

APLICACIONES DEL EFECTO DOPPLER



- **Radares.** Son cinemómetros que usa la policía para averiguar la velocidad que llevan los vehículos. El radar emite ondas de radio que se reflejan en los coches y vuelven a él. Analizando la frecuencia emitida y la recibida, un programa informático deduce la velocidad que llevaba el vehículo. Pueden ser fijos o móviles. El margen de error es de alrededor del 10 %, por lo que si la velocidad máxima permitida es 120 km/h sancionan a los vehículos cuya velocidad detectada sea superior a 120 + 10 % 120 $\simeq$ 132 km/h.



- **Sonar de los barcos.** Es un aparato que tienen los barcos de pesca y que emiten continuamente ultrasonidos al fondo del mar. Cuando las ondas reflejadas cambian su frecuencia es porque se han reflejado en una fuente móvil, como puede ser un banco de peces.

- **El universo se expande.** El efecto Doppler se observa en cualquier tipo de onda, como, por ejemplo, la luz. Se observa que la frecuencia detectada en la luz procedente de galaxias lejanas es cada vez más baja, por lo que se deduce que la fuente emisora se está alejando de nosotros, que somos observadores en reposo, y además cada vez más rápido, lo que significa que el universo se expande.

CURIOSIDADES

Existen ciertas limitaciones a la hora de aplicar la ecuación deducida para el efecto Doppler. Para el caso de una onda sonora:

- Si $v_0 > v_{sonido}$ y el observador se alejara de la fuente, no tiene sentido usar la ecuación, pues al ser el observador más rápido que la onda sonora nunca le llegaría esta y no percibiría ninguna frecuencia.
- Si $v_F > v_{sonido}$ significa que a medida que la fuente va generando ondas sonoras se va acercando a ellas más rápido de lo que ellas se propagan. Lo que ocurre es que las crestas de las ondas se van amontonando, aumentando la amplitud rápidamente, produciéndose una **onda de choque** que provoca un gran estruendo. Cuando un avión supera la velocidad del sonido (340 m/s = 1224 km/h), se dice que rompe la **barrera del sonido**. Puede provocar roturas de tímpanos, cristales, etc.

El avión supersónico Concorde, fabricado en Francia, duplicaba la velocidad del sonido, pero se decidió dejar de utilizar con anterioridad a un gran accidente que tuvo, debido a su baja rentabilidad (era muy caro) y a la gran contaminación acústica que producía.

7 **Explica un efecto similar al anterior con una lancha motora moviéndose por el agua.**

¿A QUÉ DISTANCIA VE EL PESCADOR A LOS PECES?

NOMBRE: ______________________ CURSO: ____________ FECHA: ____________

Recuerda que...

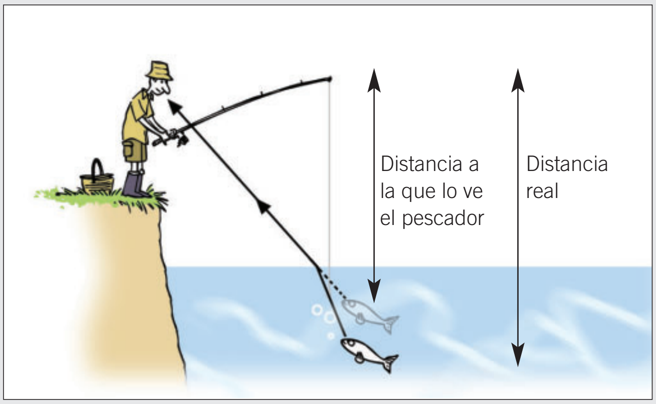
Si creías que el pescador y los peces se veían mutuamente a la misma distancia estabas equivocado. La refracción de la luz al cambiar de medio produce curiosos efectos ópticos.

Para estudiar el problema en cuestión necesitamos saber tres cosas:

- Los objetos se ven por la luz que reflejan.
- Cuando a un ojo le llega luz, este siempre interpreta que su origen está en la prolongación de la dirección en la que finalmente le ha llegado la luz (aunque por el camino haya sufrido cambios de dirección).
- La ley de Snell de la refracción:

$$n_1 \cdot \text{sen } i = n_2 \cdot \text{sen } r, \text{ donde } \begin{cases} n_1 = \text{índice de refracción de donde viene la luz} \\ n_2 = \text{índice de refracción donde va la luz} \\ i = \text{ángulo de incidencia} \\ r = \text{ángulo de refracción} \end{cases}$$

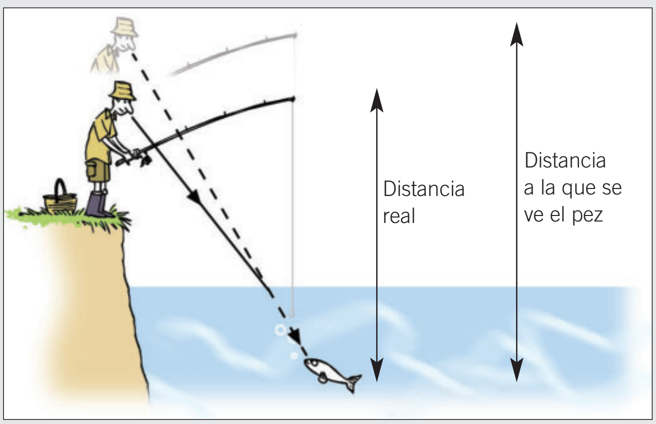
Entonces: ¿a qué distancia ve el pescador al pez?



La luz reflejada en el pez hace que el pescador pueda verlo. Si nos fijamos en la trayectoria de un rayo de luz que se refleja en el pez y llega al ojo del pescador, vemos que este se aleja de la normal al pasar del agua al aire, pues pasa a un índice de refracción menor.

El cerebro del hombre interpreta que el pez está en la dirección del rayo que le llega, con lo que lo ve más arriba de lo que en realidad está.

¿A qué distancia ve el pez al pescador?



La luz reflejada en el pescador hace que el pez pueda verle. Si nos fijamos en la trayectoria de un rayo de luz que se refleja en el pescador y llega al ojo del pez, vemos que este se acerca a la normal al pasar del aire al agua, pues pasa a un índice de refracción mayor.

El cerebro del pez interpreta que el hombre está en la dirección del rayo que le llega, con lo que lo ve más arriba de lo que está. ¿Quizá le pescarán por eso?

¿A QUÉ DISTANCIA VE EL PESCADOR A LOS PECES?

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

8 **Un camarero coloca un vaso de vidrio que tiene un fondo muy grueso encima de un papelito que había sobre la barra del bar. Si hay un cliente sentado delante del vaso, ¿verá el papelito más arriba o más abajo de lo que está? Haz un dibujo trazando un rayo que lo demuestre.**

SOLUCIÓN

9 **Si en el ejercicio anterior el camarero llena el vaso de agua con una jarra, ¿el cliente verá el papelito igual que antes, más arriba o más abajo? Haz un trazado de rayos que indique dónde lo verá. Pista: el sitio donde lo veía antes (imagen) hace ahora de nuevo papelito (objeto) para el cambio de medio agua-aire.**

SOLUCIÓN

10 **Sabiendo que la luz se curva hacia las zonas de mayor temperatura y que un ojo siempre interpreta que la procedencia de la luz está en la prolongación de la dirección en la que le llega, haz un dibujo que explique cómo se producirán los espejismos en el desierto.**

SOLUCIÓN

¿POR QUÉ VEMOS EL ARCO IRIS? EL PRISMA ÓPTICO

NOMBRE: ____________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Recuerda que…

La dispersión de la luz

Cuando la luz blanca procedente del Sol viaja a través del vacío, las diferentes frecuencias que la componen (diferentes colores) viajan a la misma velocidad, pero cuando la luz blanca atraviesa otro medio transparente, como, por ejemplo, una gota de agua, los rayos de luz correspondientes a cada frecuencia viajan a distintas velocidades, pues el índice de refracción del agua es diferente para cada frecuencia y, por tanto, se desvían con ángulo diferente (se desvían menos los rayos que van más rápidos). Este fenómeno se conoce como **dispersión**.

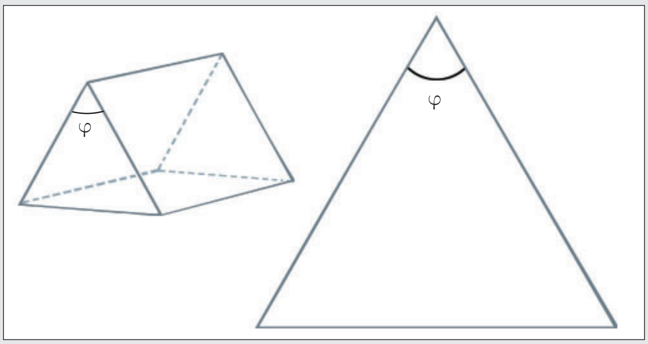
Al llegar la luz dispersada a nuestros ojos tras atravesar las gotas, vemos el efecto sobre una gran pantalla que es el cielo, visualizándose el arco iris. En óptica ocurre prácticamente lo mismo en el vacío que en el aire y lo consideramos igual.

Para estudiar este fenómeno más en profundidad solo necesitamos conocer un poco de trigonometría y la ley de Snell de la refracción:

$$n_1 \cdot \text{sen } i = n_2 \cdot \text{sen } r\text{, donde } \begin{cases} n_1 = \text{índice de refracción de donde viene la luz} \\ n_2 = \text{índice de refracción donde va la luz} \\ i = \text{ángulo de incidencia} \\ r = \text{ángulo de refracción} \end{cases}$$

El prisma óptico

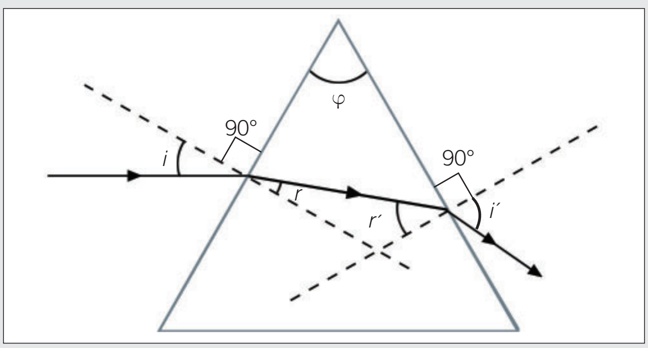
En lugar de estudiar un medio transparente en concreto como una gota de agua, estudiemos el caso general de cuando las paredes que limitan el medio transparente no son planas ni paralelas. A ese «modelo» lo llamamos **prisma óptico**.



El prisma óptico es una figura con volumen, con la forma de un prisma. Si le hacemos un corte longitudinal, es un triángulo como el del dibujo.

Tiene un índice de refracción para cada frecuencia al que llamamos n y un ángulo característico al que denominamos φ.

Veamos qué le ocurre a un rayo de luz de una determinada frecuencia que viene del aire ($n = 1$), entra por la izquierda del prisma (índice n) y sale por la derecha:



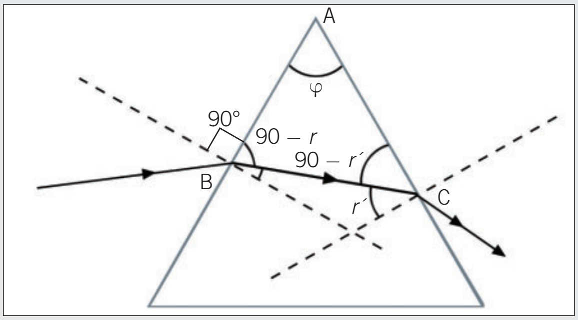
El rayo de luz que viniendo del aire incide en la primera cara con ángulo i se refracta con un ángulo r acercándose a la normal, pues pasa a un índice mayor (ya que el menor índice posible es $n = 1$). El rayo de luz que viaja por el prisma e incide en la segunda cara con ángulo r' se refracta con un ángulo i' alejándose de la normal, pues pasa a un índice menor.

Usemos un poco de trigonometría para ver qué relación hay entre los diferentes ángulos.

¿POR QUÉ VEMOS EL ARCO IRIS? EL PRISMA ÓPTICO

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

- Consideramos el triángulo de vértices A, B y C.

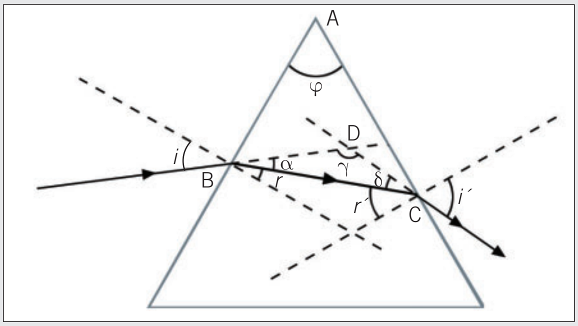


Conocemos uno de sus ángulos interiores, que es φ. Para conocer los otros dos, si observas que la normal forma 90° con cada cara, puedes ver rápidamente que los otros dos ángulos interiores son $90° - r$ y $90° - r'$.

Como la suma de los ángulos interiores de cualquier triángulo es 180° se cumple:

$$180° = \varphi + (90° - r) + (90° - r') \rightarrow \varphi = r + r'$$

- Consideramos el triángulo de vértices B, C y D (donde D es el punto de corte de las direcciones del rayo incidente y el emergente en el prisma).



Llamamos α, β y γ a los ángulos interiores del triángulo de vértices B, C y D. Llamamos δ al ángulo que forma la dirección del rayo incidente y la dirección del rayo emergente del prisma, que se denomina **ángulo de desviación**. Fíjate que el ángulo *i* es igual a la suma de los ángulos α y *r*:

$$i = \alpha + r \rightarrow \alpha = i - r$$

Observa que el ángulo *i´* es igual a la suma de los ángulos β y *r'*:

$$i' = \beta + r' \rightarrow \beta = i' - r'$$

La suma de los ángulos interiores del triángulo B C D es 180°. Sustituimos α y β y agrupamos.

$$180° = \alpha + \beta + \gamma \rightarrow 180° = i - r + i' - r' + \gamma \rightarrow 180° = i + i' - (r + r') + \gamma \qquad (1)$$

- Si nos fijamos en el dibujo vemos que γ y δ suman 180°, pues son suplementarios:

$$\gamma + \delta = 180° \rightarrow \gamma = 180° - \delta$$

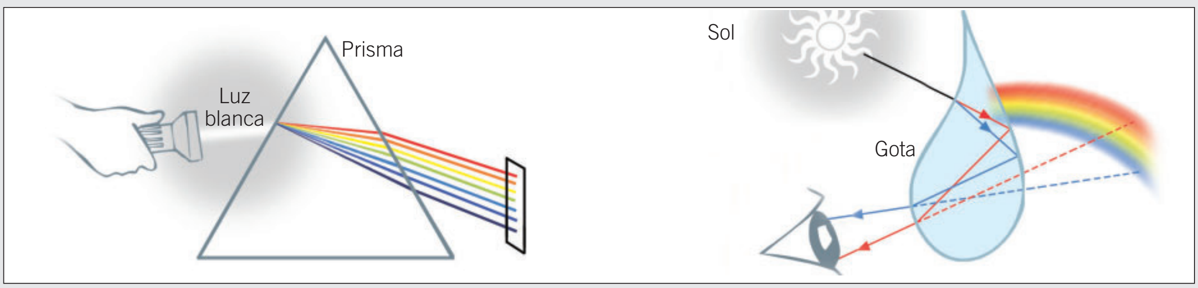
- Sabemos de antes que $\varphi = r + r'$. Sustituyendo ambos datos en la ecuación (1), tenemos:

$$180° = i + i' - (r + r') + \gamma \rightarrow 180° = i + i' - \varphi + (180° - \delta) \rightarrow \delta = i + i' - \varphi$$

Por lo que nuestras dos ecuaciones finales son: $\varphi = r + r'$ y $\delta = i + i' - \varphi$.

Cada rayo de frecuencia diferente se desvía con un ángulo distinto. A menor frecuencia, el rayo va más rápido dentro del prisma y se desvía menos. Por eso los colores de la luz blanca son dispersados de arriba abajo de menor a mayor frecuencia: rojo, anaranjado, amarillo, verde, azul, añil y violeta.

En el caso del arco iris lo vemos también así, con el Sol a nuestra espalda, pues tras una doble reflexión en las gotas, nuestro ojo interpreta siempre que los rayos le llegan con trayectoria rectilínea, como ves en el siguiente dibujo. Desde el suelo vemos un arco, pero si viajásemos en un avión podríamos ver el anillo completo.



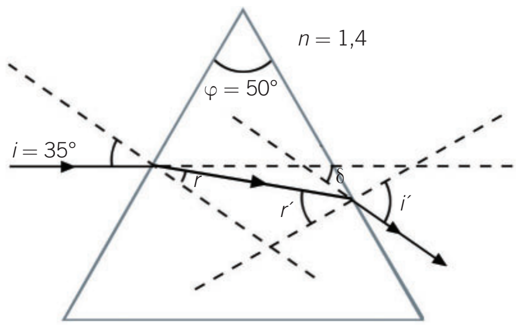
¿POR QUÉ VEMOS EL ARCO IRIS? EL PRISMA ÓPTICO

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

1. EJERCICIO RESUELTO

Sobre un prisma de vidrio de ángulo $\varphi = 50°$ incide con un ángulo de 35° un rayo de luz de una sola frecuencia (monocromático). Para esa frecuencia el índice de refracción del prisma es $n = 1,4$. Haz un dibujo y calcula el ángulo de emergencia i' (el ángulo con el que sale el rayo del prisma) y la desviación δ sufrida por el rayo.

SOLUCIÓN



Calculamos primero el ángulo de refracción en la primera cara r, aplicando la ley de Snell:

$$1 \cdot \text{sen } 35° = 1,4 \cdot \text{sen } r \rightarrow \text{sen } r = \frac{\text{sen } 35°}{1,4} = 0,41$$

$$\rightarrow r = 24,2°$$

Calculamos ahora el ángulo de incidencia en la segunda cara r', con la expresión conocida:

$$\varphi = r + r' \rightarrow r' = \varphi - r = 50° - 24,2° = 25,8°$$

Y calculamos el ángulo de emergencia aplicando la ley de Snell a la segunda cara:

$$1,4 \cdot \text{sen } r' = 1 \cdot \text{sen } i' \rightarrow 25,8° = 0,61 \rightarrow i' = 37,5°$$

Y por último calculamos la desviación δ:

$$\delta = i + i' - \varphi = 35° + 37,5° - 50° = 22,5°$$

11 **Sobre un prisma de vidrio de ángulo $\varphi = 40°$ incide con un ángulo de 30° un rayo de luz monocromático. El índice de refracción del prisma es $n = 1,6$. Haz un dibujo y calcula:**

SOLUCIÓN

a) La desviación δ sufrida por el rayo.

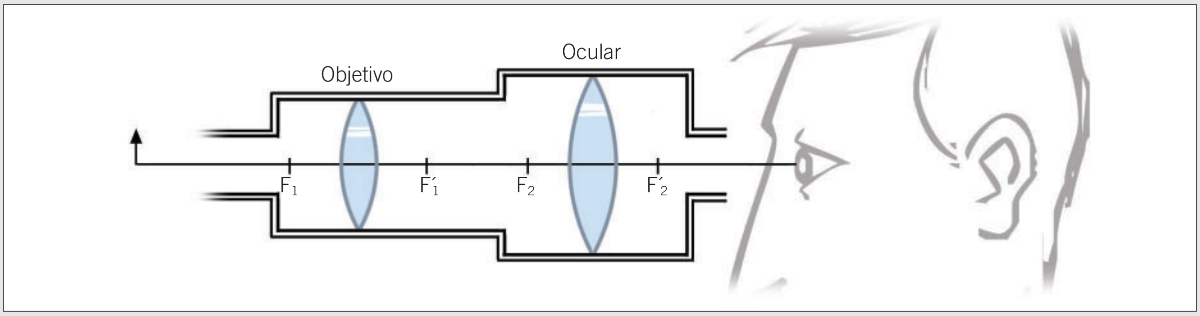
b) Si introducimos un rayo con el mismo ángulo de incidencia y mayor frecuencia, ¿se desviará más o menos?

INSTRUMENTOS ÓPTICOS. EL MICROSCOPIO

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Recuerda que…

El **microscopio óptico** es un instrumento que nos sirve para observar aumentados objetos muy pequeños. Está formado por dos lentes convergentes de distancias focales muy pequeñas dispuestas de la siguiente forma:

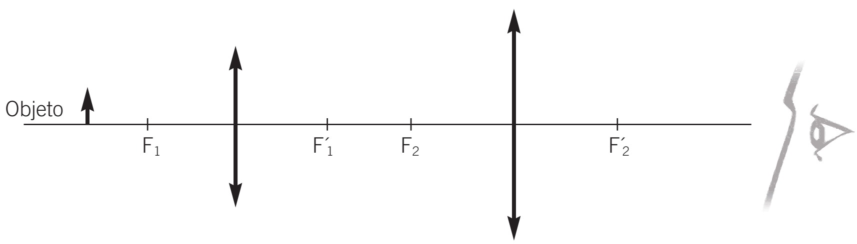


La lente más cercana al objeto se llama **objetivo**, y la más próxima al ojo, **ocular**.
El objeto a examinar se sitúa fuera de la distancia focal de la primera lente (el objetivo), por lo que este forma una imagen que es real, invertida y de mayor tamaño que el objeto. Esta imagen intermedia hace de objeto para la segunda lente (el ocular) y, como se ha formado dentro de la distancia focal del ocular, este forma una imagen virtual, invertida y de mayor tamaño que el objeto, que es la imagen final que vemos.

12 **Haz un trazado de rayos para calcular la imagen de un objeto que vemos a través de un microscopio óptico.**

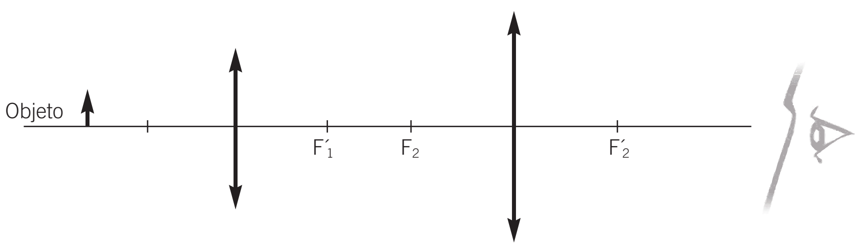
SOLUCIÓN

1. Dibuja la imagen que se forma del objeto al atravesar la luz el objetivo.



2. Traslada la anterior imagen a este dibujo. Esa imagen hace de objeto de la segunda lente. Haz un trazado de rayos y halla la imagen final que se forma al atravesar la luz esta segunda lente.

:



ORBITA Y ORBITAL

NOMBRE: ____________ CURSO: ________ FECHA: ________

Recuerda que...

Concepto de órbita y de orbital

Muchas veces nos encontramos con el problema de saber **distinguir entre órbita** y **orbital**, dos conceptos muy ligados que se describen dentro del modelo atómico actual.

A menudo buscar la palabra en el diccionario ayuda mucho. Si buscamos el significado de las dos palabras en el Diccionario de la Real Academia Española encontramos las siguientes definiciones:

- *Órbita*: Fís. Trayectoria que recorre un electrón alrededor del núcleo del átomo.
- *Orbital*: Fís. Distribución de la densidad de la carga de un electrón alrededor del núcleo de un átomo o una molécula.

Dicho de una manera más sencilla, una órbita es la trayectoria o camino que tiene el electrón alrededor del núcleo del átomo y un orbital es la forma que resulta cuando se combinan todas las posibles órbitas que el electrón puede tener. Para poderlo ilustrar mejor vamos a poner un ejemplo mucho más sencillo y gráfico, cercano a todos nosotros: el caso de la Tierra orbitando alrededor del Sol.

Cada año la Tierra da una vuelta completa alrededor del Sol. La trayectoria específica que recorre y que se podría dibujar en un plano es la órbita. Pero cada año la Tierra tiene una trayectoria un poco diferente a la del año anterior, un poco más rápida, un poco más lenta, un poco más lejana, un poco más cercana...
Si de alguna manera fuésemos capaces de grabar la trayectoria de la Tierra durante millones de años pintando unas órbitas sobre otras, obtendríamos una figura que se parecería mucho a un donut. Este donut nos daría las posiciones en las que la Tierra está limitada a moverse, del mismo modo que los electrones alrededor de su núcleo. Basándonos en esta descripción, podemos decir que un orbital se define como el lugar donde la probabilidad de encontrar al electrón es del 99,9 %; es decir, esa forma resultante (donut) es el orbital.

El modelo de Bohr

Las **órbitas** del electrón hacen referencia al **modelo de Bohr**, y es un modo de visualizar el hecho de que los electrones en un átomo tienen una determinada energía cuyo valor no puede ser cualquiera. El valor que tome está limitado a un pequeño grupo de posibles energías.
Se dice que el electrón está «cuantizado».

El modelo de Schrödinger

Por otro lado, los **orbitales** del electrón hacen referencia al **modelo de Schrödinger**. En este modelo se utilizan ecuaciones matemáticas para describir cómo un electrón cuenta con una probabilidad de cierta energía si se encuentra situado en una zona determinada del átomo, ante la imposibilidad ya de hablar de trayectoria debido al **principio de incertidumbre de Heisenberg**, que habla de que no podemos saber con total precisión la posición del electrón y su velocidad. Por tanto, no podemos conocer su trayectoria exacta.

Incertidumbre en la medida

Es más, cuanto más preciso sea nuestro conocimiento de su posición menos sabremos sobre su velocidad y viceversa. Esto es debido a que al medir perturbamos la realidad que pretendemos medir, con lo que nunca podremos conocerla. Esto supuso un serio revés para el pensamiento de la época (comienzos del siglo XX) y el optimismo que se respiraba sobre la tremenda progresión del conocimiento humano, lo que hizo, junto a otros acontecimientos, que surgiera la corriente filosófica del existencialismo (Nietzsche, Sartre...), mucho más pesimista.

Puesto que estos dos conceptos son modelos del átomo, desde el punto de vista estricto son una abstracción de la realidad, es decir, maneras de imaginar o describir un átomo. Por tanto, si el electrón realmente está en una órbita circular o en un orbital matemático es irrelevante. Lo que importa es que dados unos parámetros de un modelo atómico este sea capaz de predecir ciertas propiedades físicas y químicas del átomo.

ORBITA Y ORBITAL

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

1 **Dibuja un mapa de tu barrio visto desde arriba. Señala en azul la trayectoria que recorrerías hoy si tuvieras que ir a comprar el pan a una panadería lejana. Después marca en rojo otras treinta trayectorias que seguirías los demás días del mes con alguna variación (ir por otra acera, acercarte a un escaparate de una tienda, hacer otro recado de camino, etc.). A la zona roja llámala ZONA 1. Dibuja ahora una última trayectoria totalmente diferente a las demás que realices otro día (llámala CAMINO 2).**

SOLUCIÓN

SOLUCIÓN

a) ¿La zona 1 es una órbita o un orbital?

b) ¿El camino por el que has ido hoy es una órbita o un orbital?

c) ¿El camino 2 es una órbita o un orbital?

d) Si un amigo sale a buscarte un día cualquiera, ¿dónde hay mayor probabilidad de que te encuentre? ¿Te encontraría allí seguro? Pon un ejemplo.

CONFIGURACIÓN ELECTRÓNICA ABREVIADA

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Recuerda que...

En algunas ocasiones resulta tedioso y muy laborioso tener que escribir la configuración electrónica de elementos que poseen un gran número de electrones. Para facilitar esta descripción se utiliza la conocida como **configuración electrónica abreviada**, que nos permite de una manera sencilla escribir una configuración mucho más manejable.

1. EJERCICIO RESUELTO

Observa cuál es la configuración electrónica del antimonio:

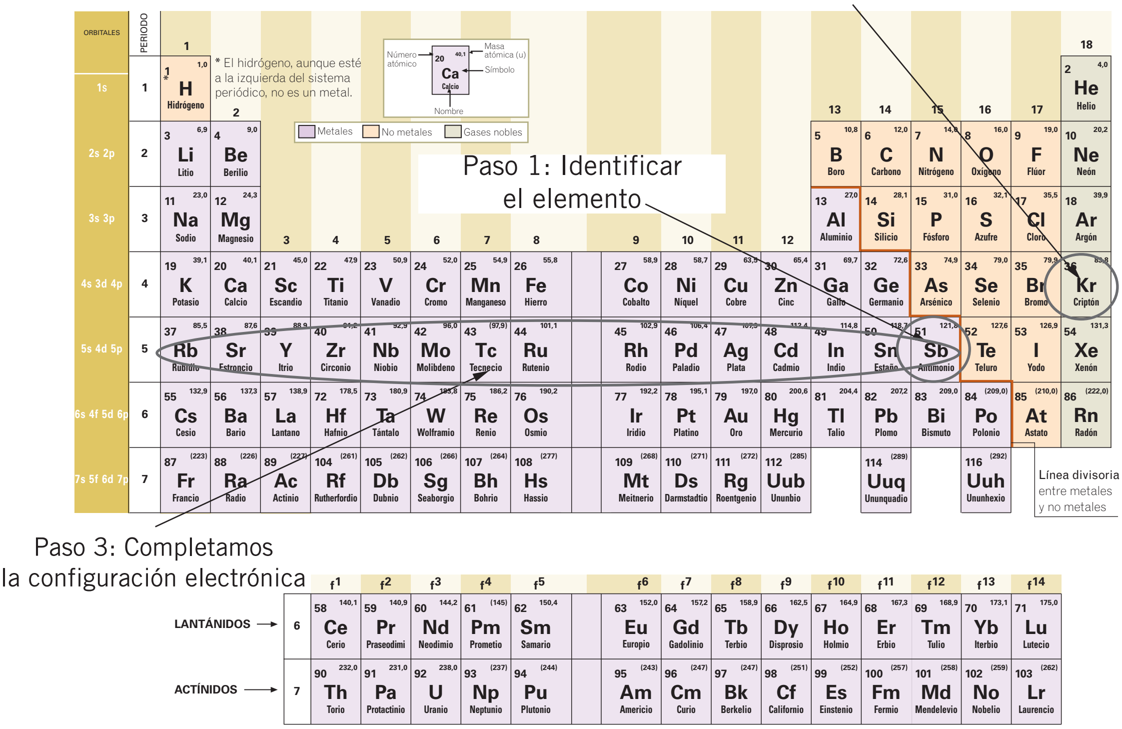
$$\text{Sb } (Z = 51) \rightarrow 1s^2\ 2s^2 2p^6\ 3s^2 3p^6\ 4s^2\ 3d^{10}\ 4p^6\ 5s^2\ 4d^{10}\ 5p^3$$

Veamos cómo se construye la configuración electrónica abreviada paso a paso:

SOLUCIÓN

1. Vemos dónde está el antimonio:

Paso 2: Escribimos el gas noble del periodo anterior



El primer paso consiste en identificar y situar el elemento en cuestión dentro de la tabla periódica. En el caso del elemento que hemos mencionado antes, el antimonio (Sb), lo encontramos en el grupo 5 (15) y en el periodo 5, como se indica en la imagen.

2. Escribimos entre corchetes [] el símbolo del gas noble situado en el periodo anterior de la tabla.

   Para el Sb, subimos al periodo anterior, que es el periodo 4, e identificamos el gas noble que se encuentra en el periodo 4: es el criptón. Este elemento tiene 36 electrones. Por tanto, para describir los 36 primeros electrones del átomo de antimonio, escribimos:

   [Kr]

continúa →

CONFIGURACIÓN ELECTRÓNICA ABREVIADA

NOMBRE: ______ CURSO: ______ FECHA: ______

3. Completamos la configuración electrónica.

A continuación nos movemos hacia abajo colocándonos de nuevo en el periodo donde se encuentra el elemento que queremos describir. Una vez ahí, seguiremos con los elementos de izquierda a derecha, hasta llegar al elemento en cuestión, escribiendo la configuración electrónica correspondiente (teniendo en cuenta las reglas de llenado).

[Kr] $5s^2\ 4d^{10}\ 5p^3$

2 **Según has aprendido en el ejemplo, escribe la configuración electrónica abreviada de:**

SOLUCIÓN

a) Arsénico.

b) Un elemento que contiene 25 electrones.

c) Silicio.

d) El elemento número 53.

e) Sodio.

f) Ion cadmio, Cd^{2+}.

3 **Dadas las siguientes configuraciones electrónicas abreviadas, indica a qué elemento químico corresponden:**

SOLUCIÓN

a) [Ar] $4s^2\ 3d^{10}$

b) [Ne] $3s^2\ 3p^4$

c) [Xe] $6s^2\ 4f^{14}\ 5d^{10}\ 6p^5$

d) [Ar] $4s^2\ 3d^{10}\ 4p^4$

e) [Ar] $4s^1\ 3d^{10*}$ (Esta configuración en la que solo hay un electrón en el subnivel s del nivel 4 es un caso especial, pues es una configuración más estable.)

f) [He] $2s^1$

CONFIGURACIÓN ELECTRÓNICA ABREVIADA

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

4 ¿Son correctas las siguientes configuraciones electrónicas abreviadas de los elementos que se mencionan?

SOLUCIÓN

a) [Ne] $3s^1$ → Sodio

b) [Xe] $6s^1$ → Rubidio

c) [Xe] $6s^2$ $4f^{14}$ $5d^{10}$ $6p^4$ → Radón

d) [Ar] $4s^2$ $3d^6$ → Cinc

e) [He] → Helio

f) [He] $2s^2$ $2p^3$ → Nitrógeno

g) [Kr] $5s^2$ $4d^2$ → Circonio

h) [Ar] $4s^2$ → Calcio

5 Escribe la configuración electrónica de todos los elementos del grupo de los halógenos.

SOLUCIÓN

a) Flúor.

b) Cloro.

c) Bromo.

d) Yodo.

e) Astato.

f) ¿Qué tienen todos ellos en común?

BREVE HISTORIA DE LA TABLA PERIÓDICA

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Recuerda que…

La **tabla periódica** es una organización de los elementos químicos agrupados en **orden creciente de número atómico**, de tal forma que en las mismas columnas (grupos) coincidan elementos con propiedades similares. Esta estructura de la tabla la convierte en una herramienta de gran valor para determinar las propiedades y el comportamiento de los elementos, así como predecir cómo interactuarán.

La tabla periódica, tal y como la conocemos hoy día, está formada por 115 elementos.

- Algunos de ellos nos son familiares, como el oro o la plata, mientras otros muchos nos son totalmente desconocidos y son *raros,* como es el caso del praseodimio o del mendelevio.
- Algunos de ellos son metales, como el potasio, y otros son no metales, como el cloro.
- Algunos son gases a temperatura ambiente, como el flúor; otros son líquidos, como el bromo y el mercurio; y otros, sólidos, como el cobre.

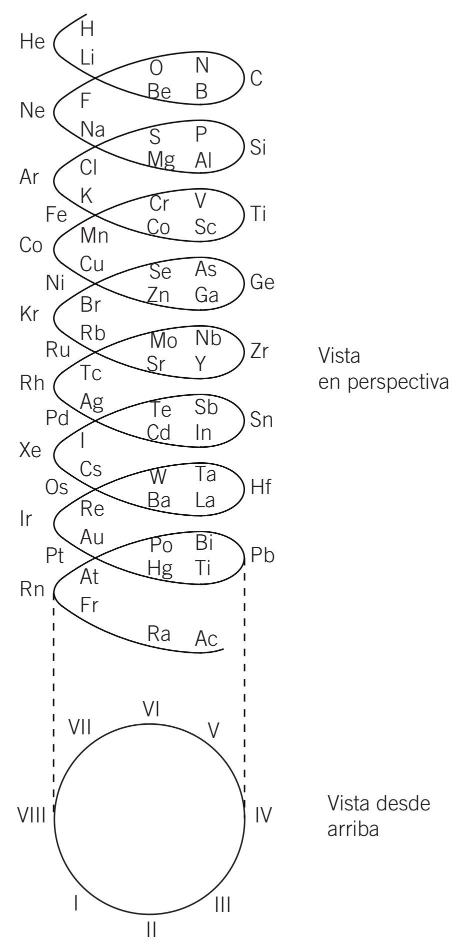
Como podemos ver, existe una gran cantidad de elementos con características y propiedades muy diferentes entre ellos. Se puede imaginar que el llegar a una clasificación de algún tipo se presenta como una tarea, cuanto menos, larga y dificultosa. A lo largo de estas líneas descubriremos que, aunque muchos de los elementos que hoy día conocemos se descubrieron hace mucho tiempo, no fue hasta el siglo XVIII cuando se comenzó a clasificarlos en una tabla parecida a la que conocemos en la actualidad.

En la tabla de la página 441 se agrupan cronológicamente algunos de los elementos según la época de su descubrimiento. En algunos casos el elemento fue descubierto como tal, aunque en otros casos se refleja la fecha en que dicho elemento fue aislado del compuesto al que pertenecía.

Como se puede observar, el siglo XIX es el más prolífico en lo que se refiere al descubrimiento de nuevos elementos. La aparición de gran cantidad de ellos hizo que se pusieran de manifiesto semejanzas en propiedades, pesos relacionados, o comportamientos químicos parecidos. Estas semejanzas empujaron a los químicos a buscar algún tipo de clasificación, de tal manera que se facilitase su conocimiento y descripción, así como a impulsar la investigación de nuevos elementos.

El alemán **J. W. Dobereiner** (1780-1849), en 1817, fue el primero que se dio cuenta de que los pesos atómicos de algunos elementos estaban relacionados de tres en tres. Demostró que el peso atómico del estroncio era aproximadamente la media aritmética de los pesos atómicos del calcio y del bario, elementos químicamente parecidos al estroncio. También demostró la existencia de otros grupos de tres elementos que se llaman **tríadas**, como, por ejemplo, cloro, bromo y yodo.

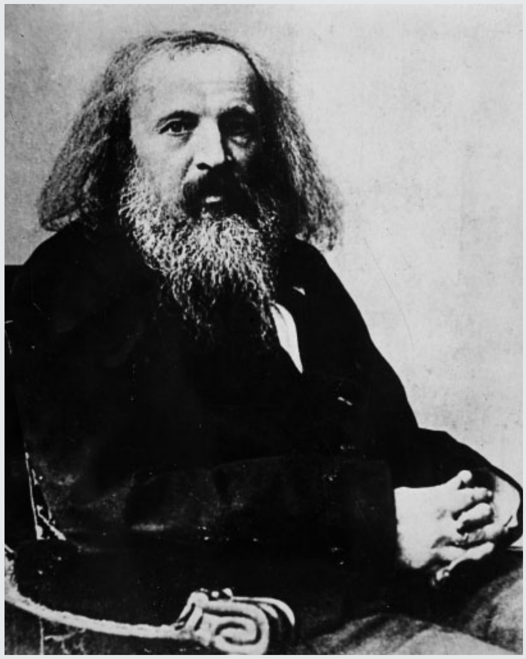
Fue el francés **A. E. B. de Chancourtois** (1820-1886) quien en 1862 dispuso los elementos siguiendo el orden del peso atómico, sobre una curva en forma de hélice sobre un cilindro vertical y observó una cierta periodicidad en ellos.



BREVE HISTORIA DE LA TABLA PERIÓDICA

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Un año más tarde, el británico **J. A. R. Newlands** (1838-1898) propuso un sistema de clasificación creciente en peso atómico en el que los elementos se agrupaban de siete en siete, ya que el octavo elemento repetía propiedades similares al del primer elemento. Se llamó la **ley de las octavas**.



Pero la etapa definitiva y más importante en el desarrollo del sistema periódico fue realizada por el químico ruso **D. Mendeleiev** (1834-1907). Fue en 1869 cuando publicó su tabla en la que propuso un sistema periódico que contenía 17 columnas, con los elementos ordenados por pesos atómicos crecientes, que contenía todos los elementos conocidos hasta la fecha. Estas columnas fueron construidas tras un detallado estudio de los pesos atómicos de los elementos, sus propiedades físico-químicas y, sobre todo, teniendo en cuenta la valencia. Aunque era una tabla que dejaba huecos vacíos –prediciendo la existencia de nuevos elementos, que se descubrirían más tarde–, era una tabla sencilla y completa que revolucionó el estudio de la química para siempre.

El químico alemán **J. L. Meyer** (1830-1895) trabajaba de forma paralela y propuso una tabla con una clasificación basada en las propiedades electroquímicas en función de los pesos atómicos, y se observaba también una cierta periodicidad. Propuso una tabla parecida a la de Mendeleiev.

En 1871 Mendeleiev y Meyer propusieron una tabla con ocho columnas verticales (grupos) obtenidas por desdoblamiento de las filas (periodos) en grupos de siete elementos (grupos I al VII, subgrupos A y B) y un grupo central formado por tres elementos análogos (grupo VIII). Los periodos y los grupos quedaron dispuestos en filas y columnas tal y como las conocemos hoy día.

El descubrimiento del helio supuso una contrariedad para Mendeleiev al principio, ya que no tenía un lugar adecuado para él en la tabla. Pero, más adelante, y una vez descubiertos el resto de gases nobles, vieron que se formaba el grupo 0, y que encajaba de forma brillante en la tabla. La primera revisión extendió el sistema para incluir toda esta nueva familia de elementos cuya existencia era completamente insospechada en el siglo XIX. Este grupo comprendía los tres primeros elementos de los gases nobles o inertes: argón, helio y neón, descubiertos en la atmósfera entre 1894 y 1898 por el físico británico **J. W. Strutt** (1843-1919) y el químico británico **W. Ramsay** (1852-1916).

Aunque la tabla de Mendeleiev demostró la naturaleza periódica de los elementos, quedó para los científicos del siglo XX la explicación de por qué las propiedades de los elementos son periódicas. Esta cuestión se resolvió cuando los científicos entendieron la estructura electrónica de los elementos, caso de Bohr, y la organización de los electrones en niveles de valencia, caso de **G. N. Lewis** (1875-1946).

La tabla periódica moderna contiene elementos descubiertos recientemente, como son el ununnilio o el unununio, descubiertos en 1994, entre otros. Este tipo de elementos se han encontrado bombardeando átomos ya conocidos con otros átomos (en el proceso conocido como fisión) a altas velocidades, para ver si en el proceso se producían nuevas combinaciones de protones y neutrones que diesen lugar a elementos nuevos. La mayoría de los elementos que poseen un número atómico mayor de 92 (uranio) solo existen después de realizar este tipo de experimentos y durante un periodo de tiempo muy corto, de fracciones de segundo.

Por poner el ejemplo del unununio, para obtener tres átomos se bombardearon átomos de bismuto con iones de níquel a muy alta velocidad con la ayuda de un aparato conocido como acelerador lineal. Estos átomos existieron durante 1,5 milisegundos (0,0015 s).

BREVE HISTORIA DE LA TABLA PERIÓDICA

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Hoy día es la IUPAC (International Union of Pure and Applied Chemistry), a través de su división de nomenclatura química y representación de estructura, la responsable de idear, revisar y proponer el nombre de los nuevos elementos químicos descubiertos.

Descubrimiento de los elementos				
Edad Antigua	**Siglo XVIII**	**Siglo XIX**		**Siglo XX**
Oro	Cobalto	Niobio	Cesio	Lutecio
Plata	Platino	Tántalo	Rubidio	Proactinio
Cobre	Cinc	Cerio	Talio	Hafnio
Hierro	Níquel	Iridio	Indio	Renio
Plomo	Bismuto	Osmio	Helio	Tecnecio
Estaño	Magnesio	Paladio	Samario	Francio
Mercurio	Hidrógeno	Rodio	Galio	Astato
Azufre	Flúor	Potasio	Yterbio	Neptunio
Carbono	Nitrógeno	Sodio	Escandio	Plutonio
Periodo alquimia	Cloro	Bario	Holmio	Curio
(nace en el antiguo	Manganeso	Boro	Tulio	Americio
Egipto)	Oxígeno	Calcio	Gadolinio	Prometio
	Molibdeno	Yodo	Neodimio	Berkelio
Arsénico	Telurio	Cadmio	Praseodimio	Californio
Fósforo	Wolframio	Litio	Disprosio	Einstenio
Antimonio	Circonio	Selenio	Germanio	Fermio
	Estroncio	Silicio	Argón	Mendelevio
	Uranio	Bromo	Europio	Nobelio
	Ytrio	Aluminio	Criptón	Laurencio
	Cromo	Torio	Neón	Iterbio
	Berilio	Vanadio	Polonio	Rutherfordio
		Lantano	Radio	Dubnio
		Erbio	Xenón	Seaborgio
		Terbio	Actinio	Bohrio
		Rutenio	Radón	Hassio
				Meitnerio
				Ununnilio
				Unununio
				Ununbio
				Ununcuadio
				Ununhexio
				Ununoctio

6 **Investiga cuál es el número atómico de algunos de los elementos de la tabla periódica que quedan por descubrir.**

SOLUCIÓN

LOS GASES NOBLES

NOMBRE: ______ CURSO: ______ FECHA: ______

Recuerda que...

Si miramos con detenimiento la tabla periódica, vemos que los elementos del grupo 18 son conocidos como gases nobles. Los átomos que forman este grupo de gases nobles tienen todos una singular y misma característica debido a su periodicidad: son los elementos más estables de la tabla periódica.

Para ver en qué consiste esta propiedad vamos a escribir la configuración electrónica de todos ellos.

Elemento	Símbolo	Configuración electrónica	Grupo	Periodo
Helio	He	$1s^2$	18	1
Neón	Ne	$1s^2\ 2s^2 2p^6$	18	2
Argón	Ar	$1s^2\ 2s^2 2p^6\ 3s^2 3p^6$	18	3
Criptón	Kr	$[Ar]\ 3d^{10}\ 4s^2 4p^6$	18	4
Xenón	Xe	$[Kr]\ 4d^{10}\ 5s^2 5p^6$	18	5
Radón	Rn	$[Rd]\ 4f^{14}\ 5d^{10}\ 6s^2 6p^6$	18	6

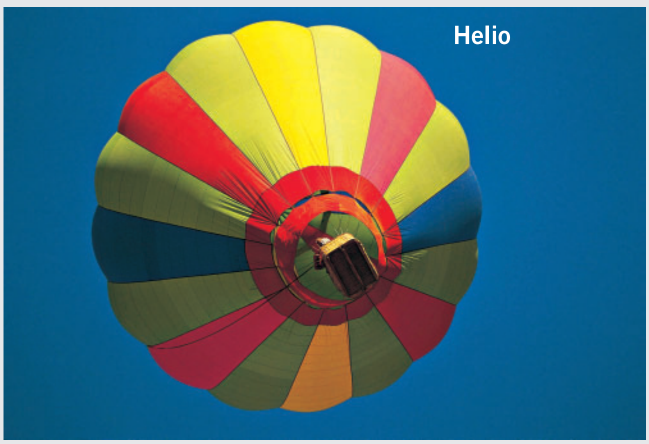
Los gases nobles forman una familia de elementos que están situados en la última columna a la derecha de la tabla periódica: el **grupo 18**. Como podemos observar, todos ellos tienen el **último nivel completo**. Una configuración electrónica de capa completa es un indicativo de **fuerte estabilidad química**, lo que significa que los gases nobles son elementos muy estables que normalmente no reaccionan con otros elementos.

Debido a esta característica de no reactividad, al principio se les conocía por el nombre de gases inertes, ya que se pensaba que no reaccionaban con otros elementos. Parece ser que la palabra «noble» viene precisamente de ese hecho de no quererse mezclar con los demás como hacían los nobles en la Edad Media. Y, aunque el He y el Ne no se combinan con otros elementos, el resto de gases sí lo pueden hacer debido fundamentalmente a la presencia de orbitales d que les permite formar enlaces.

Hace unos 40 años los científicos fueron capaces de generar algunos compuestos estables con gases inertes. Varios de ellos se han usado para hacer explosivos y otros se han generado solo en el laboratorio, útiles desde el punto de vista experimental. Lo único que debemos tener en cuenta es que estos compuestos no son naturales, son «forzados». Cuando los gases nobles se encuentran en su estado natural, nunca forman compuestos. Aunque no deberíamos decir *nunca*, porque siempre puede aparecer una excepción.

Algunos usos comunes de los gases nobles son:

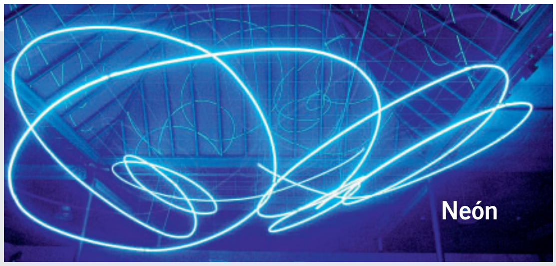
- El **helio**, en gas es mucho menos denso que el aire; por tanto, más ligero, y se usa para llenar los globos y los dirigibles. Debido a la propiedad de ser inerte no se quema en el aire, no como el hidrógeno que se utiliza en los globos aerostáticos y que es bastante inflamable.
  El helio también se emplea en las mezclas de las botellas de los buceadores.



LOS GASES NOBLES

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

- El **neón** da luz cuando una corriente eléctrica pasa a través de él, por eso es muy utilizado en las luces «de neón» que se ponen en los anuncios de la calle y luces fluorescentes.


Neón


Argón

- El **argón**, como todos los gases nobles, es químicamente inerte. Se usa en las bombillas porque los filamentos de metal no arden en argón y, al mismo tiempo, reduce la evaporación del filamento. También se utiliza para producir una atmósfera inerte en procesos metalúrgicos de alta temperatura, como, por ejemplo, las soldaduras. Tiene una gran ventaja: es muy barato de producir.

- El **radón** como gas radiactivo se usa para el tratamiento de crecimientos malignos. Es el gas noble que menos utilidades tiene debido a que es bastante peligroso. Los isótopos radiactivos del radón se producen por unos procesos de cambio de energía (debido a la pérdida de energía de electrones) de metales pesados como el uranio. Se emplea en algunos tratamientos específicos contra el cáncer, ya que es capaz de provocar daños a nivel celular.


Radón


Xenón

- **El xenón** se utiliza en tubos fluorescentes, en bombillas de flash y en algunos láseres.

7 **¿Qué efecto se produce cuando aspiramos helio?**

SOLUCIÓN

¿A qué es debido?

8 **Investiga y explica alguna utilidad más del xenón.**

SOLUCIÓN

NOMBRE: ____________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Recuerda que…

La **periodicidad** es una propiedad de los elementos químicos. Nos indica que los elementos que pertenecen a un mismo grupo (columnas verticales) de la tabla periódica tienen propiedades muy similares.

La causa de esta periodicidad de los elementos se explica en términos de la teoría de Bohr (1913) sobre la estructura electrónica del átomo: átomos que tienen estructuras electrónicas semejantes en sus capas externas tienen propiedades químicas semejantes.

Gracias a esta periodicidad y conociendo la posición que un determinado elemento tiene dentro de la tabla, somos capaces de predecir algunas de las propiedades químicas de dichos elementos.

9 **Elige la respuesta correcta a las siguientes cuestiones:**

SOLUCIÓN

Cuestión 1: Los elementos de un mismo grupo de la tabla periódica:

a) Tienen propiedades químicas similares.
b) Tienen números atómicos consecutivos.
c) Se llaman isótopos.
d) Constituyen un periodo de elementos.
e) Son todos gases nobles.

Cuestión 2: ¿Cuál de los siguientes elementos se encuentra en el periodo 3 de la tabla periódica?

a) Al
b) Ga
c) B
d) Los tres
e) O
f) Ninguno

Cuestión 3: La configuración electrónica de un elemento que contiene 15 protones es:

a) $1s^2\ 2s^22p^6\ 3s^23p^6$
b) $1s^2\ 2s^22p^6\ 3s^2\ 4p^3$
c) $1s^2\ 2s^22p^6\ 3s^23p^6\ 4s^2$
d) $1s^2\ 2s^22p^6\ 3s^23p^3$

Cuestión 4: ¿Cuál es el número máximo de electrones que puede haber en un orbital 4f?

a) 2
b) 6
c) 10
d) 14

Cuestión 5: ¿Cuántos electrones desapareados se encuentran en el cobalto (elemento 27)?

a) 2
b) 3
c) 7
d) 10

Cuestión 6: ¿Cuáles de los siguientes elementos tiene una configuración electrónica que acaba en $4d^6$?

a) Fe
b) Ru
c) Os
d) Los tres

NOMBRE: ____________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Cuestión 7: ¿Cuál de los siguientes átomos tiene mayor radio?

a) I b) Cl
c) F d) Ge

Cuestión 8: ¿Qué elemento tiene la siguiente configuración electrónica:
$1s^2\ 2s^2 2p^6\ 3s^2 3p^6\ 4s^2\ 3d^{10}\ 4p^3$?

a) P b) Kr
c) As d) Sb

Cuestión 9: ¿Cuántos electrones s hay en el potasio?

a) 2 b) 1
c) 8 d) 7

Cuestión 10: ¿Cuántos electrones de valencia hay en el elemento que tiene 16 protones?

a) 4 b) 6
c) 8 d) 16

Cuestión 11: Propuestas las siguientes afirmaciones:

1. Los elementos 37 y 55 pertenecen al mismo grupo.
2. El número máximo de electrones que un orbital puede contener varía dependiendo del tipo de orbital.
3. El electrón desapareado en el B se encuentra en un orbital p.

a) Las tres son verdaderas. b) Las tres son falsas.
c) 1 y 3 son verdaderas. d) 2 es verdadera.

Cuestión 12: El elemento que tiene la siguiente configuración electrónica: $1s^2\ 2s^2 2p^3$ se encuentra en:

a) Periodo 2, grupo 16. b) Periodo 15, grupo 2.
c) Periodo 2, grupo 15. d) Periodo 13, grupo 15.

Cuestión 13: ¿Cuál es la configuración electrónica del nivel de valencia del potasio?

a) $4s^1$ b) $3s^2 3p^6$ 4s1
c) $5s^1$ d) $3s^2 3p^6\ 5s^1$

Cuestión 14: Dado el siguiente isótopo $^{238}_{92}U$:

a) Su número atómico es 92 y su número másico es 238.
b) Este isótopo no existe.
c) Su número másico es el resultado de sumar 238 más 92.
d) Su número atómico es 238 y su número másico es 92.
e) Tiene 238 neutrones y 92 protones.

DISOLUCIONES (I)

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Recuerda que…

Vamos a ver cómo fabricar una disolución más diluida a partir de otra más concentrada.

1. EJERCICIO RESUELTO

Tenemos una disolución 8 M de una sal en agua y queremos medio litro de una disolución con el mismo soluto y disolvente, pero menos concentrada, por ejemplo 5 M. Disponemos del agua que necesitemos. ¿Cómo lo haríamos?

SOLUCIÓN

Lo que vamos a hacer es diluir, y habrás pensado que lo más sencillo es añadir disolvente (agua) y estás en lo cierto. Pero la pregunta es: ¿cuánto?, para tener medio litro de esa nueva concentración 5 M.

Pasos:

1. Te tienes que preguntar: ¿cuánta cantidad de sustancia en mol de soluto tendrá que haber en el nuevo litro de disolución que vamos a fabricar para que sea 5 M?

$$0{,}5\ \cancel{\text{L de disolución}} \cdot \frac{5\ \text{mol de soluto}}{1\ \cancel{\text{L de disolución}}} = 2{,}5\ \text{mol de soluto}$$

2. Esos 2,5 mol de soluto los tenemos que sacar de la disolución 8 M en la que están mezclados con disolvente.

   Te tienes que preguntar: ¿qué volumen de la disolución 8 M hemos de coger para que en su interior estén los 2,5 mol que necesitamos?

$$2{,}5\ \cancel{\text{mol}} \cdot \frac{1\ \text{L de disolución}}{8\ \cancel{\text{mol}}} = 0{,}313\ \text{L de disolución 8 M hemos de sacar para que en su interior haya 2,5 mol de soluto.}$$

3. Una vez que sabemos que en esos 0,313 litros están los 2,5 mol que necesitamos, solo falta añadirles disolvente (agua) hasta completar el medio litro y remover.

Habremos fabricado medio litro de disolución en la que hay 2,5 mol de soluto, por lo que en cada litro habría 5 mol; es decir, es 5 M.

1 **Siguiendo los tres pasos anteriores explica cómo fabricarías tres litros de una disolución 2 M a partir de otra con el mismo soluto y disolvente, pero 7 M.**

SOLUCIÓN

DISOLUCIONES (II)

NOMBRE: ____________ CURSO: ________ FECHA: ________

Recuerda que…

Cómo calcular la concentración final de una disolución que es mezcla de otras dos de diferentes concentraciones.

2. EJERCICIO RESUELTO

Si mezclamos 250 cm^3 de una disolución 2 M con 500 cm^3 de otra disolución con el mismo soluto y disolvente, pero 5 M, ¿qué molaridad tendrá la disolución resultante? Recuerda que 1 L = 1000 cm^3.

SOLUCIÓN

1. Calculamos la cantidad de sustancia (moles) de soluto que tendrá la nueva disolución, que será la suma de los que haya en los 250 cm^3 (0,25 L) de la primera y en los 500 cm^3 (0,5 L) de la segunda:
   - En la primera disolución:

$$0{,}25\ \cancel{\text{L de disolución}} \cdot \frac{2\ \text{mol}}{1\ \cancel{\text{L de disolución}}} = 0{,}5\ \text{mol de soluto hay en los 250 cm}^3\ \text{de la primera disolución}$$

   - En la segunda disolución:

$$0{,}5\ \cancel{\text{L de disolución}} \cdot \frac{5\ \text{mol}}{1\ \cancel{\text{L de disolución}}} = 2{,}5\ \text{mol de soluto hay en los 500 cm}^3\ \text{de la segunda disolución}$$

   En total, en la nueva disolución hay 2,5 + 0,5 = 3 mol de soluto.

2. Calculamos el volumen de la nueva disolución, que será la suma de lo que aporte cada una:

$$250\ \text{cm}^3 + 500\ \text{cm}^3 = 750\ \text{cm}^3 = 0{,}75\ \text{L}$$

   Sustituimos:

$$M = \frac{n_{\text{soluto}}}{V_{\text{disolución}}} = \frac{3\ \text{mol}}{0{,}75\ \text{L}} = 4\ \text{M} \rightarrow \text{molaridad de la nueva disolución}$$

2 **Siguiendo los tres pasos anteriores halla la molaridad que tendría una disolución fabricada al mezclar 2,5 L de una disolución 2,8 M con 300 cm^3 de otra con el mismo soluto y disolvente, pero 9 M.**

SOLUCIÓN

DISOLUCIONES (III)

NOMBRE: ____________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Recuerda que…

Vamos a ver cómo hallar la molaridad de una disolución, conocida su densidad y su porcentaje en masa.

3. EJERCICIO RESUELTO

En la etiqueta de un frasco que contiene ácido clorhídrico (HCl) concentrado encontramos dos datos:

- **$d = 1{,}18$ g/mL.**
- **35 % en masa.**

¿Cual será su molaridad?

Masas atómicas: H = 1 u, Cl = 35,5 u.

SOLUCIÓN

1. Ponemos los datos en forma de proporción para comprenderlos mejor y usarlos posteriormente:
   - $d_{\text{disolución}} = 1{,}18 \text{ g/mL} \rightarrow \dfrac{1{,}18 \text{ g de disolución}}{1 \text{ mL de disolución}}$

     Fíjate que relaciona masa y volumen de la disolución, dos propiedades de la disolución.
   - $35\ \% \text{ en masa} \rightarrow \dfrac{35 \text{ g de soluto}}{100 \text{ g de disolución}}$

     Fíjate que relaciona las masas del soluto y de la disolución, una propiedad del soluto y otra de la disolución.
2. Nuestro objetivo final es saber la cantidad de sustancia (el número de moles de soluto) que hay en cada litro de la disolución (molaridad). Empecemos hallando cuánta masa tiene un litro de disolución. Usamos el dato de la densidad de la disolución:

   $$1000 \cancel{\text{ mL de disolución}} \cdot \frac{1{,}18 \text{ g de disolución}}{1 \cancel{\text{ mL de disolución}}} = 1180 \text{ g de masa tiene cada litro de disolución}$$
3. Los 1180 g anteriores son una mezcla homogénea de soluto y disolvente (esa es la definición de disolución). Nos preguntamos: ¿qué parte será de soluto? Usamos el dato del porcentaje en masa:

   $$1180 \cancel{\text{ g de disolución}} \cdot \frac{35 \text{ g de soluto}}{100 \cancel{\text{ g de disolución}}} = 413 \text{ g de soluto hay en cada litro de disolución}$$

   Lo que hemos hecho es hallar el 35% de 1800, que es lo que significa el % en masa.
4. Una vez que sabemos que los gramos de soluto que hay en un litro de disolución, calculamos la cantidad de sustancia (moles), y será la molaridad por definición.

   Masa molecular del HCl:

   $$M = 1 \text{ u} + 35{,}5 \text{ u} = 36{,}5 \text{ u} \rightarrow 36{,}5 \text{ g/mol}$$

   La cantidad de sustancia es:

   $$n = \frac{m}{M} = \frac{413 \text{ g}}{36{,}5 \text{ g/mol}} = 11{,}3 \text{ mol de soluto en cada litro de disolución}$$

   Disolución 11,3 M.

NOMBRE: ______ CURSO: ______ FECHA: ______

3 **Tenemos una disolución de bromuro de potasio (KBr) al 70 % en masa y de densidad de disolución de 1,7 g/cm^3.**
Masas atómicas: K = 39 u; Br = 80 u.

SOLUCIÓN

a) Siguiendo los pasos del ejemplo anterior, calcula la molaridad de la disolución.
   1. Pon los datos en forma de proporción. (1 cm^3 = 1 mL.)

   2. Hallamos la masa que tiene un litro de disolución.

   3. Hallamos la parte que es de soluto.

   4. Pasamos los gramos a moles y expresamos la molaridad.

b) ¿Qué masa de soluto hay en 60 g de disolución? ¿Y de disolvente?

c) ¿Qué masa tienen 400 mL de la disolución?

d) ¿Qué volumen ocupan 2 kg de esta disolución?

e) ¿Cuál es la concentración de la disolución en g/L?

DISOLUCIONES (IV)

NOMBRE: ______________________ CURSO: ____________ FECHA: ____________

Recuerda que…

DISOLUCIONES CON SOLUTO LÍQUIDO

Aunque estamos acostumbrados a que el soluto sea sólido y el disolvente sea líquido, el soluto puede ser también un líquido (Ej. alcohol rebajado, ácido diluido…). Deberemos usar correctamente el dato de densidad del soluto:

$$d_{\text{soluto}} = \frac{\text{masa del soluto}}{\text{volumen del soluto}}$$

Existen diferentes formas de expresar la concentración:

- Molaridad: $M = \dfrac{n_{\text{soluto}}}{V_{\text{disolución}}(\text{L})}$
- % en masa: $\dfrac{\text{masa de soluto}}{\text{masa de disolución}} \cdot 100$
- g/L: $\dfrac{\text{masa de soluto (g)}}{\text{volumen de disolución (L)}}$
- % en volumen: $\dfrac{\text{volumen de soluto}}{\text{volumen de disolución}} \cdot 100$

4. EJERCICIO RESUELTO

Expresa de las cuatro formas anteriores la concentración de una disolución de ácido clorhídrico (HCl) en un disolvente, en la que en 500 g de disolución hay 73 g de ácido. Datos: $d_{\text{disolución}} = 1{,}3$ g/mL; $d_{\text{soluto}} = 1{,}1$ g/mL.

Masas atómicas: H = 1 u; Cl = 35,5 u.

SOLUCIÓN

1. Ponemos los datos en forma de proporción para comprenderlos mejor y usarlos posteriormente:
   - $d_{\text{disolución}} = 1{,}3 \text{ g/mL} \rightarrow \dfrac{1{,}3 \text{ g de disolución}}{1 \text{ mL de disolución}}$

   Fíjate que relaciona masa y volumen de la disolución, dos propiedades de la disolución.
   - $d_{\text{soluto}} = 1{,}1 \text{ g/mL} \rightarrow \dfrac{1{,}1 \text{ g de soluto}}{1 \text{ mL de disolución}}$

   Fíjate que relaciona masa y volumen del soluto, dos propiedades del soluto.
2. Empezamos con % en masa, pues sacamos directamente los datos del enunciado:

$$\text{\% en masa} = \frac{\text{masa de soluto}}{\text{masa de disolución}} \cdot 100 = \frac{73 \text{ g}}{500 \text{ g}} \cdot 100 = 14{,}6 \text{ \% en masa}$$

3. Hallamos la concentración en g/L usando el dato de $d_{\text{disolución}}$:

   Tenemos 73 g de soluto en 500 g de disolución. Esos 500 g de disolución ocupan un volumen de:

$$500 \cancel{\text{ g de disolución}} \cdot \frac{1 \text{ mL de disolución}}{1{,}3 \cancel{\text{ g de disolución}}} = 384{,}6 \text{ mL} = 0{,}3846 \text{ L de disolución}$$

   Por tanto:

$$\text{g/L} = \frac{\text{masa de soluto (g)}}{\text{volumen de disolución (L)}} = \frac{73 \text{ g}}{0{,}3846 \text{ L}} = 189{,}8 \text{ g/L}$$

continúa →

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

4. Hallados los g/L hallamos fácilmente la molaridad pasando los 189,8 g de soluto a moles:

$$n = \frac{m}{M} = \frac{189{,}8\ \text{g}}{(1 + 35{,}5)\ \text{g/mol}} = 5{,}2 \text{ mol en cada litro de disolución} \rightarrow \text{Disolución } 5{,}2\ \text{M}$$

5. Hallamos el % en volumen usando el dato de d_{soluto}:

En el apartado 3 vimos que teníamos 73 g de soluto en 500 g de disolución y que esos 500 g de disolución ocupaban un volumen de 384,6 mL, pero ¿qué parte de ese volumen es de soluto? o lo que es lo mismo, ¿qué volumen ocupan 73 g de soluto?

$$73\ \cancel{\text{g de soluto}} \cdot \frac{1\ \text{mL de soluto}}{1{,}1\ \cancel{\text{g de soluto}}} = 66{,}36\ \text{mL de soluto}$$

Por tanto, $\%\text{ en volumen} = \dfrac{\text{volumen de soluto}}{\text{volumen de disolución}} \cdot 100 = \dfrac{66{,}36\ \text{mL}}{384{,}6\ \text{mL}} \cdot 100 = 17{,}25\,\%$ en volumen

4 **Expresa de las cuatro formas conocidas la concentración de una disolución de ácido sulfhídrico (H_2S) en un disolvente, en la que en dos litros de esta disolución hay 20 cm^3 de soluto H_2S. Datos: $d_{\text{disolución}} = 1{,}6$ g/mL; $d_{\text{soluto}} = 1{,}4$ g/mL. Masas atómicas: H = 1 u; S = 32 u.**

SOLUCIÓN

1. Expresamos las densidades en forma de proporción:

2. Hallamos el % volumen.

3. Hallamos los g/L.

4. Hallamos la molaridad.

5. Hallamos el % en masa.

REACTIVO LIMITANTE Y REACTIVO EXCEDENTE

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Recuerda que...

Supongamos que son las fiestas de tu barrio y vuestros padres os dan a tu hermano pequeño y a ti un poco de dinero para que os podáis gastar, con la condición de que por cada dos euros que tú te gastes, tu hermano se gaste un euro. Piensa, antes de mirar la solución, con cuánto dinero volvería a casa cada uno en los siguientes casos.

5. EJERCICIO RESUELTO

a) Si a ti te dan diez euros, y a tu hermano, cuatro euros.

b) Si a ti te dan diez euros, y a tu hermano, seis euros.

SOLUCIÓN

a) Tu hermano se gastaría sus cuatro euros, tú te gastarías ocho. Él volvería sin nada y tú volverías con dos euros.

b) Tu hermano se gastaría cinco euros, tú te gastarías tus diez euros. Él volvería con un euro a casa, y tú, sin nada.

5 **Si a ti te dan doce euros, y a tu hermano, cinco euros.**

SOLUCIÓN

6 **Si a ti te dan seis euros, y a tu hermano, cuatro euros.**

SOLUCIÓN

Si te fijas en todos los resultados anteriores, siempre uno de los dos se queda sin dinero y al otro le sobra. Al que le sobra podíamos llamarle «el excecente» y, si te das cuenta, el que se queda sin nada provoca que el otro tampoco pueda seguir gastando, debido a la condición que les han puesto sus padres de que por cada euro que gaste el pequeño, gaste dos euros el grande, con lo que hace que el gasto de ambos finalice. Podíamos llamarle por este motivo «el limitante».

Algo muy parecido ocurre en una reacción química, en la que ponemos en contacto dos cantidades al azar de cada uno de los dos reactivos que van a reaccionar entre sí.

La relación del ejemplo en la que por cada dos euros del hermano mayor se gastaba un euro el pequeño, ahora equivale a la proporción en la que reaccionan los reactivos, que viene dada por los coeficientes estequiométricos. Los reactivos comenzarán a agotarse progresivamente en la proporción en moles indicada por los coeficientes de la reacción química ajustada, hasta que uno de los dos reactivos se termine.

En ese momento, la reacción habrá finalizado, aunque todavía quede una cantidad del otro reactivo sin agotarse, que no tiene con qué reaccionar.

Uno de los reactivos siempre se agotará por completo (será el reactivo limitante) y del otro, por lo general, sobrará (será el reactivo excedente), a no ser que hubiera exactamente la cantidad necesaria para el otro reactivo. En ese caso se agotarían los dos.

REACTIVO LIMITANTE Y REACTIVO EXCEDENTE

NOMBRE: ____________ CURSO: ________ FECHA: ________

6. EJERCICIO RESUELTO

El gas amoniaco (NH_3) se forma al reaccionar el gas hidrógeno (H_2) y el gas nitrógeno (N_2), según indica la siguiente reacción química:

$$N_2 + H_2 \rightarrow NH_3$$

Tenemos 100 g de N_2 y 100 g de H_2. ¿Qué sobra? Masas atómicas: N = 14 u; H = 1 u.

SOLUCIÓN

Como una reacción química es una redistribución de los átomos (se rompen los enlaces que hay entre ellos y se unen de manera diferente), el número de átomos que haya al principio (reactivos) tiene que ser el mismo que haya al final (productos), por lo que «ajustamos» la reacción:

$$N_2 + 3\ H_2 \rightarrow 2\ NH_3$$

Una interpretación de los coeficientes estequiométricos de la reacción ajustada es: por cada mol que se gaste de N_2 se gastarán también tres moles de H_2 y se producirán por ello dos moles de NH_3.

Con la información anterior veamos qué pasa si, por ejemplo, ponemos en contacto 100 g de cada uno de los dos gases que reaccionan:

$$\underset{100\text{ g}}{N_2} + \underset{100\text{ g}}{3\ H_2} \rightarrow 2\ NH_3$$

1. Veamos qué cantidad de sustancia (moles) tenemos de cada uno de los dos gases.

   - $n_{N_2} = \dfrac{m_{N_2}}{M_{N_2}} = \dfrac{100\text{ g}}{28\text{ g/mol}} = 3{,}57$ mol de N_2
   - $n_{H_2} = \dfrac{m_{H_2}}{M_{H_2}} = \dfrac{100\text{ g}}{2\text{ g/mol}} = 50$ mol de H_2

2. Pensemos ahora, por ejemplo, cuántos moles de H_2 son necesarios para que se gasten los 3,57 mol de N_2 que tenemos. Para ello nos fijamos en los coeficientes de la reacción ajustada y hacemos una proporción:

$$3{,}57\ \cancel{\text{mol de } N_2} \cdot \frac{3\text{ mol de } H_2}{1\ \cancel{\text{mol de } N_2}} = 10{,}7\text{ mol de } H_2 \text{ (el triple de moles que de } N_2\text{)}$$

Conclusión: como disponemos de 50 mol de H_2 y solo necesitamos 10,7 mol, sobrarán $(50 - 10{,}7) = 39{,}3$ mol de H_2. El H_2 será, por tanto, el reactivo excedente.

Como se han agotado los 3,57 mol N_2, y este hecho provoca que los 39,3 mol de H_2 en exceso no tengan con qué reaccionar, por lo que la reacción finaliza, el N_2 es el reactivo limitante.

Veamos ahora cómo hubiésemos llegado a la misma conclusión si la proporción la hubiésemos hecho con los 50 mol de H_2. Nos preguntaríamos: ¿cuántos moles de N_2 son necesarios para que se gasten los 50 mol de H_2 que tenemos?

Nos fijamos en los coeficientes de la reacción ajustada y hacemos la proporción:

$$50\ \cancel{\text{mol de } H_2} \cdot \frac{1\text{ mol de } N_2}{3\ \cancel{\text{mol de } H_2}} = 16{,}67\text{ mol de } N_2$$

Como necesitaríamos 16,67 mol de N_2, que son más de los 3,57 mol que tenemos, la conclusión es que no tenemos N_2 suficiente para que se gaste todo el H_2, por lo que sobrará H_2, que será el reactivo excedente, y del otro reactivo, que es el N_2 se gastará todo y hará que la reacción finalice, aun quedando H_2 por reaccionar, por lo que el N_2 será el reactivo limitante.

continúa →

NOMBRE: ______________________ CURSO: ____________ FECHA: ____________

3. Si ahora nos preguntáramos por la cantidad de producto formada, tendríamos que hacer la proporción con cualquiera de las cantidades de reactivo gastado (3,57 mol de N_2 o 10,7 mol de H_2), es decir, estaría mal usar el dato de 50 mol H_2, pues no se han gastado todos.
Por tanto, ¿cuántos gramos de NH_3 se formarán?

Podemos hacerlo de dos formas:

$$3{,}57\ \cancel{\text{mol de N}_2} \cdot \frac{2\ \text{mol de NH}_3}{1\ \cancel{\text{mol de N}_2}} = 7{,}14\ \text{mol de NH}_3$$

O bien:

$$10{,}7\ \cancel{\text{mol de H}_2} \cdot \frac{2\ \text{mol de NH}_3}{3\ \cancel{\text{mol de H}_2}} = 7{,}14\ \text{mol de NH}_3$$

Por tanto:

$$n_{NH_3} = \frac{m_{NH_3}}{M_{NH_3}} \rightarrow m_{NH_3} = n_{NH_3} \cdot M_{NH_3} = 7{,}14\ \text{mol} \cdot (14 + 3)\ \text{g/mol} = 121{,}4\ \text{g de NH}_3$$

7 Dada la siguiente reacción de formación del óxido de cinc:

$$\mathbf{Zn + O_2 \rightarrow ZnO}$$

SOLUCIÓN

a) Escribe la reacción ajustada.

b) Si ponemos en contacto 100 g de cinc con 30 g de oxígeno, razona cuál es el reactivo limitante, el excedente, y cuántos gramos se gastan de cada uno.

1. Calcula la cantidad de sustancia (moles) que tenemos de cada reactivo.
Masas atómicas: Zn = 65 u; O = 16 u.

2. Establece una proporción usando los coeficientes de la reacción ajustada y razónalo.

c) ¿Cuántos gramos de ZnO se forman?

d) Comprueba que se cumple la ley de conservación de la masa (salvo por algún decimal por errores de redondeo).

REACTIVO LIMITANTE Y REACTIVO EXCEDENTE

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

8 Dada la siguiente reacción de combustión del propano (C_3H_8):

$$C_3H_8 + O_2 \rightarrow CO_2 + H_2O$$

SOLUCIÓN

a) Escribe la reacción química ajustada.

b) Si ponemos en contacto 60 g de C_3H_8 con 200 g de O_2, explica cuál será el reactivo limitante, cuál el excedente, y cuánto se gasta y sobra de cada uno.

c) ¿Qué volumen de CO_2 se forma en condiciones normales de presión y temperatura?

¿Cuánto ocuparía el anterior CO_2 si el laboratorio está a $T = 30$ °C y $P = 800$ mm de Hg?

d) ¿Cuántas moléculas de agua se forman?

¿Cuántos átomos de H y O hay en ese número de moléculas?

RIQUEZA DE UN REACTIVO

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Recuerda que…

A menudo se desea conocer la masa de los reactivos necesaria para obtener una cantidad de producto que se necesita conseguir, por ejemplo, en una fábrica en la que se obtiene un producto.
Es un cálculo sencillo. Pero cuando se va al recipiente donde está almacenado el reactivo, suele ocurrir que no es puro al 100 %, que tiene impurezas. ¿Qué cantidad de reactivo debemos emplear entonces?

7. EJERCICIO RESUELTO

Dada la siguiente reacción química ya ajustada:

$$\mathbf{Zn + 2\,HCl \rightarrow ZnCl_2 + H_2}$$

¿Cuántos gramos de un frasco de cinc en polvo con el 15 % de impurezas hemos de utilizar si queremos obtener 120 g de cloruro de cinc ($ZnCl_2$)?

Masas atómicas: Cl = 35,5 u; Zn = 65 u.

SOLUCIÓN

1. Hallamos la cantidad de sustancia (moles) de producto que queremos obtener.

$$n_{ZnCl_2} = \frac{m_{ZnCl_2}}{M_{ZnCl_2}} = \frac{120\text{ g}}{(65 + 2 \cdot 35{,}5)\text{ g/mol}} = 0{,}88 \text{ mol de } ZnCl_2 \text{ queremos obtener}$$

2. Calculamos a continuación cuántos gramos de reactivo Zn son necesarios para obtener esos 0,88 mol de producto $ZnCl_2$ sin tener en cuenta que el frasco de Zn en polvo contiene impurezas:

$$0{,}88\ \cancel{\text{mol de } ZnCl_2} \cdot \frac{1 \text{ mol de Zn}}{1\ \cancel{\text{mol de } ZnCl_2}} = 0{,}88 \text{ mol de Zn necesitamos}$$

Que son:

$$m_{Zn} = n_{Zn} \cdot M_{Zn} = 0{,}88 \text{ mol} \cdot 65 \text{ g/mol} \rightarrow$$
$$\rightarrow m_{Zn} = 57{,}2 \text{ g de cinc necesitamos}$$

3. Consideramos el hecho de que el bote donde está el Zn no contiene solamente Zn, sino que contiene impurezas.

Lo primero que hemos de tener en cuenta es que si necesitamos 57,2 g de Zn y los vamos a sacar de un bote en el que hay Zn y además otras cosas (impurezas), hemos de coger mayor número de gramos que 57,2 g, pero ¿cuántos gramos más?

Establecemos una proporción: como tiene un 15 % de impurezas, significa que su riqueza es del 85 %, es decir, que por cada 100 g que cojamos del bote, solo 85 g son de Zn y los otros 15 g son impurezas, o dicho de otra manera, que por cada 85 g que necesitemos de Zn, hemos de coger 100 g del bote.

Por tanto, ¿cuánto tenemos que coger si necesitamos 57,2 g de Zn?

$$57{,}2\ \cancel{\text{g de Zn}} \cdot \frac{100 \text{ g del bote}}{85\ \cancel{\text{g de Zn}}} = 67{,}3 \text{ g}$$

67,3 g hemos de coger del bote de Zn si queremos obtener 120 g de $ZnCl_2$.

RIQUEZA DE UN REACTIVO

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

9 Dada la siguiente reacción química:

$$\textbf{Cobre} + \textbf{Nitrato de plata} \rightarrow \textbf{Plata} + \textbf{Nitrato de cobre (II)}$$
$$Cu + AgNO_3 \rightarrow Ag + Cu(NO_3)_2$$

SOLUCIÓN

a) Escribe la reacción química ajustada.

b) Si queremos obtener 300 g de sal $Cu(NO_3)_2$, ¿cuántos gramos tendremos que emplear del bote de la sal $AgNO_3$, si sabemos que contiene un 8 % de impurezas?
Masas atómicas: Cu = 64 u; Ag = 108 u; N = 14 u; O = 16 u.

1. Halla la cantidad de sustancia (moles) de producto que se quiere obtener.

2. Calcula cuántos gramos de reactivo $AgNO_3$ son necesarios para obtener la cantidad de sustancia (moles) calculada de producto $Cu(NO_3)_2$ sin tener en cuenta las impurezas del reactivo.

3. Considera el dato de que el bote de $AgNO_3$ contiene impurezas.

c) Deduce intuitivamente, sin hacer ningún cálculo escrito, qué cantidad de $AgNO_3$ hubiésemos tenido que coger si su riqueza hubiese sido.

- Del 1 %:
- Del 25 %:
- Del 50 %:
- Del 75 % (¡cuidado!):

RENDIMIENTO DE UNA REACCIÓN QUÍMICA

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Recuerda que…

A menudo en una reacción química, al intentar obtener una cantidad de un producto poniendo a reaccionar a los reactivos, nos encontramos que en la práctica se obtiene menos cantidad de la que se calcula teóricamente. Esto es debido a que el rendimiento no es del 100 %. El rendimiento es la comparación entre lo obtenido en la práctica y lo que se debería obtener teóricamente. Se expresa en %:

$$\text{Rendimiento} = \frac{\text{Cantidad de producto experimental}}{\text{Cantidad de producto teórico}} \cdot 100$$

8. EJERCICIO RESUELTO

Dada la siguiente reacción química ya ajustada:

$$CaO + 3\ C \rightarrow CaC_2 + CO$$

Si se consumen 48 g de C, ¿cuántos gramos de CaC_2 se forman si el rendimiento de la reacción es del 80 %? Masas atómicas: Ca = 40 u; O = 16 u; C = 12 u.

SOLUCIÓN

1. Hallamos los moles que se gastan de C:

$$n_C = \frac{m_C}{M_C} = \frac{48\ \text{g}}{12\ \text{g/mol}} = 4\ \text{mol se gastan de C}$$

2. Calculamos los gramos que se obtendrán de CaC_2 si el rendimiento fuese del 100 %.

$$4\ \cancel{\text{mol de C}} \cdot \frac{1\ \text{mol de } CaC_2}{3\ \cancel{\text{mol de C}}} = 1{,}33\ \text{mol de } CaC_2 \rightarrow$$

$$\rightarrow\ m_{CaC_2} = n_{CaC_2} \cdot M_{CaC_2} = 1{,}33\ \text{mol} \cdot (40 + 2 \cdot 12)\ \text{g/mol} = 85{,}12\ \text{g de } CaC_2$$

3. Tenemos en cuenta que el rendimiento es del 80 %. Lo más sencillo es hallar el 80 % de 85,12 → 68,1 g de CaC_2.

10 **Dada la siguiente reacción química:**

$$FeS + HCl \rightarrow FeCl_2 + H_2S$$

SOLUCIÓN

a) Ajusta la reacción.

b) Si se gastan 146 g de HCl, ¿cuántos gramos de $FeCl_2$ se obtendrán si el rendimiento de la reacción es del 90 %? Masas atómicas: Fe = 56 u; S = 32 u; H = 1 u; Cl = 35,5 u.

c) Si hubiésemos obtenido 200 g de $FeCl_2$, ¿cuál hubiese sido el rendimiento?

DISOLUCIONES EN REACCIONES QUÍMICAS

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Recuerda que…

A menudo los reactivos están en disolución, es decir, mezclados con un disolvente. Cuando las disoluciones de cada reactivo entran en contacto, los solutos reaccionan entre sí, mientras que los disolventes solo hacen de «espectadores».

Para saber qué cantidades de soluto (reactivos) están reaccionando hemos de saber manejar los datos relacionados con las disoluciones. Tener los reactivos en disolución es muy útil, pues así podemos manejar cualquier cantidad de soluto por pequeña que sea, teniendo disoluciones muy diluidas.

9. EJERCICIO RESUELTO

Dada la siguiente reacción química ya ajustada:

$$CaCO_3 + 2\ HCl \rightarrow CaCl_2 + CO_2 + H_2O$$

Calculemos los gramos de una disolución de carbonato de calcio ($CaCO_3$) al 80 % en masa (riqueza del 80 %) que son necesarios para que reaccionen con 150 cm^3 de una disolución de HCl 2 M.

SOLUCIÓN

Pasos:

1. Veamos la cantidad de reactivo HCl que ha de reaccionar, expresada en moles:

   Tenemos una disolución de HCl 2 M $\rightarrow \dfrac{2 \text{ mol de soluto HCl}}{1 \text{ litro de disolución de HCl}}$

   Como tenemos de ella 150 cm^3 = 0,15 L, haciendo una proporción:

   $$0{,}15 \cancel{\text{ L de disolución de HCl}} \cdot \frac{2 \text{ mol de soluto HCl}}{1 \cancel{\text{ L de disolución de HCl}}} = 0{,}3 \text{ mol de soluto HCl hay en los 150 cm}^3 \text{ de disolución de HCl}$$

2. Calculamos la cantidad de sustancia (moles de $CaCO_3$) necesaria para que reaccione con los 0,3 mol de HCl usando los coeficientes estequiométricos de la ecuación ajustada:

   $$0{,}3 \cancel{\text{ mol de HCl}} \cdot \frac{1 \text{ mol de } CaCO_3}{2 \cancel{\text{ mol de HCl}}} = 0{,}15 \text{ mol de } CaCO_3$$

3. Los pasamos a gramos:

   $$m_{CaCO_3} = n_{CaCO_3} \cdot M_{CaCO_3} = 0{,}15 \text{ mol} \cdot (40 + 12 + 16 \cdot 3) \text{ g/mol} = 15 \text{ g de reactivo } CaCO_3$$

   son necesarios para que reaccionen con 150 cm^3 de una disolución de HCl 2 M.

4. Como el $CaCO_3$ está en la disolución, hallamos la masa de disolución de $CaCO_3$ en la que están esos 15 g de soluto $CaCO_3$.

   La disolución de $CaCO_3$ está al 80 % $\rightarrow \dfrac{80 \text{ g de soluto } CaCO_3}{100 \text{ g de disolución de } CaCO_3}$

   Como necesitamos 15 gramos de soluto $CaCO_3$, hacemos una proporción:

   $$15 \cancel{\text{ g de soluto } CaCO_3} \cdot \frac{100 \text{ g de disolución de } CaCO_3}{80 \cancel{\text{ g de soluto } CaCO_3}} = 18{,}75 \text{ g de disolución de } CaCO_3$$

   reaccionan con 150 cm^3 de una disolución de HCl 2 M.

   (Comprobación: 80 % de 18,75 g = 15 g.)

DISOLUCIONES EN REACCIONES QUÍMICAS

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

10 Dada la siguiente reacción química:

$$\mathbf{BaCl_2 + Na_2SO_4 \rightarrow NaCl + BaSO_4}$$

SOLUCIÓN

a) Ajusta la reacción.

b) ¿Qué volumen de una disolución 3 M de $BaCl_2$ es necesario usar para que reaccione completamente con 120 g de una disolución de Na_2SO_4 al 75 % en masa?

Masas atómicas: Na = 23 u; S = 32 u; O = 16 u; Cl = 35,5 u.

1. Averigua cuántos gramos de reactivo Na_2SO_4 hay.

2. Pásalo a cantidad de sustancia (moles).

3. Calcula qué cantidad de sustancia (moles) de $BaCl_2$ necesita esa cantidad de Na_2SO_4.

4. Averigua en qué volumen de disolución está esa cantidad de sustancia de $BaCl_2$.

c) ¿Cuántos gramos de NaCl se producirán cuando ocurra la reacción del apartado b)?

¿En qué volumen de disolución debería estar la anterior cantidad de sal para que fuese de concentración 5 M?

¿Qué volumen tendríamos que tomar de esa disolución para que en su interior hubiese 20 g de NaCl?

REACCIONES NUCLEARES

NOMBRE: ____________ CURSO: ________ FECHA: ________

Recuerda que...

Las reacciones nucleares no son iguales que las reacciones químicas vistas hasta ahora.

En las reacciones químicas ocurren cambios profundos en la estructura de la materia, rompiéndose los enlaces que unen unos átomos con otros y redistribuyéndose estos de forma diferente, por lo que el número de átomos se conserva y, por tanto, la suma de masa de los productos es igual a la suma de la masa de los reactivos (**ley de conservación de la masa**). Al unirse los átomos con otros diferentes, se producen nuevos compuestos (productos) con propiedades distintas a los originales (reactivos).

Además, como lo que se produce es rotura de enlaces, y estos siempre son por interacción entre electrones (ceden, captan o comparten), todo ocurre en la parte externa de los átomos, no sucede nada en sus núcleos.

En las reacciones nucleares, en cambio, también se producen cambios profundos en la estructura de la materia, pero intervienen los núcleos atómicos. Estos pueden romperse en otros núcleos más pequeños, o bien pueden unirse con otros núcleos formando núcleos más grandes. En cualquiera de los casos pueden formarse, además, otras partículas subatómicas y grandes cantidades de energía. La primera reacción nuclear fue realizada por **E. Rutherford** (1871-1937) en 1919, cuando bombardeó isótopos del nitrógeno con número másico 14 con unas partículas con carga positiva, llamadas **partículas α** (que eran núcleos de helio $\rightarrow {}^{4}_{2}He$):

$$^{14}_{7}N + {}^{4}_{2}He \rightarrow {}^{17}_{8}O + {}^{1}_{1}H$$

Como puedes ver en la reacción anterior, en las reacciones nucleares no se conservan los átomos; se transforman en otros diferentes. En cambio, siempre se conserva la carga total ($7 + 2 = 8 + 1$) y el número másico total ($14 + 4 = 17 + 1$).

El uso de partículas α para bombardear átomos tenía la dificultad de su repulsión eléctrica con los protones de los núcleos de los átomos, por lo que se hizo más habitual el bombardeo con neutrones (${}^{1}_{0}n$), que entraban fácilmente en los núcleos al carecer de carga eléctrica. Por ejemplo:

$$^{27}_{13}Al + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{27}_{12}Mg + {}^{1}_{1}H$$

Dos tipos de reacciones nucleares son la fisión nuclear y la fusión nuclear.

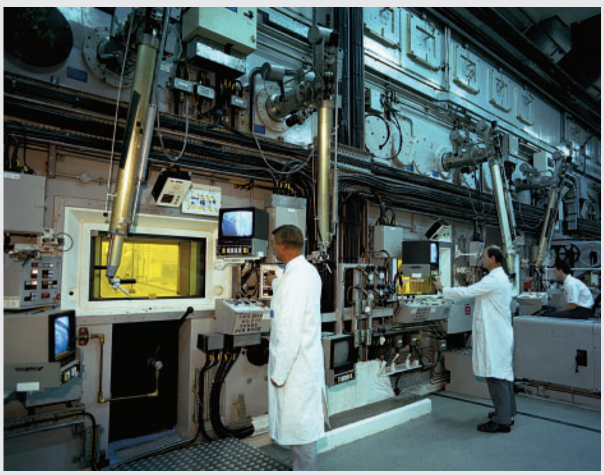
FISIÓN NUCLEAR

Consiste en la **división de un núcleo** pesado en otros más ligeros, que son más estables que el original. La primera reacción de fisión se realizó en 1938 cuando dos científicos (Hahn y Strassmann) descubrieron que un isótopo del uranio (el isótopo de número másico 236) era altamente inestable y cuando existía se dividía rápidamente en:

- Otros átomos: criptón (${}^{90}_{36}Kr$) y bario (${}^{141}_{56}Ba$).
- Neutrones (${}^{1}_{0}n$).
- Energía.

Para conseguir ese isótopo 236 (${}^{236}_{92}U$) era necesario bombardear con neutrones (${}^{1}_{0}n$) el isótopo habitual del uranio, que era el de número másico 235 (${}^{235}_{92}U$). La reacción nuclear es la siguiente:

$$^{235}_{92}U + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{236}_{92}U \rightarrow {}^{92}_{36}Kr + {}^{141}_{56}Ba + 3\,{}^{1}_{0}n + \text{Energía}$$



Sala de control de una central nuclear.

REACCIONES NUCLEARES

NOMBRE: ____________________ CURSO: __________ FECHA: __________

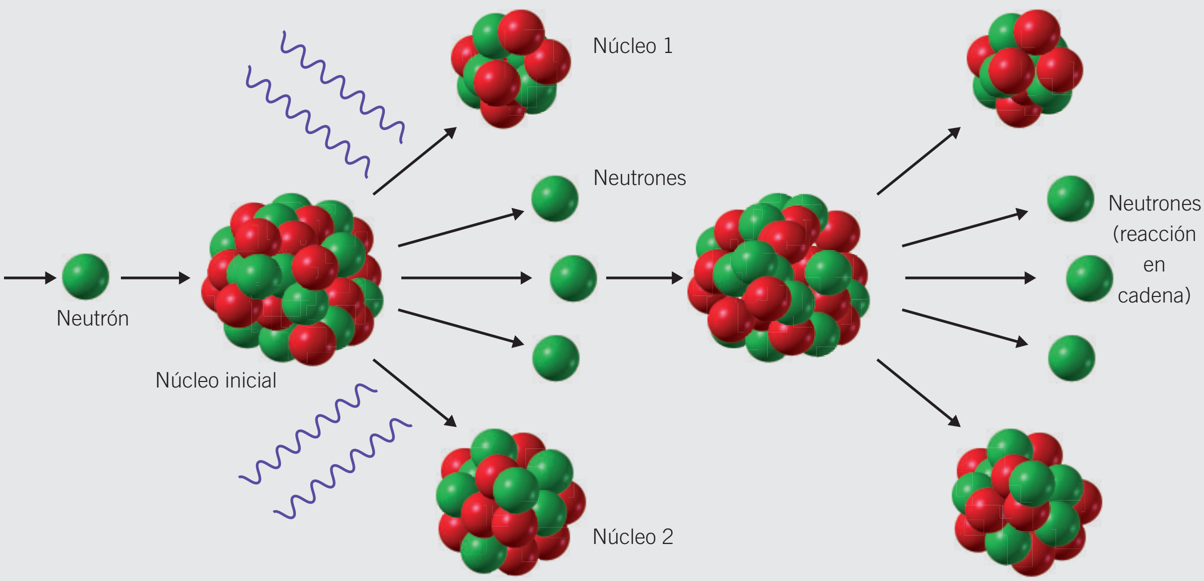
La energía liberada en cualquier reacción es la correspondiente a la masa, Δm, que «ha desaparecido» ($\Delta m =$ masa reactivos $-$ masa productos), que lo que ha hecho realmente es transformarse en energía según la ecuación de Albert Einstein:

$$E = \Delta m \cdot c^2, \text{ con: } \begin{cases} E = \text{energía producida} \\ \Delta m = \text{masa desaparecida} \\ c = \text{velocidad de la luz en el vacío} = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} \end{cases}$$

Como puedes ver, $c = 3 \cdot 10^8$ m/s es un número muy grande, por lo que a poca disminución de masa, Δm, que haya, la energía producida será enorme.

Concretamente, en la reacción anterior la energía generada es millones de veces superior que la se produce, por ejemplo, en una reacción de combustión tradicional, por lo que la utilidad de la energía nuclear es evidente, si se controla qué hacer con los residuos de la reacción y se extreman las medidas de seguridad en las centrales nucleares.

Observa que cada isótopo $^{236}_{92}U$ es producido gracias a un neutrón (^1_0n) que bombardea un átomo de uranio $^{235}_{92}U$, y la fisión de cada uno de estos isótopos, $^{236}_{92}U$, produce tres neutrones más, que pueden bombardear otros tres átomos de uranio $^{235}_{92}U$, que a su vez producirían cada uno tres neutrones más, etc.



A esta reacción se le conoce como **reacción en cadena**. Es una fisión incontrolada que produce una cantidad enorme de energía y que puede tener fines destructivos, como en el caso de la bomba atómica.

En una central nuclear, cuyo objetivo es producir la energía necesaria para el uso de las personas, son necesarias fisiones controladas. En estas reacciones se controla la velocidad de los neutrones y que la cantidad de material fisionable no supere la «**masa crítica**» a partir de la cual el proceso es espontáneo y comienza la reacción en cadena. Por ello se pone especial atención en el almacenamiento de estos materiales.

Tecnológicamente, los únicos materiales fisionables almacenables con los que se puede realizar una reacción nuclear de fisión son el uranio-235, el torio-232, el plutonio-239 y el protactinio-231, y en la Tierra solo está, y en muy poca proporción, el uranio-235.

REACCIONES NUCLEARES

NOMBRE: ____________________ CURSO: __________ FECHA: __________

FUSIÓN NUCLEAR

Es el proceso contrario a la fisión. Consiste en la **unión de núcleos ligeros** para formar núcleos más pesados, que son más estables que los ligeros; es decir, donde la energía del núcleo formado es menor que la suma de la energía de los núcleos ligeros, por lo que en la fusión se libera esa diferencia de energía.

Por ejemplo:

$$^{2}_{1}H + ^{3}_{1}H \rightarrow ^{4}_{2}H + ^{1}_{0}n + \text{energía}$$

En esta reacción nuclear se fusionan dos isótopos del hidrógeno, dando una partícula α, un neutrón y una gran cantidad de energía, mayor que en los procesos de fisión.

Tecnológicamente, en la Tierra las reacciones de fusión de forma controlada son imposibles de realizar, pues se necesitan cientos de millones de grados de temperatura para que los núcleos choquen con velocidades suficientemente altas para que puedan vencer las enormes fuerzas de repulsión entre los protones de sus núcleos cuando se acercan.

La reacción anterior es la que se produce continuamente en el interior de las estrellas, por ejemplo, en el Sol, emitiendo gran cantidad de energía. El Sol se compone hoy día de un 73 % de hidrógeno, un 26 % de helio y un 1 % de otros elementos. Cada segundo que pasa, el Sol transforma cuatro millones de toneladas de materia en energía, pero a ese ritmo vivirá aún muchos millones de años más, debido a su gran cantidad de materia.

12 **Sabiendo que en una reacción nuclear se conserva la carga total y el número másico (*A*), rellena los huecos en las siguientes reacciones con el átomo que corresponda:**

SOLUCIÓN

a) $^{9}_{4}Be + ^{4}_{2}He \rightarrow ^{12}_{6}C + ^{1}_{0}n$

b) $^{7}_{3}Li + ^{1}_{1}H \rightarrow ^{4}_{2}He + ^{4}_{2}He$

c) $^{10}_{5}B + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{7}_{3}Li + ^{4}_{2}He$

d) $^{27}_{13}Al + ^{4}_{2}He \rightarrow ^{30}_{15}P + ^{1}_{0}n$

13 **Si la combustión de un kilogramo de carbón produce una energía de $3 \cdot 10^7$ J, ¿cuántos kilogramos de carbón tendríamos que quemar para producir la energía que se libera al hacer desaparecer un gramo de masa?**

SOLUCIÓN

13 **La primera reacción de fisión nuclear se produjo en 1938. Indica el acontecimiento histórico que tuvo lugar al año siguiente. ¿En qué momentos históricos se suelen producir grandes avances científicos? ¿Por qué?**

SOLUCIÓN

FÓRMULA EMPÍRICA Y FÓRMULA MOLECULAR

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Recuerda que…

La fórmula de un compuesto es la representación simbólica más sencilla del mismo. Nos da información sobre dos cosas:

- El **tipo de átomos** que forman el compuesto.
- La **cantidad** de los diferentes tipos de átomos que hay en el compuesto.

1. EJERCICIO RESUELTO

En la molécula de agua (H_2O) hay dos átomos de hidrógeno y uno de oxígeno. Pero en los compuestos orgánicos, debido a la gran variedad de combinaciones que puede formar el carbono, podemos expresar las moléculas con dos tipos de fórmulas. ¿Cuáles son?

SOLUCIÓN

- **Fórmula empírica:** nos informa sobre la **proporción** en la que se encuentran los diferentes átomos que constituyen la molécula.
- **Fórmula molecular**: además de la proporción, nos indica el **número exacto** de los átomos de cada tipo que forman la molécula. Para averiguarla necesitamos conocer la masa molecular de dicha molécula.

La fórmula empírica es la fórmula molecular simplificada. A veces pueden ser la misma.

Para hallar la fórmula empírica nos basamos en que los subíndices de los átomos de la fórmula de un compuesto representan también la proporción en moles en la que están esos átomos en dicho compuesto.

2. EJERCICIO RESUELTO

Veamos cuántos moles de H, C y O hay en un mol de ácido carbónico (H_2CO_3). (Dato: N_A = Número de Avogadro).

SOLUCIÓN

Cada mol de H_2CO_3 contiene N_A moléculas de H_2CO_3.

- Contiene $2 \cdot N_A$ átomos de H → Contiene dos moles de H.
- Contiene N_A átomos de C → Contiene un mol de C.
- Contiene $3 \cdot N_A$ átomos de O → Contiene tres moles de O.

3. EJERCICIO RESUELTO

Un compuesto orgánico fue analizado y se obtuvo que contenía un 40 % de carbono, un 6,7 % de hidrógeno y un 53,3 % de oxígeno (esa es su composición centesimal). Se calculó también su masa molecular por su densidad de vapor y se halló un valor de 180 u. Halla la fórmula empírica y la molecular.
Masas atómicas: C = 12 u; H = 1 u; O = 16 u.

SOLUCIÓN

Por su composición centesimal, cada 100 g de ese compuesto orgánico contienen:

continúa →

FÓRMULA EMPÍRICA Y FÓRMULA MOLECULAR

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

- 40 g de C $\rightarrow n = \frac{m}{M} = \frac{40\text{ g}}{12\text{ g/mol}} = 3{,}33$ mol de C
- 6,7 g de H $\rightarrow n = \frac{m}{M} = \frac{6{,}7\text{ g}}{1\text{ g/mol}} = 6{,}7$ mol de H
- 53,3 g de O $\rightarrow n = \frac{m}{M} = \frac{53{,}3\text{ g}}{16\text{ g/mol}} = 3{,}33$ mol de O

Dividiendo las tres cantidades entre la menor de ellas (3,33) veremos la proporción en la que están en moles y, así, sabremos los subíndices:

$$C \rightarrow \frac{3{,}33}{3{,}33} = 1;\ H \rightarrow \frac{6{,}7}{3{,}33} \approx 2;\ O \rightarrow \frac{3{,}33}{3{,}33} = 1$$

Por tanto, su fórmula empírica es: CH_2O.

Su fórmula molecular será la misma o un múltiplo de ella. Para saberlo usamos el dato de que la masa molecular del compuesto orgánico es 180 u. Veamos cuál es la del compuesto que indica la fórmula empírica (CH_2O):

$$M_{CH_2O} = 12 + 2 \cdot 1 + 16 = 30\text{ u}$$

Como la masa molecular de nuestro compuesto orgánico es $\frac{180}{30} = 6$ veces mayor que la masa molecular de la fórmula empírica, la fórmula molecular será $(CH_2O)_6$ $\rightarrow$ La fórmula molecular es $C_6H_{12}O_6$.

1 **Un robot de la agencia espacial europea recogió del fondo marino a 1200 m de profundidad una muestra que se piensa que pudo ser un meteorito. Tras aislarlo y analizar su composición centesimal por combustión se averiguó que contenía un 61,86 % de carbono, un 10,48 % de hidrógeno y un 27,66 % de oxígeno, y que su masa molecular era 116 u. Halla cuál era la fórmula empírica y la molecular del compuesto. Masas atómicas: C = 12 u; H = 1 u; O = 16 u.**

SOLUCIÓN

FÓRMULA EMPÍRICA Y FÓRMULA MOLECULAR

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

2 **Se analizan 0,942 g de un compuesto orgánico obteniéndose que en ellos hay 0,228 34 g de carbono, 0,038 15 g de hidrógeno y 0,675 51 g de cloro, y que llevado a fase gaseosa ocupa un volumen de 213 mL, medidos a una atmósfera y cero grados centígrados.**
Masas atómicas: C = 12 u; H = 1 u; Cl = 35,5 u.

SOLUCIÓN

a) Halla la fórmula empírica:

b) Halla la fórmula molecular:

3 **Si una de las fórmulas de un compuesto orgánico es $C_3H_6O_2$, ¿cuál es su composición centesimal?**

SOLUCIÓN

EL CARBONO EN 10 DATOS

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Recuerda que…

Durante más de 200 años los químicos habían dividido los compuestos en dos categorías; a los que se aislaban de plantas o animales los llamaban orgánicos; y a los que se extraían de minerales, inorgánicos. Hoy día a la química orgánica se la conoce más como la química del carbono. Veamos diez datos sobre el carbono que explican por qué es un elemento tan especial:

1. Es la base para la energía orgánica y se encuentra en todos los organismos vivos.
2. El carbono puro existe libre en la naturaleza y se conoce desde la época prehistórica. El carbono químicamente puro se prepara por descomposición térmica del azúcar (sacarosa) en ausencia de aire.
3. Está en el interior de las estrellas, aunque no fue producido en el *big bang*.
4. En su forma más elemental puede constituir una de las sustancias con mayor dureza (el diamante), o una de las más blandas, el grafito.
5. Es un no-metal que se puede unir formando enlaces con él mismo y con muchos otros elementos químicos, pudiendo formar cerca de diez millones de compuestos diferentes.
6. Es el cuarto elemento más abundante en el universo. El hidrógeno, el helio y el oxígeno se encuentran en mayor cantidad (en masa).
7. Los compuestos del carbono tienen múltiples usos. El diamante es una piedra preciosa y se usa para perforar y/o cortar. El grafito se utiliza en los lápices, como lubricante, como protector frente a la oxidación. Mientras que el carbón se usa para eliminar toxinas, sabores y olores.
8. Es el elemento de mayor punto de fusión/sublimación de todos los elementos. Su punto de fusión está situado alrededor de los 3550 °C, y su punto de sublimación, alrededor de los de los 3800 °C.
9. El carbono puro se considera no-tóxico, aunque la inhalación de pequeñas partículas, como el hollín, puede dañar el tejido de los pulmones.
10. Hay siete tipos naturales de isótopos del carbono. En 1961 la Unión Internacional de Química Pura y Aplicada adoptó el isótopo del carbono-12 como base para los pesos atómicos. El isótopo carbono-14 se usa en la técnica de datación por radiocarbono.

4 **Investiga:**

SOLUCIÓN

a) Cuáles son las dos formas alotrópicas cristalinas bien definidas que forma el carbono.

b) Investiga cuáles son otras formas con menos cristalinidad.

c) ¿Puede el carbono formar un enlace cuádruple consigo mismo?

5 **Investiga qué utilidad fundamental tiene hoy día otro elemento de su grupo con similar configuración electrónica como el silicio (Si).**

SOLUCIÓN

ANÁLISIS DE LA POLUCIÓN EN AGUAS

NOMBRE: ____________ CURSO: ________ FECHA: ________

Recuerda que...

La industrialización de las sociedades actuales y la comprensión y desarrollo de la química actual han permitido mejorar nuestra calidad y esperanza de vida, por ejemplo, mediante la síntesis de **medicamentos** (vacunas, antibióticos, analgésicos, etc.), el descubrimiento de **nuevos materiales** (plásticos, polímeros, pinturas, papel, etc.), la obtención de **fuentes de energía** (petróleo, biocombustibles, alcohol, etc.) o los procesos de **conservación de alimentos** (conservantes, maceraciones, insecticidas, etc.). En todos estos aspectos la química del carbono desempeña un papel fundamental.

Debido a que todos estos procesos no son más que transformaciones de materia orgánica existente en el planeta como recurso natural, es importante que estas transformaciones sean sostenibles, es decir, que devolvamos a la naturaleza sus recursos después de utilizarlos sin alterar el propio ciclo natural de la vida, con todo lo que ello conlleva.

Teniendo en cuenta esto, resulta necesario la medición y determinación de la contaminación, ya que una vez medida conoceremos si alteramos o no un ciclo natural y podremos poner medidas correctoras, e incluso identificar un proceso como no sostenible o dañino para el medio ambiente.

Fuentes contaminantes del agua

Dentro de estas mediciones veamos la medición analítica de la **polución del agua**. Las fuentes de contaminación del agua más importantes son:

- **Aguas residuales** procedentes de los núcleos urbanos, como las aguas fecales o sanitarias, las aguas pluviales que arrastran sustancias que contiene la atmósfera contaminada, las aguas provinientes de la limpieza pública o doméstica, las procedentes de edificios comerciales o fábricas situadas en las ciudades, etc.
- **Residuos sólidos** procedentes de tierra o que son vertidos directamente al mar.
- **Agentes contaminantes** arrastrados por los ríos.
- **Residuos de petróleo** procedente de plataformas petrolíferas, accidentes de petroleros, etc.

Como consecuencia de lo anterior, las alteraciones físicas más importantes que sufren las aguas son las siguientes:

- **Variación de la temperatura.** La llamada polución térmica es un cambio apreciable en la temperatura del agua debido a la actividad del ser humano. Provoca una alteración de los equilibrios ecológicos, de las reacciones bioquímicas y de las características físico-químicas del agua.
- **Variación de su olor.** Debido a la presencia de materias orgánicas en descomposición o de compuestos químicos como fenoles y cloro.
- **Variación de su color.** El agua sin contaminar es incolora con ciertas tonalidades debido a la presencia de sustancias orgánicas y compuestos de hierro. En cambio, el agua con polución puede cambiar ese color, pues contiene compuestos colorantes orgánicos, minerales o ambos.
- **Variación del pH.** Provoca una influencia sobre las distintas reacciones que se llevan a cabo en el agua, dificulta la precipitación de algunas especies químicas, etc.
- **Variación de la conductividad.** El agua pura tiene muy poca conductividad y aumenta a medida que tiene más elementos sólidos disueltos, por lo que la medida de la conductividad del agua nos determina su nivel de polución.

La medición analítica de esta polución se realiza a partir de los procesos que nos suministran la química, la física y la biología.

ANÁLISIS DE LA POLUCIÓN EN AGUAS

NOMBRE: ______ CURSO: ______ FECHA: ______

Calidad del agua

Según la **OMS** (Organización Mundial de la Salud), de entre todos los parámetros que determinan la calidad de las aguas, tres de ellos se consideran fundamentales:

- **O_2**.
- **DQO**.
- **DBO**.

Debido a que los contaminantes orgánicos en la mayoría de los casos alteran más las aguas desde el punto de vista sanitario, biológico, y tienen mayor impacto en la modificación de ecosistemas que los de naturaleza inorgánica, estos parámetros analíticos se han convertido en herramienta de uso común e indispensable para el control de aguas.

Veamos brevemente en qué consisten.

O_2 (Oxígeno disuelto)

Su determinación normalmente se realiza mediante oxímetros, que son medidores que utilizan electrodos sensibles al O_2. El procedimiento de medida es físico.

Esta determinación es importante, ya que para que se dé vida es necesario que exista una concentración de oxígeno en las aguas de los cauces que posibilite la respiración de plantas y animales. Si un agua presenta contaminantes que reaccionan con el oxígeno, este ya no estará disponible para los seres vivos de los cauces.

Así pues, cuanto menor sea la concentración de O_2 disuelto en un agua, más nociva será para el medio ambiente.

DQO (Demanda Química de Oxígeno)

Mediante esta medida se determina la cantidad que consumen los compuestos reductores presentes en el agua sin intervención de microorganismos. El fundamento de la determinación es químico, y para ello se le añade a un volumen de agua conocido una cantidad también conocida y en exceso de un agente fuertemente oxidante, de forma que reaccionen con los compuestos reductores (orgánicos e inorgánicos) presentes en el agua.

Una vez haya finalizado se determina el exceso de oxidante, y el resultado será la diferencia del oxidante inicial menos el que nos queda después de reaccionar.

Esta determinación se puede hacer con cualquier oxidante fuerte, pero de forma normalizada. La experiencia se realiza con dicromato de potasio en medio fuertemente ácido (H_2SO_4) a 150 °C durante 2 horas.

La valoración del exceso de dicromato puede realizarse por vía química.

DBO (Demanda Bioquímica de Oxígeno)

Mediante esta medida se determina la cantidad de oxígeno necesaria para descomponer la materia orgánica presente en una muestra por la acción de bacterias aeróbicas.

La transformación biológica de la materia orgánica se realiza en dos fases:

1. Primero se oxidan los compuestos de carbono.
2. En una segunda etapa se oxidan los compuestos nitrogenados.

EL PETRÓLEO Y SUS DERIVADOS

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Recuerda que...

El **petróleo** es un líquido de menor densidad que el agua. Se ha formado hace millones de años debido a la **descomposición de microorganismos** animales y vegetales que vivían en aguas de poca profundidad. Tiene un espesor, un color oscuro y un olor característicos. Químicamente está compuesto de una mezcla de distintos hidrocarburos que contienen cada uno de ellos cadenas carbonadas de diferente número de átomos de carbono, y otros elementos, como el oxígeno, azufre y nitrógeno.

Hoy día, debido a la población mundial creciente y a que buena parte de ella se sustenta en el consumo, el petróleo y sus derivados son imprescindibles tanto para la **obtención de energía** como para la **fabricación** de muchos productos en la industria (fertilizantes, plásticos, alimenticia, farmacéutica, química, textil, etc.).

La variada composición química del petróleo hace que para aprovechar mejor sus diferentes aplicaciones se separe en sus componentes mediante una destilación en las refinerías. El proceso consiste en ir calentando el petróleo, de tal forma que a diferentes temperaturas se van evaporando los distintos hidrocarburos. Sus vapores ascienden por las columnas de destilación, posteriormente se condensan y son recogidos en recipientes diferentes. Al tener cada hidrocarburo un intervalo de temperaturas de ebullición distinto, se recoge cada uno de ellos secuencialmente sin apenas mezclarse. Para conseguir la evaporación de todos se alcanzan temperaturas superiores a los 400 °C.

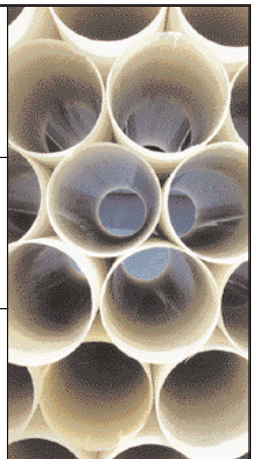
6 **Observa los diferentes productos obtenidos de la destilación del petróleo y sus distintas aplicaciones e investiga y rellena los datos que faltan sobre sus temperaturas de ebullición.**

Producto destilado	Intervalo de temperaturas de ebullición	Aplicaciones
Gases no condensados		Combustibles y materias primas en la industria química
Éter de petróleo		Disolventes
Gasolinas		Carburantes
Queroseno		Carburantes y calefacción
Gasóleo		Carburante diésel y calefacción
Lubricantes		Lubricantes para máquinas y herramientas
Vaselina		Pomadas
Alquitrán y demás residuos		Betunes, construcción de carreteras

SOLUCIÓN

EL PETRÓLEO Y SUS DERIVADOS

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Plásticos	**Termoplásticos**		
	Termoendurecibles		
	Poliuretanos		
Fibras sintéticas	**Poliamidas**		
	Poliéster		
	Acrílicas		
Cauchos sintéticos			
Detergentes			
Abonos nitrogenados			

AMPLIACIÓN sin soluciones

POLÍMEROS Y MACROMOLÉCULAS

NOMBRE: ______ CURSO: ______ FECHA: ______

Recuerda que...

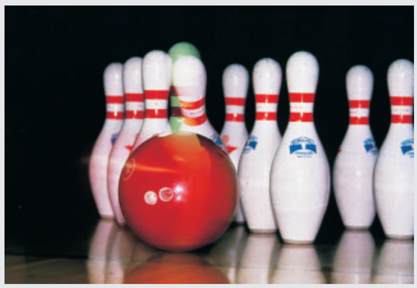
Los compuestos orgánicos de gran masa molecular se denominan **macromoléculas**. Tienen gran importancia en la industria química y en los procesos biológicos. Estos compuestos pueden ser fabricados por las personas en un laboratorio (**polímeros**) o ser de origen natural (**biopolímeros**).

La palabra **polímero** proviene del griego πολμ, que significa «muchos», y de *merox*, que significa «parte», pues los polímeros se obtienen al unir muchas moléculas sencillas, por lo que, a pesar de poder tener millones de unidades atómicas de masa (u) son muy simples químicamente, al ser una unión de estas entidades sencillas llamadas **monómeros**.

En las últimas décadas, los polímeros se han convertido en indispensables en nuestra sociedad (PVC, cauchos sintéticos, polietileno, siliconas, distintas fibras textiles, etc.), y la mayoría de la industria química trabaja en su investigación.

Podemos clasificar los polímeros desde diferentes puntos de vista:

- **Según el proceso seguido en su polimerización.** Pueden haberse construido en cadena por adicción de monómeros iguales, por lo que todos los átomos de estos están en el polímero, o bien durante el crecimiento se van eliminando algunas moléculas como el agua, por lo que el polímero no tiene la suma de átomos de los monómeros originales.
- **Según sea su cadena de carbonos.** Pueden ser lineales o ramificados.
- **Según reaccionen ante el calor.** Pueden ablandarse o fundirse con el calor y endurecerse al enfriarse recuperando así sus mismas propiedades, por lo que pueden moldearse (se llaman **termoplásticos**, como las sedas artificiales, el celofán...), ablandarse o fundirse con el calor, endureciéndose más al enfriarse, con lo que aumenta su punto de fusión; es decir, no conserva sus propiedades iniciales (se llaman **termoestables**, como la ebonita: bolas de los bolos, lengüetas de instrumentos..., o la baquelita: carcasas de teléfonos, asas de cacerolas...).



- **Según sea su composición.** Pueden tener monómeros idénticos (se llaman **homopolímeros**, por ejemplo, el PVC o el polietileno), o más de un tipo de monómeros en el que cada uno aporta sus propiedades (se llaman **copolímeros**, como en el ABS, en el que el acrilonitrilo aporta su resistencia química; el butadieno, su flexibilidad, y el estireno aporta al material la rigidez).
- **Según su importancia en la industria.** De mayor a menor: polímeros etilénicos (derivados de alquenos, como el polietileno, PVC...), cauchos sintéticos o elastómeros, poliamidas y poliésteres, poliuretanos y siliconas.

La utilización de estos polímeros en la vida cotidiana y en la industria es enorme, pues sus características son muy diferentes de las de los monómeros que los constituyen, ya que es mayor su resistencia, elasticidad y resistividad eléctrica, y menor su reactividad con los ácidos y las bases.

Estas cualidades, a su vez, pueden mejorarse si se añaden pequeñas dosis de sustancias químicas, como antioxidantes, plastificantes, etc. Con ello se consiguen, por ejemplo, materiales duros y resistentes, como el PVC utilizado en la construcción, tremendamente flexibles, como el polietileno; resistentes, como el nailon; elásticos, como el caucho, o inertes, como el teflón.

POLÍMEROS Y MACROMOLÉCULAS

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

A continuación se muestran algunos polímeros conocidos y se indica su uso habitual:

Monómero	Polímero	Usos principales
$CH_2{=}CH_2$	$-CH_2-CH_2-CH_2-CH_2-$	Bolsas, botellas, tuberías, aislante eléctrico, persianas...
Eteno (etileno)	Polietileno	
$CH_2{=}CH-CH_3$	$-CH_2-\underset{\displaystyle CH_3}{\underset{\vert}{CH}}-CH_2-\underset{\displaystyle CH_3}{\underset{\vert}{CH}}-$	Películas de empaquetado, aislante eléctrico, alfombras, útiles de cocina...
Propeno (propileno)	Polipropileno	
$CH_2{=}CH-Cl$	$-CH_2-CHCl-CH_2-CHCl-$	Ventanas, sillas, aislantes, tuberías, puertas, envases, cubos...
Cloroeteno (cloruro de vinilo)	Policloruro de vinilo (PVC)	
$CF_2{=}CF_2$	$-CF_2-CF_2-CF_2-CF_2-$	Antiadherente, aislante, utensilios de cocina, engranajes...
Tetrafluoreteno	Politetrafluoreteno PTFE (teflón)	
$CH_2{=}CCl-CH{=}CH_2$	$-CH_2-CCl{=}CH-CH_2-$	Aislante térmico, neumáticos.
2-clorobutadieno	Cloropreno o neopreno	
$CH_2{=}CH-CN$	$-CH_2-\underset{\displaystyle C{\equiv}N}{\underset{\vert}{CH}}-CH_2-\underset{\displaystyle C{\equiv}N}{\underset{\vert}{CH}}-$	Tapicerías, alfombras, tejidos...
Propenonitrilo (acrilonitrilo)	Poliacrilonitrilo	
$CH_2{=}CH-CH{=}CH_2$	$-CH_2-CH{=}CH-CH_2-$	Suelos de goma, llantas, resinas...
Butadieno	Polibutadieno	

7 **Investiga e indica algunas macromoléculas de origen natural.**

SOLUCIÓN

Notas

AMPLIACIÓN con soluciones

COMPOSICIÓN DE MOVIMIENTOS (I)

NOMBRE: ______ CURSO: ______ FECHA: ______

Recuerda que...

Existen algunos movimientos aparentemente complejos que tan solo son una mezcla o **composición de movimientos** más sencillos como los que has estudiado (MRU, MRUA...).

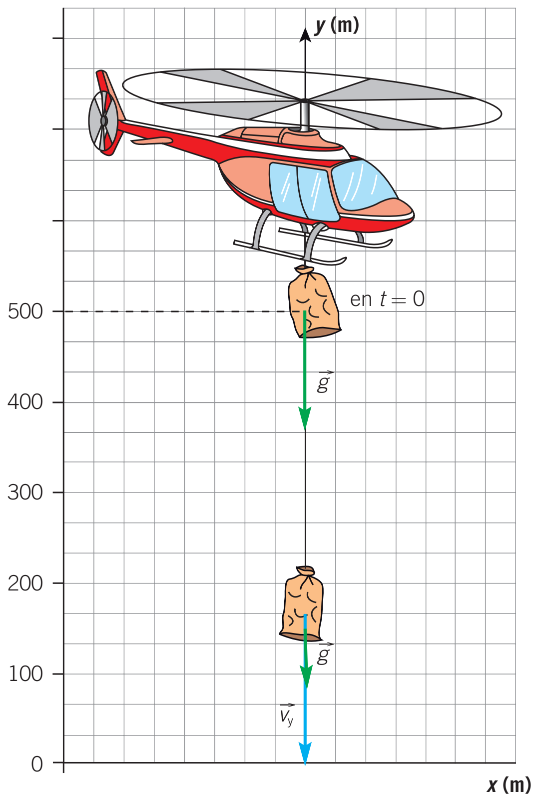
Lo más interesante de estos movimientos más complejos es que los puedes estudiar fácilmente analizando por separado los movimientos sencillos que los componen, ya que estos **son independientes entre sí**, es como si actuaran por separado.

1. EJERCICIO RESUELTO

Dos helicópteros que se encuentran a 500 m de altura están repartiendo ayuda humanitaria sobre un poblado. Uno de ellos (helicóptero 1) está suspendido en el aire y el otro (helicóptero 2) está moviéndose paralelo al suelo a 100 km/h.

Analiza el movimiento de un saco soltado por cada uno de los helicópteros.

SOLUCIÓN



Helicóptero 1

El saco tiene un movimiento MRUA (caída libre) en vertical (eje Y).

Las ecuaciones del movimiento son:

- Eje Y (MRUA):

  Velocidad en el eje Y:

$$v_y = v_{0y} - gt$$

  Coordenada y:

$$y = y_0 + v_{0y} \cdot t - \frac{1}{2} \cdot gt^2$$

Sustituyendo los datos del problema: $y_0 = 500$ m, $v_{0y} = 0$ m/s (pues se deja caer el saco) y $g = 9{,}8$ m/s^2:

Velocidad en el eje Y:

$$v = -9{,}8 \cdot t$$

Coordenada y:

$$y = 500 - 4{,}9 \cdot t^2$$

continúa →

COMPOSICIÓN DE MOVIMIENTOS (I)

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

La trayectoria del saco 1 vista desde un miembro del poblado es **rectilínea**.

El saco 2 tiene el mismo MRUA (caída libre) en vertical (eje Y) que el saco 1, pero además tiene el movimiento del helicóptero del que cayó: un MRU en horizontal (eje X) independiente del otro.

Las ecuaciones del movimiento son:

- Eje Y (MRUA): igual que el saco 1.
- Eje X (MRU):

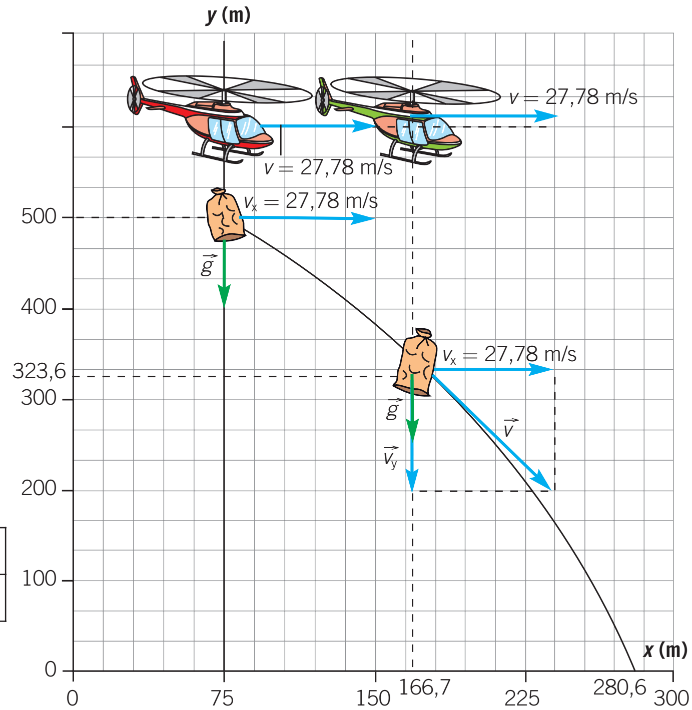
  Velocidad en el eje X: $v_x = v_{\text{helicóptero}}$.

  Coordenada x: $x = x_0 + v_x \cdot t$.

Sustituyendo los datos del problema: $x_0 = 0$ y $v_x = 100$ km/h $= 27,78$ m/s:

Eje Y: $v = -9,8 \cdot t$	Eje X: $v_x = 27,78$
MRUA → $y = 500 - 4,9 \cdot t^2$	MRU → $x = 27,78 \cdot t$

La trayectoria del saco 2 vista desde un miembro del poblado es una **parábola**.



Ahora podemos preguntarnos muchas cosas, por ejemplo:

a) ¿Qué saco llega antes al suelo?

Es una pregunta referida al movimiento en vertical (eje Y) y, como en este eje tienen las mismas ecuaciones, **los dos sacos tardarán el mismo tiempo en llegar al suelo**.

Para calcularlo tenemos que preguntarnos qué tiempo tarda en ocurrir que la coordenada y sea 0:

$$y = 0 = 500 - 4,9 \cdot t^2 \rightarrow 500 = 4,9 \cdot t^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{500}{4,9}} = +10,1 \text{ s}$$

(Despreciamos la solución $t = -10,1$ s, pues no tiene sentido un tiempo negativo.)

b) ¿Cuánto avanza en el eje X el saco 2 hasta que cae (a esto se le llama alcance)?

Es una pregunta referida al movimiento en horizontal (eje X) del saco 2. Para calcularlo tenemos que preguntarnos cuál es la coordenada x del saco 2 cuando han transcurrido los 10,1 s hallados anteriormente.

$$x = 27,78 \cdot t \rightarrow x = 27,78 \text{ m/s} \cdot 10,1 \text{ s} = 280,6 \text{ m}$$

c) ¿Cuál es la posición del saco 2 cuando lleva seis segundos en el aire?

$$\left.\begin{array}{l} \bullet\ y = 500 - 4,9 \cdot t^2 \rightarrow y = 500 - 4,9 \cdot 6^2 = 323,6 \text{ m} \\ \bullet\ x = 27,78 \cdot t \rightarrow x = 27,78 \cdot 6 = 166,7 \text{ m} \end{array}\right\} \rightarrow \text{Coordenadas: } (166,7,\ 323,6) \text{ m}$$

d) Ahora responde tú. ¿Qué trayectoria tendrá el saco 2 desde el punto de vista del piloto del helicóptero 2? ¿Qué conclusión sacas sobre ello?

La trayectoria será una línea recta porque el movimiento horizontal es equivalente.

($\vec{v}_x$ no varía para ambos.)

Conclusión: el movimiento observado es relativo: depende del sistema de referencia elegido.

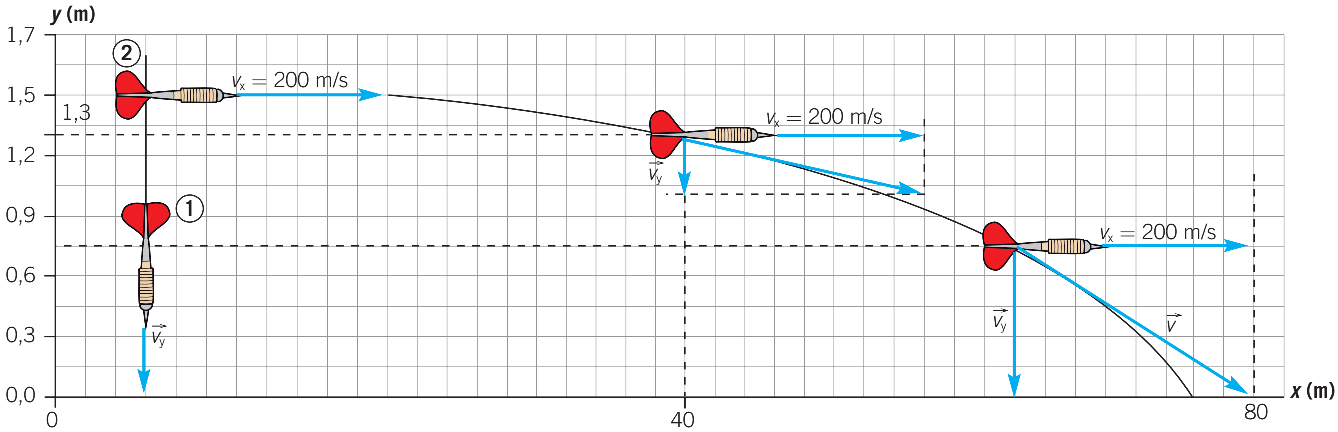
COMPOSICIÓN DE MOVIMIENTOS (II)

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

1 **Un veterinario en la selva lanza con un rifle un dardo tranquilizante a un rinoceronte para curarle una herida que tiene. Para ello coge el lanzador con una mano, situándolo paralelo al suelo, y a 1,5 m de altura sobre este y lo lanza justo a la vez que se le cae otro dardo que tenía en la mano a la misma altura sobre el suelo que el lanzador. El dardo lanzado sale despedido con una velocidad de 200 m/s y el rinoceronte logra esquivarlo.**

SOLUCIÓN

a) Haz un dibujo del problema sobre unos ejes coordenados indicando la trayectoria que seguirán los dos dardos.



b) Indica qué tipo de movimiento tienen en cada eje escribiendo sus ecuaciones.

Dardo 1 (el que se cae):

- Eje X: no hay movimiento.
- Eje Y (MRUA):

$$v_y = v_{0y} - gt = -9{,}8 \cdot t$$

$$y = y_0 + v_{0y} \cdot t - \frac{1}{2} \cdot gt^2 = 1{,}5 - 4{,}9 \cdot t^2$$

Dardo 2 (el que es lanzado):

- Eje X (MRU):

$$v_x = 200$$

$$x = x_0 + v_x \cdot t = 200 \cdot t$$

- Eje Y (MRUA):

$$v_y = v_{0y} - gt = -9{,}8\ t$$

$$y = y_0 + v_{0y} \cdot t - \frac{1}{2} \cdot gt^2 = 1{,}5 - 4{,}9 \cdot t^2$$

c) Calcula el tiempo que tardará cada dardo en caer al suelo. ¿Sacas alguna conclusión?

Es una pregunta referida al movimiento en vertical (eje Y), y como en este eje tienen las mismas ecuaciones los dos dardos, tardarán el mismo tiempo en llegar al suelo.

Para calcularlo tenemos que preguntarnos cuánto tiempo tarda en ocurrir que la coordenada y sea 0:

$$y = 0 = 1{,}5 - 4{,}9 \cdot t^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{1{,}5}{4{,}9}} = 0{,}55 \text{ s}$$

COMPOSICIÓN DE MOVIMIENTOS (II)

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

d) Calcula el alcance del dardo que fue lanzado.

Es una pregunta referida al movimiento en horizontal (eje X) del dardo 2. Para calcularlo tenemos que preguntarnos cuál es la coordenada x del dardo 2 cuando han transcurrido los 0,55 s hallados anteriormente.

$$x = 200 \cdot t \rightarrow x = 200 \cdot 0{,}55 = 110 \text{ m}$$

e) Indica las coordenadas de cada dardo dos décimas de segundo después de empezar a moverse y dibújalos en el apartado a. ¿Cuál de ellos está más lejos del suelo?

Dardo 1 (el que se cae):

- Eje X:

$$x = 0 \text{ m}$$

- Eje Y:

$$y = 1{,}5 - 4{,}9 \cdot t^2 = 1{,}5 - 4{,}9 \cdot 0{,}2^2 = 1{,}3 \text{ m}$$

Coordenadas: (0, 1,3) m.

Dardo 2 (el que es lanzado):

- Eje X:

$$x = 200 \cdot t = 20 \cdot 0{,}2 = 40 \text{ m}$$

- Eje Y:

$$y = 1{,}5 - 4{,}9 \cdot t^2 = 1{,}5 - 4{,}9 \cdot 0{,}2^2 = 1{,}3 \text{ m}$$

Coordenadas: (40, 1,3) m.

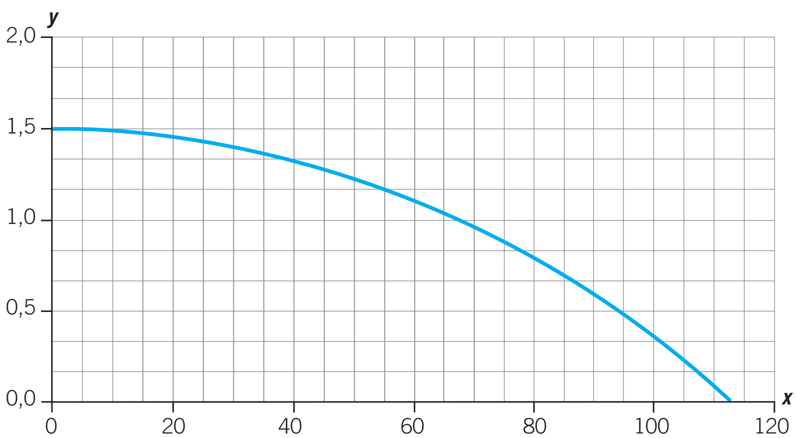
Como en el eje Y los dos dardos tienen las mismas ecuaciones, ambos están a la misma altura sobre el suelo.

f) En las ecuaciones del dardo lanzado, despeja el tiempo en la ecuación de la coordenada x y sustitúyelo en la ecuación de la coordenada y. ¿Sacas alguna conclusión de la expresión obtenida?

$$x = 200 \cdot t \rightarrow t = \frac{x}{200}$$

$$y = 1{,}5 - 4{,}9 \cdot t^2 \rightarrow y = 1{,}5 - 4{,}9 \cdot \left(\frac{x}{200}\right)^2 \rightarrow y = 1{,}5 - 0{,}000\,12\, x^2$$

La ecuación $y = f(x)$ es de la forma $y = Ax^2 + B$ con A y B constantes. Esta ecuación es la de una parábola. Comprobamos así que coincide con la trayectoria esperada.



COMPOSICIÓN DE MOVIMIENTOS (II)

NOMBRE: ______________________ CURSO: ____________ FECHA: ____________

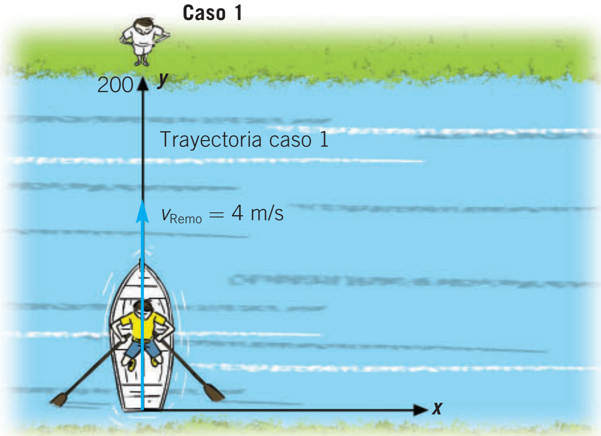
2 **Un chico que se encuentra en una barca en la orilla de un río de 200 m de anchura pretende llegar al otro lado en el que le espera su hermano. Para ello comienza a remar perpendicularmente al río con una velocidad constante de 4 m/s. Imagina esta situación en dos casos:**

- **Caso 1 → Las aguas del río están calmadas.**
- **Caso 2 → Las aguas del río bajan con una velocidad constante de 3 m/s.**

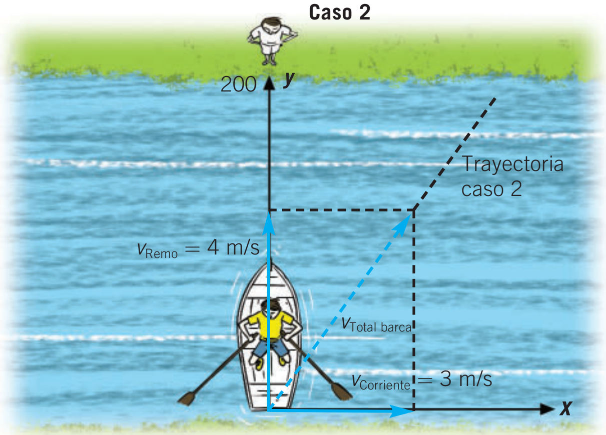
SOLUCIÓN

a) Dibuja sobre los ejes coordenados los vectores velocidad del enunciado y el vector $\vec{v}_{Total}$ de la barca en cada caso usando la regla del paralelogramo cuando la necesites.

Caso 1



Caso 2



b) Dibuja la trayectoria de la barca en cada caso.

(Ver dibujo anterior)

c) Escribe las ecuaciones del movimiento en cada eje para cada caso.

Caso 1

- Eje X → No hay movimiento:

$$x = 0$$

- Eje Y → (MRU):

$$y = v_y \cdot t = 4 \cdot t$$

Caso 2

- Eje X → (MRU):

$$x = v_x \cdot t = 3 \cdot t$$

- Eje Y → (MRU):

$$y = v_y \cdot t = 4 \cdot t$$

d) ¿En cuál de los dos casos la barca llegará antes a la otra orilla? Calcula ese tiempo. ¿Sacas alguna conclusión?

Es una pregunta referida al movimiento en el eje Y, y como en los dos casos tienen la misma ecuación en el eje Y, tardarán el mismo tiempo en llegar a la otra orilla. Ese tiempo es:

$$y = v_y \cdot t = 4\,t \rightarrow t = \frac{y}{v_y} = \frac{200 \text{ m}}{4 \text{ m/s}} = 50 \text{ s}$$

El movimiento en el eje Y es independiente del movimiento en el eje X.

COMPOSICIÓN DE MOVIMIENTOS (II)

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

e) ¿A qué distancia de su hermano estará el chico de la barca en el caso 2 cuando llegue a la otra orilla?

Es una pregunta referida al eje X. Para resolverla tenemos que preguntarnos cuánto espacio en el eje X ha recorrido la barca en el caso 2 en los 50 s que tarda en llegar a la otra orilla.

$$x = v_x \cdot t = 3 \cdot 50 = 150 \text{ m}$$

f) ¿Cuál de las dos barcas habrá recorrido más espacio cruzando el río? Calcúlalo.

En el caso 1 la barca habrá recorrido:

$$200 \text{ m}$$

En el caso 2 la barca, por el teorema de Pitágoras, habrá recorrido:

$$d = \sqrt{200^2 + 150^2} = 250 \text{ m}$$

Recorre más espacio la barca en el caso 2.

g) ¿Te parecen contradictorias las respuestas a los apartados d y f? Busca una explicación. (Pista: Calcula el módulo de la velocidad de la barca en el caso 2 usando el teorema de Pitágoras.)

Parece contradictorio que la barca en el caso 2 recorra más espacio para llegar a la otra orilla y tarde en cambio el mismo tiempo, pero no lo es, pues la velocidad total en el caso 2 es mayor que en el caso 1.

Podemos comprobar este hecho hallando el módulo del vector velocidad para el caso 2 usando el teorema de Pitágoras:

Caso 2:

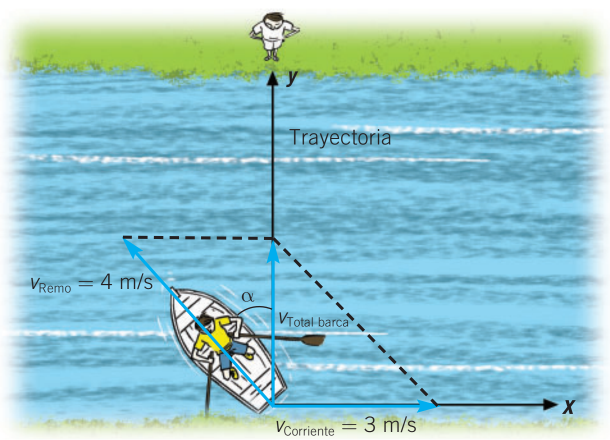
$$|\vec{v}_{\text{Total}}| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ m/s}$$

Comprobemos que tarda 50 s en llegar a la otra orilla:

$$s = v \cdot t \rightarrow t = \frac{s}{v} = \frac{250 \text{ m}}{5 \text{ m/s}} = 50 \text{ s}$$

h) ¿En qué dirección se debería situar la barca en el caso 2 para que, si no cambia la velocidad de remo ni la del agua, llegara justo enfrente donde está su hermano? Haz un dibujo.

Tenemos que pensar cuál ha de ser la dirección de la velocidad de remo para que sumada vectorialmente con la de la corriente nos dé un vector perpendicular al río, es decir, en la dirección de la trayectoria deseada.



Indicamos la dirección en la que hay que remar hallando el ángulo α.

Observando el triángulo rectángulo que contiene α vemos que el cateto opuesto a α mide lo mismo que $v_{\text{corriente}} = 3$ m/s, y la hipotenusa es la $v_{\text{remo}} = 4$ m/s. Por tanto:

$$\text{sen } \alpha = \frac{3}{4} \rightarrow \alpha = \text{arc sen } \frac{3}{4}$$

Por tanto:

$$\alpha = 48{,}6°$$

ÁREA ENCERRADA DEBAJO DE UNA FUNCIÓN

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

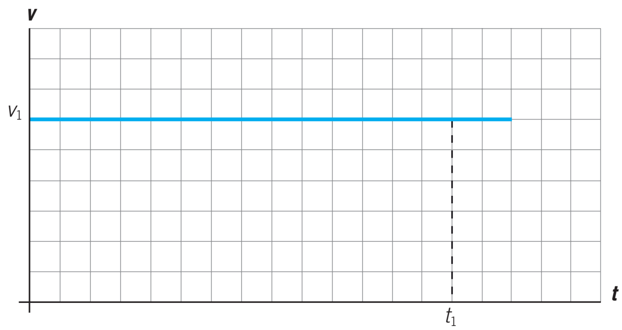
Recuerda que…

Verás en los próximos cursos que **el área encerrada debajo de una función** que relaciona dos magnitudes **tiene un significado físico**. Para calcular esa área aprenderás una herramienta muy útil que es la integral definida, pero no te hace falta conocerla si la figura que encierra debajo tiene un área ya conocida por ti.

2. EJERCICIO RESUELTO

Dibuja la función velocidad-tiempo en un MRU.

SOLUCIÓN



Como ves, la figura encerrada debajo de la curva que corresponde a un móvil que lleva una velocidad v_1 transcurrido un tiempo t_1 en un MRU es un paralelogramo.

Calculemos su área:

$$A_{\text{Paralelogramo}} = \text{Longitud de la base} \cdot \text{Longitud de la altura}$$

En este caso:

- Longitud de la base = tiempo transcurrido = t_1.
- Longitud de la altura = velocidad del móvil = v_1.

Por tanto:

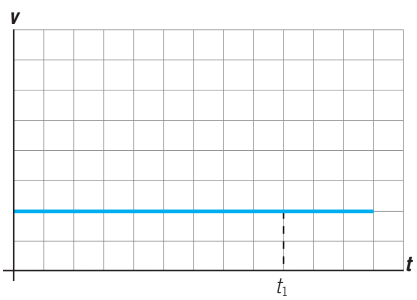
$$A_{\text{Paralelogramo}} = v_1 \cdot t_1$$

Y observa que $v_1 \cdot t_1$ en un MRU es el **espacio recorrido por el móvil** en ese tiempo.

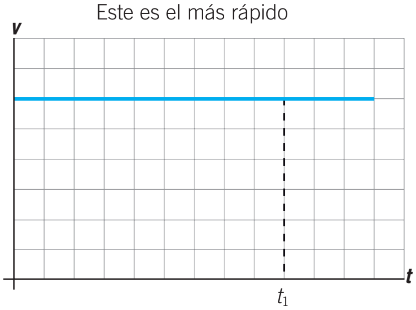
Conclusión: **el área encerrada debajo de la función *v-t* es equivalente al espacio recorrido por el móvil**. Esto es válido no solo para un MRU, sino para cualquier tipo de movimiento.

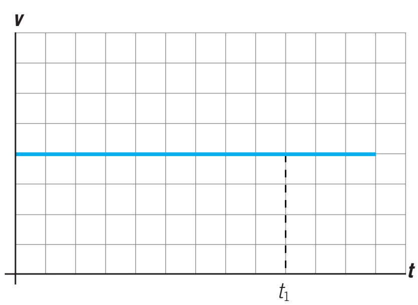
3 **¿Cuál de los siguientes móviles ha recorrido más espacio transcurrido un tiempo t_1?**

SOLUCIÓN



Este es el más rápido





ÁREA ENCERRADA DEBAJO DE UNA FUNCIÓN

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

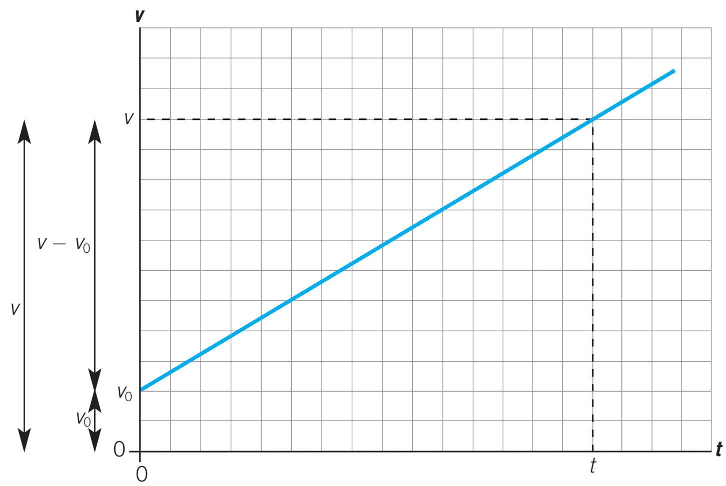
4 **Halla la ecuación: $x = x_0 + v_0 \cdot t - \frac{1}{2} gt^2$, o mejor la del espacio recorrido: $x - x_0 = \Delta x = v_0 = t - \frac{1}{2} gt^2$, de un MRUA, calculando el área encerrada debajo de la función *v-t*.**

Ve paso a paso.

SOLUCIÓN

1. Supón un caso general de un móvil que tiene MRUA con velocidad inicial diferente de cero y con aceleración positiva, es decir, que va aumentando su velocidad.

   Su gráfica *v-t* sería de esta forma:



2. Escribe la expresión del área encerrada debajo de la función *v-t* transcurrido un tiempo *t*. Para ello divide la figura en dos de área conocida y suma sus áreas ($A_{\text{Paralelogramo}} = b \cdot h$, $A_{\text{Triángulo}} = \frac{1}{2} \cdot b \cdot h$):

   - $A_{\text{Paralelogramo}} = v_0 \cdot t$
   - $A_{\text{Triángulo}} = \frac{1}{2} \cdot (v - v_0) \cdot t$

$$\Delta x = \text{Área encerrada} = A_{\text{Paralelogramo}} + A_{\text{Triángulo}} = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot (v - v_0) \cdot t$$

3. En la anterior expresión aparecerá *v*, que es la velocidad que tiene el móvil transcurrido el tiempo *t*, pero esa expresión la conoces, es la otra ecuación del MRUA:

$$v = v_0 + at$$

   Sustitúyela, simplifica y comprueba el resultado.

$$\Delta x = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot (v - v_0) \cdot t = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot (v_0 + at - v_0) \cdot t = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot at^2$$

   Pues, como ves, se va v_0 y $\frac{1}{2} \cdot (at) \cdot t = \frac{1}{2} \cdot at^2$.

   Comprobamos que es la ecuación que conocemos de espacio recorrido en función del tiempo en un MRUA.

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

3. EJERCICIO RESUELTO

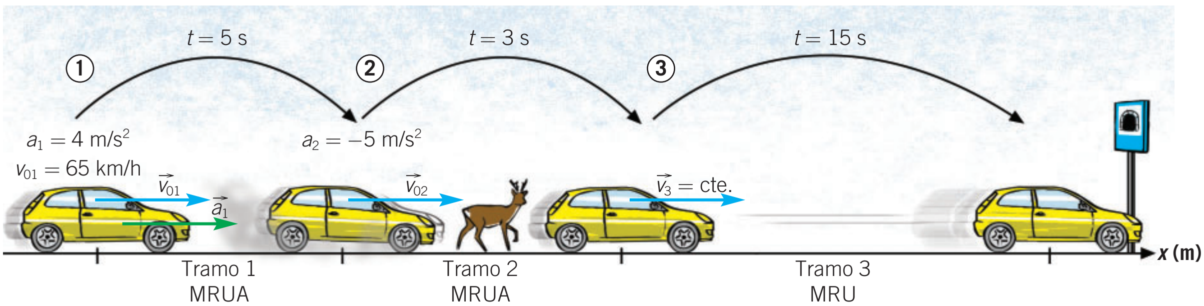
Un coche que circula a 65 km/h comienza a acelerar con una a = cte. = 4 m/s^2. Tras 5 s acelerando ve que un corzo se cruza en la carretera, por lo que frena bruscamente durante 3 s con una a = cte. = 5 m/s^2. Tras ese tiempo, y con el corzo fuera de peligro, la conductora levanta el pie del freno y mantiene esa velocidad constante durante 15 s, momento en el que entra en un túnel.

- **¿A qué distancia estaba del túnel cuando comenzó a acelerar? Representa la posición, velocidad, y aceleración en función del tiempo.**

SOLUCIÓN

Seguimos los siguientes pasos:

1. Dibujamos un sistema de referencia indicando el tipo de movimiento en cada tramo y escribiendo sobre cada uno de ellos los datos del problema.



2. Veamos ahora la posición x del coche al final de cada tramo. (La que tenga al final del último tramo será la respuesta a la pregunta.)
   - **Tramo 1 (MRUA):**

     Tenemos:

     $$x_1 = x_{01} + v_{01} \cdot t_1 + \frac{1}{2} \cdot a_1 \cdot t_1^2 = 18{,}1 \cdot 5 + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 5^2 = 140{,}5 \text{ m}$$

     Siendo $x_{01} = 0$, $v_{01} = 65$ km/h $= 18{,}1$ m/s, $t_1 = 5$ s y $a_1 = 4$ m/s^2.
   - **Tramo 2 (MRUA):**

     Ahora:

     $$x_2 = x_{02} + v_{02} \cdot t_2 + \frac{1}{2} \cdot a_2 \cdot t_2^2 = 140{,}5 + 38{,}1 \cdot 3 - \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 3^2 = 232{,}3 \text{ m}$$

     Siendo $x_{02} = x_1 = 140$ m (la posición inicial en el 2.º tramo es la final en el 1.º):

     $$v_{02} = v_{f1} = v_{01} + a_1 \cdot t_1 = 18{,}1 + 4 \cdot 5 = 38{,}1 \text{ m/s}$$

     (La velocidad inicial en el 2.º tramo es la final en el 1.º)

     $$t_2 = 3 \text{ s y } a_2 = -5 \text{ m/s}^2$$
   - **Tramo 3 (MRU):**

     Entonces:

     $x_3 = x_{03} + v_3 \cdot t_3 = 232{,}3 + 23{,}1 \cdot 15 = 578{,}8$ m estaba del túnel cuando empezó a acelerar.

     Siendo $x_{03} = x_2$ (la posición inicial en el tercer tramo es la final en el segundo):

     $$v_3 = v_{f2} = v_{02} + a_2 \cdot t_2 = 38{,}1 - 5 \cdot 3 = 23{,}1 \text{ m/s}$$

     (La velocidad inicial en el 2.º tramo es la final en el 1.º)

     $$t_3 = 15 \text{ s}$$

continúa →

MÓVILES QUE CAMBIAN SU TIPO DE MOVIMIENTO

NOMBRE: ____________________ CURSO: __________ FECHA: __________

3. Representamos ahora *x-t*, *v-t*, y *a-t*:

El **tramo 1 (MRUA)** comprende desde $t = 0$ hasta $t = 5$ s:

- La gráfica *x-t* es una parábola. Dibujamos puntos de ella. Para ello sustituimos valores de t_1 en la ecuación: $x_1 = x_{01} + v_{01} \cdot t_1 + \frac{1}{2} \cdot a_1 \cdot t_1^2 = 18{,}1 \cdot t_1 + 2 \cdot t_1^2$.

$$t_1 = 0 \text{ s} \rightarrow x_1 = 0;\ t_1 = 1 \text{ s} \rightarrow x_1 = 20 \text{ m};\ t_1 = 2 \text{ s} \rightarrow x_1 = 44 \text{ m};\ t_1 = 3 \text{ s} \rightarrow x_1 = 72 \text{ m}$$

- La grafica *v-t* es una recta cuya pendiente es $a_1 = 4 \text{m/s}^2$. Para dibujar la recta hallamos dos puntos de ella sustituyendo en: $v_1 = v_{01} + a_1 \cdot t_1 = 18{,}1 + 4 \cdot t_1$.

$$t_1 = 0 \text{ s} \rightarrow v_1 = 18{,}1 \text{ m/s};\ t_1 = 5 \text{ s} \rightarrow v_1 = 38{,}1 \text{ m/s}$$

- La gráfica *a-t* es una función constante de valor $a_1 = 4 \text{ m/s}^2$.

El **tramo 2 (MRUA)** comprende desde $t = 5$ s hasta $t = 8$ s:

- La gráfica *x-t* es una parábola. En $t = 5 \text{ s} \rightarrow x_2 = 140{,}5$. En $t = 8 \text{ s} \rightarrow x = 232{,}3$ m.
- La grafica *v-t* es una recta cuya pendiente es $a_1 = -5 \text{ m/s}^2$. Para dibujar la recta sabemos que:

$$\text{en } t = 5 \text{ s} \rightarrow v = 38{,}1 \text{ m/s, y en } t = 8 \text{ s} \rightarrow v = 23{,}1 \text{ m/s}$$

- La gráfica *a-t* es una función constante de valor $a_2 = -5 \text{ m/s}^2$.

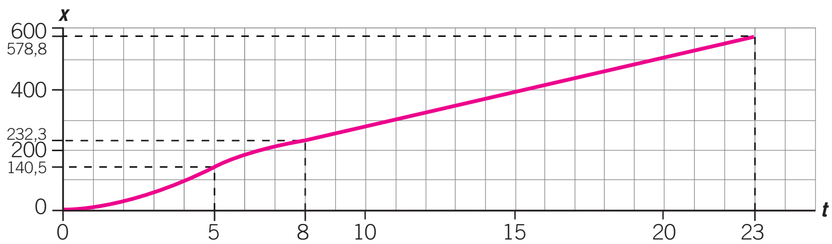
El **tramo 3 (MRU)** comprende desde $t = 8$ s hasta $t = 23$ s:

- La gráfica *x-t* es una recta cuya pendiente es la velocidad $v_3 = 23{,}1$ m/s.

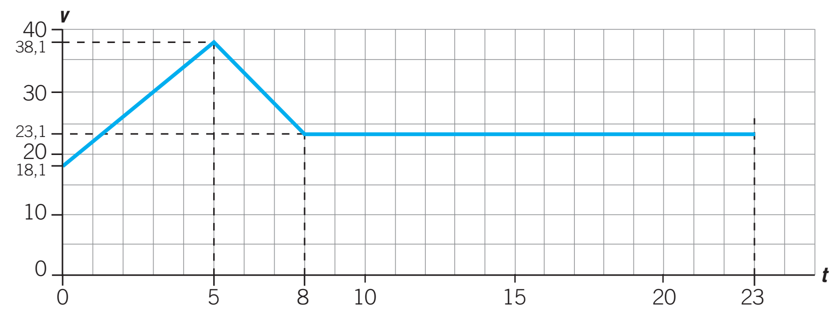
$$\text{en } t = 8 \text{ s} \rightarrow x = 232{,}3 \text{ m, y en } t = 23 \text{ s} \rightarrow x = 578{,}8 \text{ m}$$

- La grafica *v-t* es una función constante de valor $v_3 = 23{,}1$ m/s.
- La gráfica *a-t* es una función constante de valor $a_3 = 0 \text{ m/s}^2$.

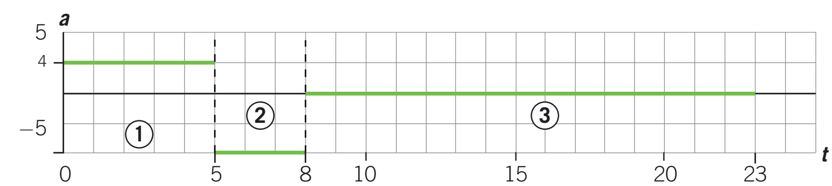
x – t



v – t



a – t



PROBLEMAS CON DIFERENTES MÓVILES (I)

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Recuerda que…

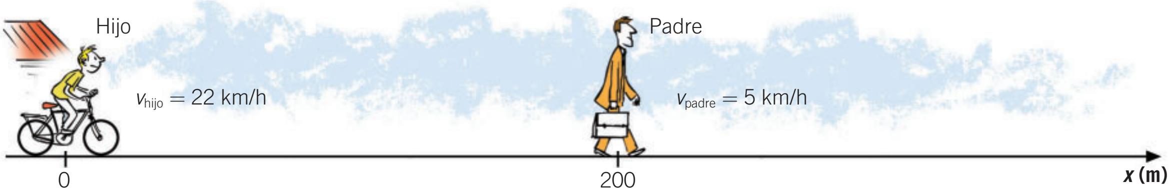
Veamos a través de dos ejemplos los diferentes pasos para resolver un problema en el que hay diferentes móviles, con el mismo tipo de movimiento o diferente. Fíjate atentamente y te servirá para resolver los siguientes problemas.

4. EJERCICIO RESUELTO

Al salir de su casa un padre ha olvidado su almuerzo. Su hijo se da cuenta cuando su padre está ya a 200 m de la casa y sale tras él con su bicicleta. El padre anda a una velocidad constante de 5 km/h y su hijo lo persigue a una velocidad de 22 km/h, también constante. Analiza el movimiento.

SOLUCIÓN

1. Dibujamos la situación en el momento en que el hijo sale de casa ($t = 0$) en un sistema de referencia común para ambos.



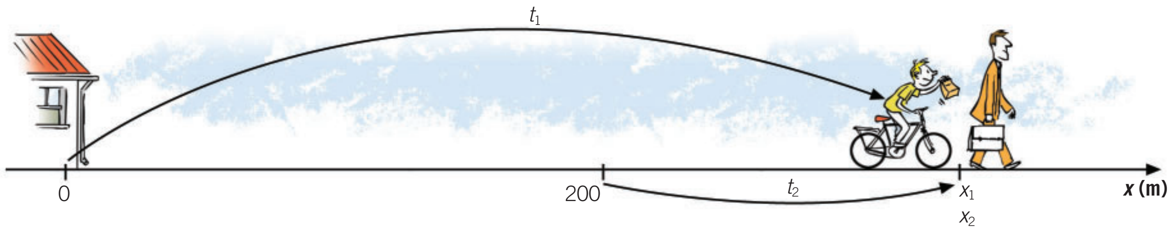
2. Identificamos el tipo de movimiento de cada uno y escribimos sus ecuaciones de posición y velocidad en función del tiempo.

Hijo → MRU
- $v_1 = 22$ km/h $= 6{,}11$ m/s
- $x_1 = x_{01} + v_1 \cdot t_1 = 6{,}11 \cdot t_1$

Padre → MRU
- $v_2 = 5$ km/h $= 1{,}39$ m/s
- $x_2 = x_{02} + v_2 \cdot t_2 = 200 + 1{,}39 \cdot t_2$

3. Ahora nos podemos preguntar: ¿Qué tiempo tarda el hijo en alcanzar al padre? ¿A qué distancia de la casa se produce el encuentro?

Para responder a esas preguntas seguimos la siguiente estrategia: dibujamos la situación que nos plantea el enunciado y nos preguntamos qué tienen en común el padre y el hijo en esa situación para poder plantear una igualdad: ¿es la velocidad?, ¿es el tiempo transcurrido?, ¿es la posición?



Tras pensar un poco descubrirás que cuando el hijo alcanza al padre sus velocidades no son iguales, pero sí lo son tanto el tiempo transcurrido como la posición de ambos. Es decir:

$$x_1 = x_2 \text{ y } t_1 = t_2$$

4. Resolvemos (Pista: Es más fácil comenzar con $x_1 = x_2$.):

$$x_1 = x_2 \rightarrow 6{,}11 \cdot t_1 = 200 + 1{,}39 \cdot t_2$$

Como $t_1 = t_2$ llamamos t a ambos tiempos:

$$6{,}11 \cdot t = 200 + 1{,}39 \cdot t$$

continúa →

PROBLEMAS CON DIFERENTES MÓVILES (I)

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Despejamos t:

$$(6{,}11 - 1{,}39) \cdot t = 200 \rightarrow t = \frac{200}{6{,}11 - 1{,}39} = 42{,}37 \text{ s}$$

Por tanto, 42,37 s es el tiempo que tarda el hijo en alcanzar al padre.

Como en ese instante de tiempo la posición de ambos es la misma (recuerda: $x_1 = x_2$), para hallar la distancia a la casa puedes sustituir ese tiempo en cualquiera de las dos ecuaciones: x_1 o x_2. Sustituimos por ejemplo en x_1, que es más sencilla:

$$x_1 = 6{,}11 \cdot t_1 = 6{,}11 \text{ m/s} \cdot 42{,}37 \text{ s} = 258{,}9 \text{ m}$$

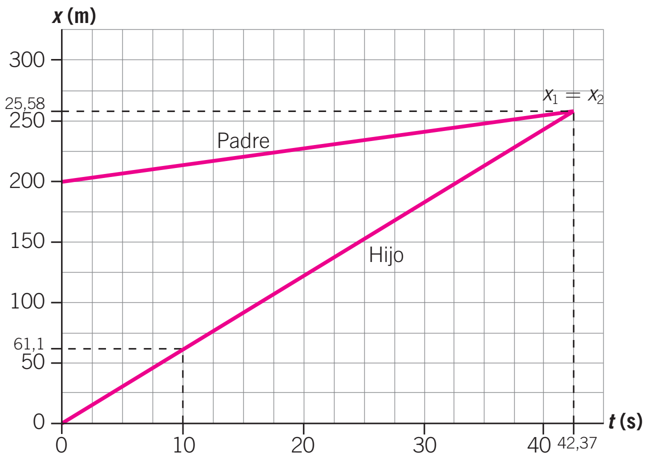
Por tanto, 258,9 m es la distancia a la casa cuando se encontraron.

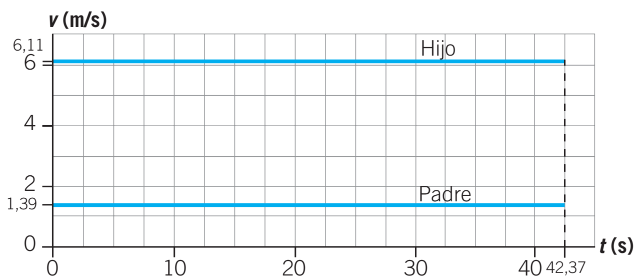
Comprobamos que daría lo mismo si hubiéramos sustituido en la ecuación de x_2:

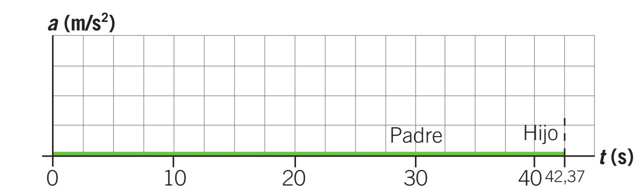
$$x_2 = 200 + 1{,}39 \cdot t_2 = 200 \text{ m} + 1{,}39 \text{ m/s} \cdot 42{,}37 \text{ s} = 258{,}9 \text{ m}$$

5. Ahora podemos representar la posición, la velocidad y la aceleración en función del tiempo para el padre y para el hijo:

Lo hacemos sobre los mismos ejes de coordenadas para comparar las gráficas mejor.







Para representar x-t, que es una recta en un MRU solo necesitamos conocer dos puntos de la recta, por ejemplo:

Hijo:

- En $t = 0 \rightarrow x_1 = 0$
- En $t = 10 \rightarrow x_1 = 6{,}11 \cdot 10 = 61{,}1$ m

Padre:

- En $t = 0 \rightarrow x_2 = 200$
- En $t = 10 \rightarrow x_2 = 200 + 1{,}39 \cdot 10 = 213{,}9$ m

Observa que podíamos haber cogido un mismo punto para ambas que ya conocíamos:

En $t = 42{,}37 \rightarrow x_1 = x_2 = 258{,}9$ m

Puedes comprobar ahora que ese es el punto de intersección de las rectas.

Para representar v-t y a-t has de darte cuenta de que son funciones constantes, con la particularidad de ser cero para la aceleración, pues los dos movimientos son MRU.

PROBLEMAS CON DIFERENTES MÓVILES (II)

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

5 **Un automóvil está parado en un semáforo. Cuando se enciende la luz verde arranca con una aceleración constante $a = 2$ m/s^2. En el momento de arrancar, un camión que se mueve con una velocidad constante de 60 km/h lo adelanta. Calcula:**

a) ¿Cuánto tiempo pasa hasta que el coche alcanza al camión?

b) ¿A qué distancia del semáforo lo alcanza?

c) ¿Qué velocidad tiene cada uno en ese instante?

SOLUCIÓN

1. Haz un dibujo de la situación justo cuando el camión adelanta al coche ($t = 0$) en un sistema de referencia (eje X, y elige como origen el semáforo).

2. Indica el tipo de movimiento de cada uno y escribe sus ecuaciones de posición y velocidad en función del tiempo.

- Camión (MRU):

$$v_1 = 60 \text{ km/h} = 16{,}67 \text{ m/s}$$
$$x_1 = x_{01} + v_1 \cdot t_1 = 16{,}67 \cdot t_1$$

- Coche (MRUA):

$$v_2 = v_{02} + a_2 \cdot t_2 = 2 \cdot t_2$$
$$x_2 = x_{02} + v_{02} \cdot t_2 + \frac{1}{2} \cdot a_2^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot t_2^2 = t_2^2$$

3. Imagina lo que va a ir ocurriendo y dibuja en el sistema de referencia el momento en el que el coche alcanza al camión.

Al principio el camión coge ventaja, pero el coche, poco a poco, la va reduciendo hasta alcanzarlo.

PROBLEMAS CON DIFERENTES MÓVILES (II)

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

4. Escribe las igualdades que se produzcan en ese momento:

$$x_1 = x_2 \text{ y } t_1 = t_2$$

5. Resuelve las ecuaciones del paso anterior. (Recuerda que una ecuación de 2.º grado sin término independiente se resuelve mejor factorizando.)

Empezamos con $x_1 = x_2$ que es más fácil:

$$x_1 = x_2 \rightarrow 16{,}67 \cdot t_1 = t_2^2 \rightarrow 16{,}67 \cdot t = t^2 \rightarrow t^2 - 16{,}67 \cdot t = 0 \rightarrow t \cdot (t - 16{,}67) = 0$$

(Como $t_1 = t_2$ llamamos t a ambos tiempos.)

Soluciones:

- $t = 0$
- $t - 16{,}67 = 0 \rightarrow t = 16{,}67$ s

Has obtenido 2 valores para t. ¿Por qué? ¿Tienen sentido los dos?

Los dos valores de t hallados tienen sentido, puesto que hay dos instantes de tiempo en los que el coche y el camión se encuentran en la misma posición:

- El 1.º es al comenzar, cuando están en el semáforo ($t = 0$).
- El otro es cuando el coche alcanza al camión ($t = 16{,}67$ s), que es el que nos interesa.

6. Con el tiempo anterior, halla la posición en la que se encuentran y, por tanto, la distancia al semáforo.

Podemos usar indistintamente la ecuación de x_1 o la de x_2, puesto que $x_1 = x_2$:

$$x_2 = t_2^2 = 16{,}67^2 = 277{,}9 \text{ m}$$

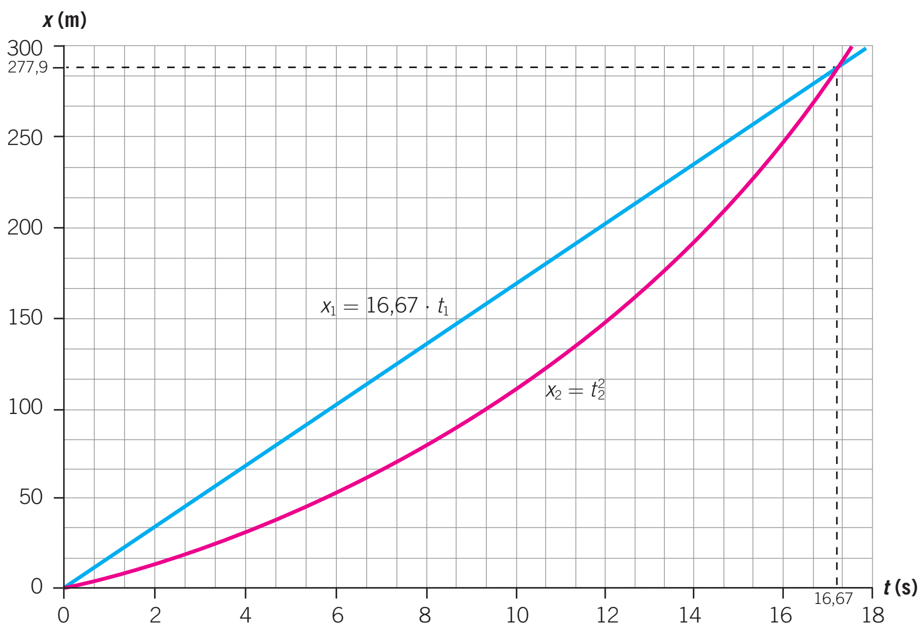
7. Halla la velocidad que tiene cada uno en ese instante.

- Camión:

$$v_1 = 16{,}67 \text{ m/s}$$

- Coche:

$$v_2 = 2 \cdot t_2 = 2 \cdot 16{,}67 = 33{,}34 \text{ m/s}$$



PROBLEMAS CON DIFERENTES MÓVILES (III)

NOMBRE: ______ CURSO: ______ FECHA: ______

6 Una deportista corre por un parque con v = cte. = 10 km/h. De repente cree ver una moneda brillando bajo un árbol y acelera con a = cte. = 2 m/s² justo en el instante en el que un pájaro que se encontraba en la copa del árbol hace que caiga una piña.

¿Desde qué distancia al árbol empezó a acelerar la deportista si la piña le cayó en la cabeza? (Datos: altura del árbol = 44 m, la altura de la deportista no la consideramos.)

SOLUCIÓN

- Piña (caída libre, MRUA):

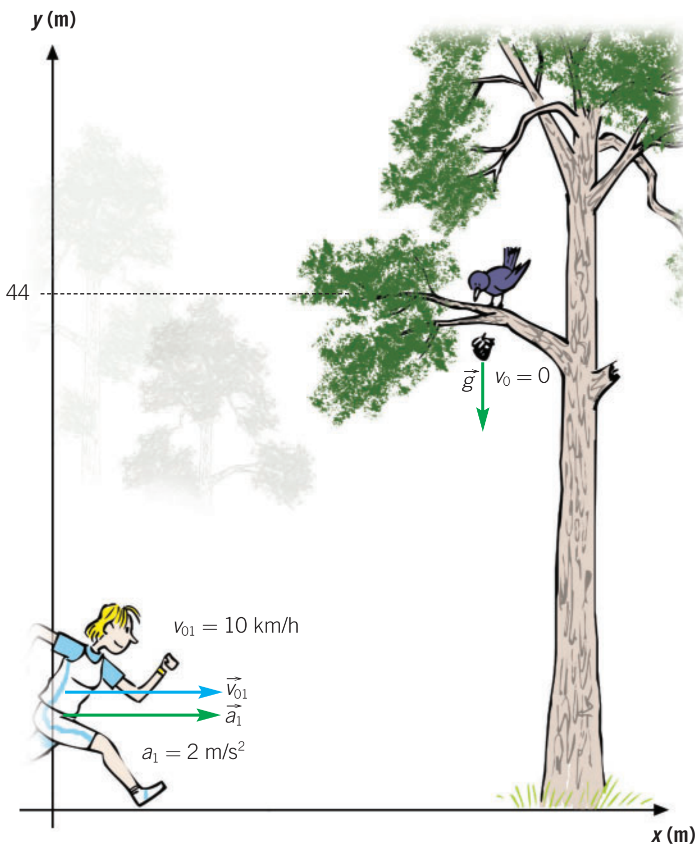
$$y = y_0 + v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot gt^2 =$$
$$= 44 - \frac{1}{2} \cdot 9{,}8 \cdot t^2 \rightarrow$$
$$\rightarrow y = 44 - 4{,}9\ t^2$$

- Deportista 1 (MRUA):

$$x_1 = x_{01} + v_{01} \cdot t_1 + \frac{1}{2} a_1 \cdot t_1^2 =$$
$$= 2{,}78 \cdot t_1 + \frac{1}{2} 2 \cdot t_1^2 \rightarrow$$
$$\rightarrow x_1 = 2{,}78 \cdot t_1 + t_1^2$$

Siendo v_{01} = 10 km/h = 2,78 m/s.

Para hallar la solución al problema tienes que preguntarte qué distancia habrá recorrido la deportista 1 en el tiempo que tarda la piña en caer al suelo:



1. Halla el tiempo que tarda la piña en caer al suelo, es decir, el tiempo que tarda en ocurrir que su coordenada y sea 0:

$$y = 0 = 44 - 4{,}9 \cdot t^2 \rightarrow$$
$$\rightarrow 44 = 4{,}9 \cdot t^2 \rightarrow$$
$$\rightarrow t = \sqrt{\frac{44}{4{,}9}} = 3\ \text{s}$$

(Despreciamos la solución negativa.)

2. Calcula ahora qué espacio recorre la deportista 1 en ese tiempo:

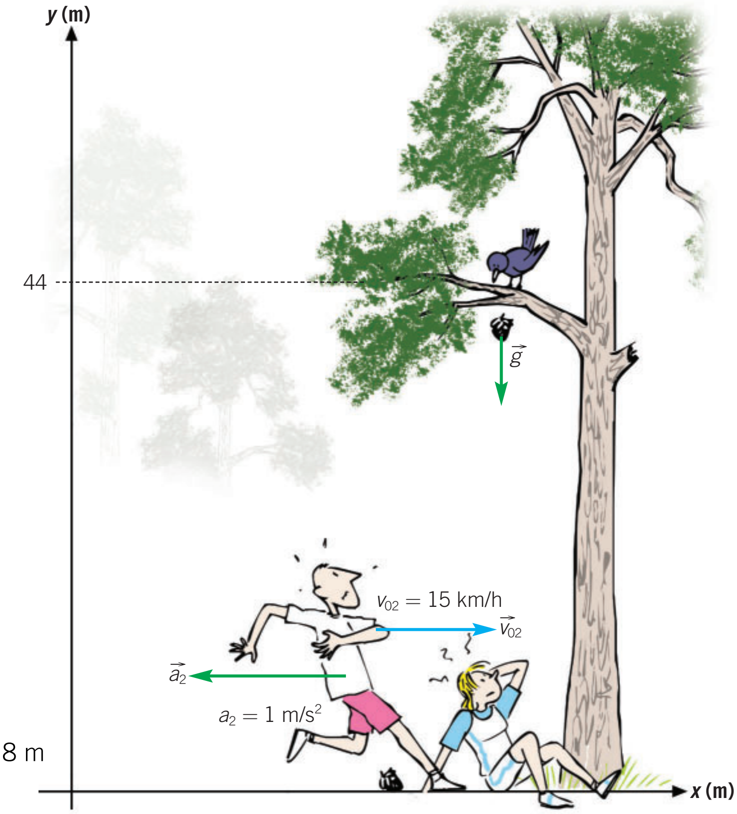
$$x_1 = 2{,}78 \cdot t_1 + t_1^2 = 2{,}78 \cdot 3 + 3^2$$
$$x_1 = 17{,}4\ \text{m}$$

Desde esa distancia al árbol comenzó a acelerar la deportista 1.

PROBLEMAS CON DIFERENTES MÓVILES (III)

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

7 **Otro deportista que venía detrás con v = cte. = 15 km/h observa lo sucedido, mira al pájaro y ve que este vuelve a hacer caer otra piña, por lo que justo en ese instante frena con a = cte. = 1 m/s².
¿A qué distancia se encontraba del árbol cuando comenzó a frenar si también le cayó la piña en la cabeza?**



SOLUCIÓN

Deportista 2 (MRUA, frenando)

$$x_2 = x_{02} + v_{02} \cdot t_2 + \frac{1}{2} \cdot a_2 \cdot t_2^2 =$$

$$= 4{,}17 \cdot t_2 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot t_2^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow x_2 = 4{,}17 \cdot t^2 - 0{,}5 \cdot t_2^2$$

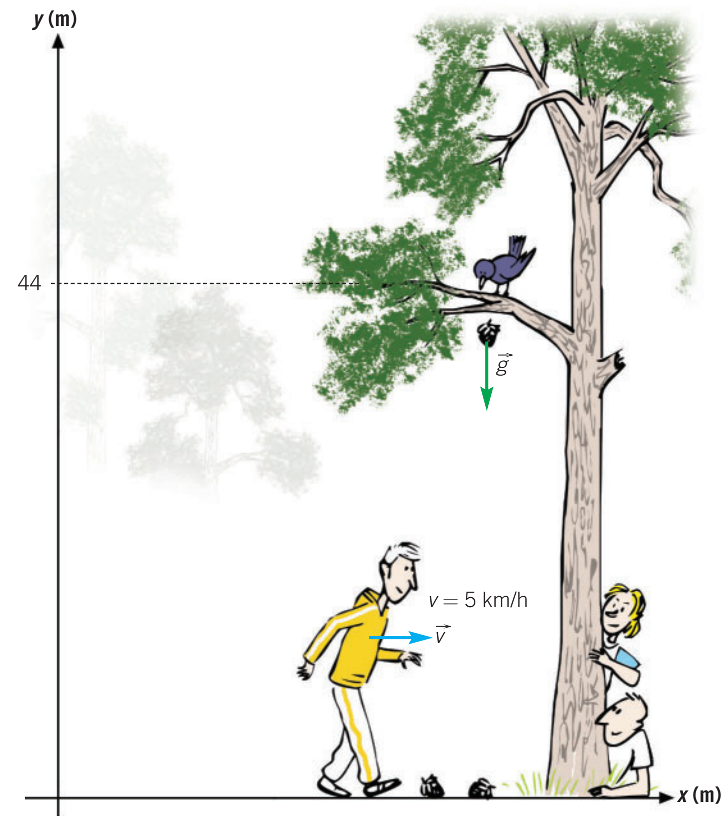
siendo $v_{02} = 15$ km/h $= 4{,}17$ m/s.

Ahora debes preguntarte qué distancia habrá recorrido el deportista 2 en los 3 s que tarda la piña en caer al suelo ya calculados antes:

$$x_2 = 4{,}17 \cdot t_2 - 0{,}5 \cdot t_2^2 = 4{,}17 \cdot 3 - 0{,}5 \cdot 3^2 = 8 \text{ m}$$

Desde esa distancia al árbol comenzó a frenar el deportista 2.

8 **Para consolarse los dos, no avisan a un tercer deportista que se levanta de un banco y comienza a andar hacia el árbol con v = cte. = 5 km/h justo en el instante en el que el pájaro repite su acción. ¿A qué distancia estaba el banco del árbol si también le cayó la piña en la cabeza?**



SOLUCIÓN

Deportista 3 (MRU):

$$x_3 = x_{03} + v_3 \cdot t_3 = 1{,}39 \cdot t_3$$

siendo $v_{03} = 5$ km/h $= 1{,}39$ m/s.

Nuevamente tendrás que preguntarte qué distancia habrá recorrido el deportista 3 en los 3 s que tarda la piña en caer al suelo ya calculados:

$$x_3 = 1{,}39 \cdot t_3 = 1{,}39 \cdot 3 = 4{,}17 \text{ m}$$

A esa distancia del árbol estaba el deportista 3 cuando comenzó a andar.

PROBLEMAS CON DIFERENTES MÓVILES (IV)

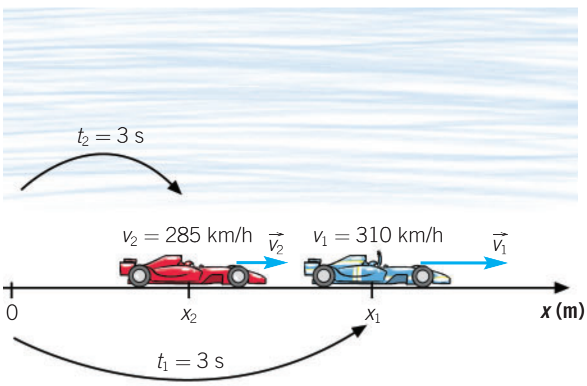
NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

9 **Al pasar por tercera vez por línea de meta situada en una larga recta, el coche de Fernando Alonso, que circula a 310 km/h, adelanta al de Kimi Raikkonen, que circula a 285 km/h. ¿Qué distancia les separa 3 s después, suponiendo que han mantenido la velocidad constante?**

SOLUCIÓN

Sigue los siguientes pasos:

1. Dibuja los dos coches en un mismo sistema de referencia escribiendo las ecuaciones de sus movimientos con unidades del SI.



- Coche 1 (MRU):

$$v_1 = 310 \text{ km/h} = 86{,}11 \text{ m/s}$$
$$x_1 = x_{01} + v_1 \cdot t_1 = 86{,}11 \cdot t_1$$

- Coche 2 (MRU):

$$v_2 = 285 \text{ km/h} = 79{,}17 \text{ m/s}$$
$$x_2 = x_{02} + v_2 \cdot t_2 = 79{,}17 \cdot t_2$$

2. Halla la posición de cada coche dentro de 3 s.

Tenemos:

$$x_1 = 86{,}11 \cdot t_1 = 86{,}11 \cdot 3 = 258{,}33 \text{ m}$$
$$x_2 = 79{,}17 \cdot t_2 = 79{,}17 \cdot 3 = 237{,}51 \text{ m}$$

3. Halla la distancia que habrá entre ellos.

Distancia entre ellos:

$$x_2 - x_1 = 258{,}33 - 237{,}51 = 20{,}82 \text{ m}$$

La distancia $x_2 - x_1$ depende del tiempo transcurrido.

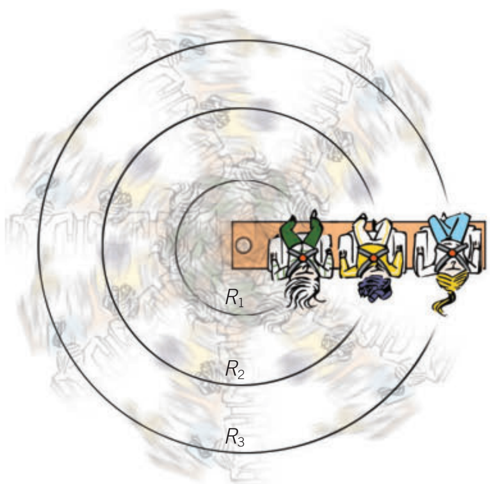
PROBLEMAS CON DIFERENTES MÓVILES (IV)

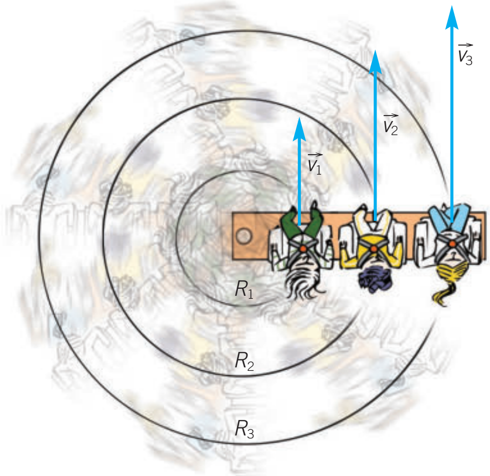
NOMBRE: ______________________ CURSO: ____________ FECHA: ____________

10 Una joven se dispone a subirse en una atracción de feria con dos amigas. La atracción consiste en una barra de hierro con tres asientos que gira siempre paralela al suelo alrededor de un eje perpendicular a este. ¿En cuál de los tres asientos debería sentarse para pasárselo mejor?

SOLUCIÓN

La atracción vista desde arriba, y con la trayectoria de cada chica sería:





a) Ordena de mayor a menor los radios de las trayectorias de las chicas.

$$R_3 > R_2 > R_1$$

b) ¿Cuál de las tres tarda más en dar una vuelta?

Las tres tardan lo mismo.

¿Qué ángulo ha barrido cada una cuando ha dado una vuelta?

Las tres barren el mismo: 360°.

¿Qué puedes decir de las velocidades angulares, ω, de las tres chicas? (ω = ángulo barrido/tiempo empleado.)

Como las tres barren el mismo ángulo en el mismo tiempo:

$$\omega_1 = \omega_2 = \omega_3$$

c) Con la información de los apartados a y b ordena de mayor a menor las velocidades lineales v de cada chica. (Recuerda que $v = \omega \cdot R$.)

$$v_3 = \omega_3 \cdot R_3 > v_2 = \omega_2 \cdot R_2 > v_1 = \omega_1 \cdot R_1$$

Lógico, pues cuanto más lejos del eje esté, tendrá que recorrer en su giro más metros que las demás en el mismo tiempo, por lo que su velocidad lineal (m/s) tendrá que ser mayor.

d) ¿Dónde debería sentarse entonces nuestra amiga para pasárselo mejor? ¿A qué magnitud física está asociada esa sensación en esta atracción?

Debería sentarse en el asiento más lejano al eje de giro, pues al ser mayor la magnitud física velocidad lineal, hará que se lo pase mejor.

LA INERCIA Y LA MASA

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Recuerda que…

El concepto de inercia lo entendemos en cualquier contexto como la tendencia a que continúe algo que está ocurriendo (Ejemplos: Me desperté a las ocho aunque no había clase, por inercia...; pasé a Bachillerato después de la ESO por inercia...). También podemos explicarlo como la dificultad o resistencia que opone un sistema físico o un sistema social a los cambios.

En física hay muchos tipos de inercia, pero en el campo que nos ocupa ahora mismo, que es el estudio del movimiento, la inercia es la resistencia que ofrece un cuerpo a cambiar su estado de reposo o MRU (de ello habla la 1.ª ley de Newton como ya sabes). La inercia nos va a servir para definir una magnitud de todos conocida: la masa. **La masa es una medida de la inercia**. A mayor masa, mayor inercia, es decir mayor resistencia al cambio. La masa es directamente proporcional a la inercia. La inercia no es una fuerza.

1. EJERCICIO RESUELTO

Tu hermano pequeño y tú vais subidos en una montaña rusa cuando tras una recta larga tomáis una curva cerrada hacia la izquierda. ¿Qué os ocurre? ¿Alguien está aplicando una fuerza sobre vosotros? ¿La reacción de los dos es igual?

SOLUCIÓN

Os moveríais hacia la derecha debido a la inercia intentando conservar vuestro estado de movimiento anterior. Nada ni nadie está ejerciendo una fuerza sobre vosotros, reaccionáis así porque la materia tiene esa propiedad.

La reacción sería mayor en ti que en tu hermano, pues la inercia es mayor a mayor masa.

1 **En el asiento de atrás de un coche van un chico de 20 años y un bebé al lado en su silla. El conductor del coche, de pronto, ve un obstáculo y frena bruscamente.**

SOLUCIÓN

a) ¿Que les ocurre a los pasajeros de atrás?
Que se inclinarían hacia adelante.

b) ¿Por qué? ¿Qué fuerza actúa sobre ellos?
Debido a la inercia. No actúa ninguna fuerza que los empuje hacia delante, pues la inercia no es una fuerza.

c) ¿Cuál de los dos sentirá más ese efecto?
El chico, pues su masa es mayor. Se desplazará más hacia delante.

d) ¿Por qué da la impresión entonces que el bebé está más indefenso ante un frenazo?
Aunque su inercia es menor, si no llevara cinturón y fuera despedido o fuese golpeado con algo, al ser menos resistente sufriría mayor daño seguramente.

e) ¿Qué ocurriría ahora si salvado el obstáculo y tras mantener constante la nueva velocidad el conductor acelerara para recuperar su velocidad anterior?
Que tras acostumbrarse al nuevo estado de movimiento, intentan conservarlo debido a la inercia, por lo que ahora se irían hacia atrás. No estaría empujándoles ninguna fuerza hacia atrás, pues la inercia no es una fuerza y lo notaría también más el chico.

TERCERA LEY DE NEWTON

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

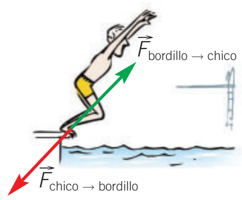
Recuerda que...

La tercera ley de Newton dice que si un cuerpo ejerce una fuerza sobre otro, el segundo también ejerce una fuerza sobre el primero del mismo módulo, la misma dirección y sentido contrario.
Dicho más filosóficamente: «**Ningún cuerpo actúa sobre otro, sino que interactúan entre ellos».**
Profundicemos en la ley.

2 **Un chico al borde de una piscina se dispone a lanzarse de cabeza. Conocedor de la tercera ley de Newton, se impulsa ejerciendo una fuerza con sus pies sobre el bordillo para que este «se la devuelva» y le lance lo más lejos posible.**

SOLUCIÓN

a) Dibuja a continuación las dos fuerzas de las que habla la 3.ª ley de Newton.



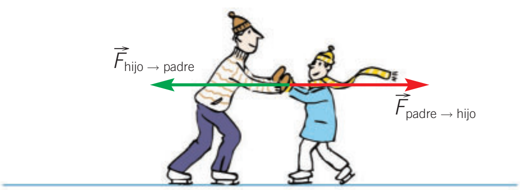
b) Has dibujado dos fuerzas con el mismo módulo y en la misma dirección y sentidos contrarios. Entonces: ¿no se anularían? ¿Cómo se explica que el chico salga impulsado?

Se anularían si las dos fuerzas estuvieran aplicadas sobre el mismo cuerpo, pero no es así, una está aplicada sobre el bordillo y la otra sobre el chico. Esta última es la que provoca que el chico salga impulsado.

3 **Un padre de masa M_1 está patinando con su hijo de masa $m_1 < M_1$. En un momento dado se sitúan cara a cara juntando las palmas de sus manos y el padre empuja las manos de su hijo provocando que salgan deslizando los dos en la misma dirección y sentidos contrarios.**

SOLUCIÓN

a) Dibuja a continuación las dos fuerzas de las que habla la 3.ª ley de Newton.



b) ¿Cuál de los dos recorrerá más espacio deslizándose? El hijo.

¿Cómo es posible que eso ocurra si la 3.ª ley de Newton dice que sobre los dos actúa la misma cantidad de fuerza? Analízalo estudiando la aceleración con la que se moverá cada uno.

Como llamamos $|\vec{F}_{\text{padre}\to\text{hijo}}| = |\vec{F}_{\text{hijo}\to\text{padre}}|$ a las dos y sabiendo que según la 2.ª ley de Newton:

$$F = m \cdot a \rightarrow a = \frac{F}{m}$$

Entonces:

$$a_{\text{hijo}} = \frac{F}{m_1} > a_{\text{padre}} = \frac{F}{M_1}$$

Pues $m_1 < M_1$. Por lo que el hijo, al tener mayor aceleración, se desplazará mayor distancia que el padre.

TERCERA LEY DE NEWTON

NOMBRE: ______________________ CURSO: ____________ FECHA: ____________

4 **Explica utilizando la 3.ª ley de Newton los siguientes hechos:**

SOLUCIÓN

a) Una persona se desplaza andando.

La persona ejerce una fuerza con los pies que tiene una componente en la dirección del movimiento y puede hacerla gracias al rozamiento con el suelo. Así, el suelo le devuelve la fuerza por la 3.ª ley de Newton y hace que se desplace.

¿Qué es lo que ocurriría si intentara andar en calcetines sobre un suelo de parqué recién pulido?

Que el rozamiento sería muy pequeño, por lo que tendría mucha dificultad para aplicar la fuerza sobre el suelo y, por tanto, para desplazarse.

b) Un globo hinchado que se desata y sale disparado mientras se le va escapando el aire.

El aire que sale del globo a propulsión ejerce una fuerza sobre el aire de fuera. Este último se la devuelve por la 3.ª ley de Newton, con lo que el globo sale disparado.

c) Un pájaro batiendo sus alas para volar.

La fuerza que las alas batientes ejercen sobre el aire es devuelta por este, provocando que ascienda o se mantenga en el aire.

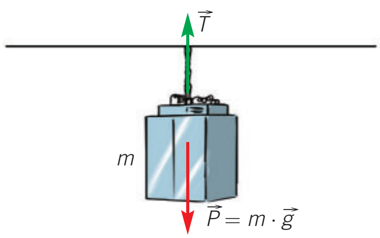
d) Un imán sujeto atrae hacia sí a un trozo de hierro. Si después sujetamos el trozo de hierro y soltamos el imán es el trozo de hierro el que atrae al imán.

El imán ejerce una fuerza de atracción sobre el hierro, la misma que ejerce el hierro sobre el imán en sentido contrario.

5 **Tenemos un ascensor de masa *m* sujeto por una cadena de acero. Si llamamos tensión ($\vec{T}$) a la fuerza con la que una cadena, cuerda, etc., tira de algún objeto debido a la 3.ª ley de Newton:**

SOLUCIÓN

a) Dibuja a continuación las dos fuerzas de las que habla la 3.ª ley de Newton.



b) Usando la 2.ª ley de Newton, halla la tensión que soporta la cadena en tres casos. (Toma positivas las fuerzas en el sentido del movimiento y negativas en sentido contrario.)

1. Si el ascensor subiera con velocidad constante, bajara con velocidad constante o estuviese suspendido en el aire:

$$P - T_1 = m \cdot a = 0 \text{ (parado o } v = \text{cte.} \rightarrow a = 0) \rightarrow T_1 = P$$

2. Si sube con una aceleración *a*:

$$T_2 - P = m \cdot a \rightarrow T_2 = P + m \cdot a$$

3. Si baja con aceleración *a*:

$$P - T_3 = m \cdot a \rightarrow T_3 = P - m \cdot a$$

Ordena de mayor a menor las tensiones que soporta la cadena.

$$T_2 > T_1 > T_3$$

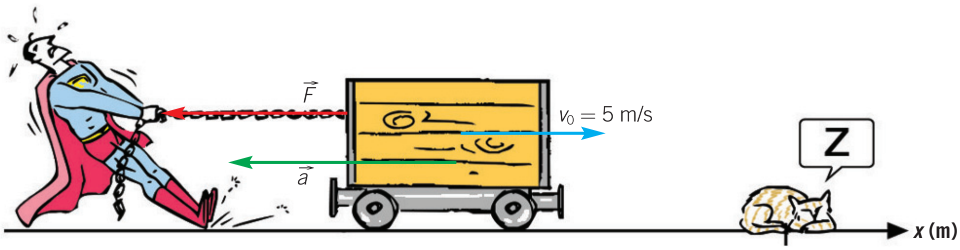
SEGUNDA LEY DE NEWTON Y APLICACIÓN A LA CINEMÁTICA

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

6 **Un vagón de 1100 kg de masa que se ha soltado de un tren se dirige a 5 m/s hacia un gatito que duerme plácidamente en la vía. En un instante aparece Supermán e intenta pararlo tirando del vagón hacia atrás con una cadena que tiene una resistencia de 450 N. No hay rozamiento.**

SOLUCIÓN

a) Dibuja la fuerza o fuerzas que actúan en la dirección del movimiento y el vector aceleración.



b) Utilizando la 2.ª ley de Newton, calcula la aceleración máxima con la que Supermán puede frenar el vagón.
Pistas:

- Toma positivas las fuerzas en el sentido del movimiento y negativas las fuerzas en sentido contrario al movimiento.
- Para conseguir la aceleración máxima de frenado Supermán deberá tirar con la mayor fuerza posible (¡sin que se rompa la cadena!).

$$F_{\text{Total}} = m \cdot a \rightarrow 0 - F = m \cdot a$$

$\downarrow$

Cero, pues no hay ninguna fuerza en el sentido del movimiento del vagón.

$$a = \frac{-F}{m} = \frac{-450\text{ N}}{1100\text{ kg}} = -0{,}41\text{ m/s}^2$$

(Negativa, pues frena.)

Responde ahora usando tus conocimientos de cinemática.

c) ¿Cuánto tiempo estará tirando Supermán de la cadena hasta que pare el vagón?

$$a = \frac{v_f - v_0}{t} \rightarrow t = \frac{v_f - v_0}{a} \rightarrow$$

$$\rightarrow t = \frac{(0-5)\text{ m/s}}{-0{,}41\text{ m/s}^2} = 12{,}2\text{ s}$$

($v_f = 0$, pues acaba parado.)

d) ¿A qué distancia como mínimo debía estar el gatito del vagón cuando Supermán empezó a frenarlo si no lo atropelló?

$$x = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = 5 \cdot 12{,}2 - \frac{1}{2} \cdot 0{,}41 \cdot 12{,}2^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow x = 30{,}5\text{ m}$$

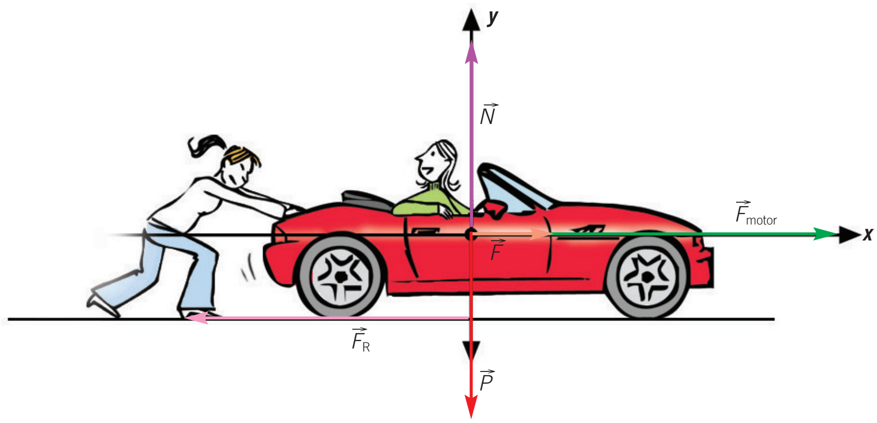
SEGUNDA LEY DE NEWTON Y APLICACIÓN A LA CINEMÁTICA

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

7 Dos amigas van en un coche y de pronto se les para el motor. Una de las dos baja a empujar ejerciendo una fuerza de 300 N hasta que consigue que el motor vuelva a arrancar con una fuerza de 6000 N. Sabemos que la masa del coche con la conductora es de 1200 kg y que el coeficiente de rozamiento de las ruedas con el asfalto es de $\mu = 0{,}3$.

SOLUCIÓN

a) Dibuja las fuerzas existentes en la dirección del movimiento (eje X) y en la dirección perpendicular al movimiento (eje Y) justo en el momento en el que el coche arranca.



b) Calcula el valor de la normal aplicando la segunda ley de Newton al eje Y.

$$F_{\text{Total eje Y}} = m \cdot a_y \rightarrow N - P = 0 \rightarrow N = P = mg = 1200\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 = 11\,760\ \text{N}$$

$\downarrow$

$a_y = 0$, pues no hay movimiento en el eje Y.

c) Calcula el valor de la fuerza de rozamiento del coche con el asfalto.

$$F_R = \mu \cdot N = \mu \cdot mg = 0{,}3 \cdot 11\,760\ \text{N} = 3528\ \text{N}$$

d) Calcula la aceleración con la que arrancaría el coche aplicando la segunda ley de Newton al eje X.

$$F_{\text{Total eje X}} = m \cdot a_x \rightarrow F_{motor} + F_{amiga} - F_R = m \cdot a_x \rightarrow$$

$$\rightarrow a_x = \frac{F_{motor} + F_{amiga} - F_R}{m} \rightarrow$$

$$\rightarrow a_x = \frac{6000 + 300 - 3528}{1200} = 2{,}31\ \text{m/s}^2$$

e) Si mantuviera el motor del coche la misma fuerza de 6000 N después de que la amiga dejase de empujar, ¿con qué aceleración se movería?

$$F_{\text{Total eje X}} = F_{motor} - F_R = m \cdot a_x \rightarrow$$

$$\rightarrow a_x = \frac{F_{motor} - F_R}{m} = \frac{6000 - 3528}{1200} = 2{,}1\ \text{m/s}^2$$

f) Si cuando la amiga paró de empujar el coche, este se movía con una velocidad de 2 m/s y mantuvo la anterior aceleración durante 5 s, ¿qué espacio recorrió en ese tiempo?

$$x = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = 2 \cdot 5 + \frac{1}{2} \cdot 2{,}1 \cdot 5^2 = 36{,}25\ \text{m}$$

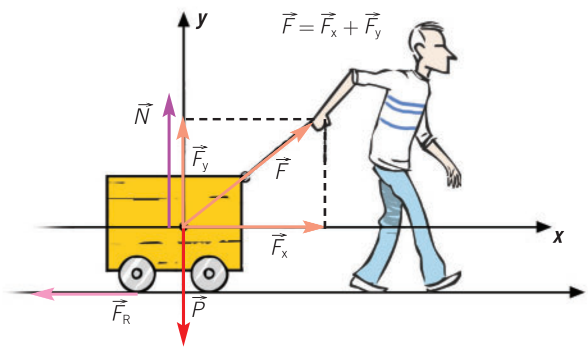
SEGUNDA LEY DE NEWTON Y APLICACIÓN A LA CINEMÁTICA

NOMBRE: ______________ CURSO: ________ FECHA: ________

8 Una persona arrastra un carrito de 12 kg de masa por un suelo horizontal tirando de una cuerda que forma un ángulo de $\alpha = 40°$ con él con una fuerza de 50 N. Sabemos que el carrito es arrastrado con velocidad constante y que existe rozamiento.

SOLUCIÓN

a) Dibuja las fuerzas existentes y descompón la fuerza $\vec{F}$ con la que la persona tira de la cuerda como suma de una fuerza $\vec{F}_x$ en el eje X y otra $\vec{F}_y$ en el eje Y:



b) Halla los módulos de $\vec{F}_x$ y de $\vec{F}_y$ utilizando tus conocimientos sobre seno y coseno de un ángulo.

$$\text{sen}\ \alpha = \frac{|\vec{F}_y|}{|\vec{F}|} \rightarrow |\vec{F}_y| = |\vec{F}| \cdot \text{sen}\ \alpha = 50\ \text{N} \cdot \text{sen}\ 40° = 32{,}1\ \text{N}$$

$$\cos \alpha = \frac{|\vec{F}_x|}{|\vec{F}|} \rightarrow |\vec{F}_x| = |\vec{F}| \cdot \cos \alpha = 50\ \text{N} \cdot \cos 40° = 38{,}3\ \text{N}$$

c) Aplica la segunda ley de Newton al eje Y y despeja el valor de la normal.
Pista: ¡No olvides considerar la $\vec{F}_y$!

$$F_{\text{Total eje Y}} = m \cdot a_y \rightarrow N + F_y - P = 0 \rightarrow N = P - F_y = mg - F_y = 12\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 - 32{,}1 = 85{,}5\ \text{N}$$

$a_y = 0$, pues no hay movimiento en el eje Y.

d) Aplica la segunda ley de Newton al eje X y despeja el valor de la fuerza de rozamiento.

$$F_{\text{Total eje X}} = m \cdot a_x \rightarrow F_x - F_R = 0 \rightarrow F_R = F_x = 38{,}3\ \text{N}$$

$a_x = 0$, pues la velocidad es constante. Lógico, pues velocidad constante implica equilibrio de fuerzas.

e) Con los resultados de los apartados c y d, halla el coeficiente de rozamiento μ.

$$F_R = \mu \cdot N \rightarrow \mu = \frac{F_R}{N} = \frac{38{,}3}{85{,}5} = 0{,}45$$

f) ¿Con cuánta fuerza horizontal tendría que tirar para que se moviese con velocidad constante? Compárala con la $\vec{F}_x$ anterior y saca alguna conclusión.

$$F_{\text{Total eje X}} = m \cdot a_x \rightarrow F_{\text{horiz.}} - F_R = 0 \rightarrow F_{\text{horiz.}} = F_R = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g \rightarrow$$
$$\rightarrow F_{\text{horiz.}} = 0{,}45 \cdot 12\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 = 52{,}9\ \text{N}$$

Es mayor que $|\vec{F}_x| = 38{,}3$ N de antes debido a que la F_R ahora es mayor que antes, puesto que aunque μ no ha cambiado, pues no han cambiado las superficies en contacto, la normal ahora es mayor ($N = P = mg$), ya que al no haber ahora $\vec{F}_y$, el suelo nota más fuerza y su reacción ($\vec{N}$) es mayor.

SEGUNDA LEY DE NEWTON Y APLICACIÓN A LA CINEMÁTICA

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Movimiento por un plano inclinado

Cuando el movimiento de nuestro objeto ocurra a lo largo de un plano inclinado un cierto ángulo α respecto a la horizontal, la forma más fácil de resolverlo es seguir los siguientes pasos:

1. Dibujamos un eje X en la dirección en la que se mueve nuestro objeto (en dirección paralela al plano inclinado) y un eje Y en la dirección perpendicular al eje X.

2. Dibujamos sobre nuestro objeto todas las fuerzas que aparecen en el problema. (La normal $\vec{N}$, el peso $\vec{P}$, la fuerza de rozamiento $\vec{F}_R$, otras de las que te hable el problema: motores, alguien tirando o empujando...)

   Recuerda que:

   - La normal $\vec{N}$ es siempre perpendicular al plano sobre el que está apoyado el objeto, en este caso el plano inclinado. Por tanto, estará siempre en la dirección del eje Y.
   - El peso $\vec{P}$ apunta siempre hacia el centro de la Tierra; por tanto, será perpendicular al plano horizontal, por lo que no estará ni en el eje X ni en el eje Y. Su módulo vale:

   $$|\vec{P}| = m \cdot g$$

   - La fuerza de rozamiento está siempre en la dirección del movimiento (eje X) y en sentido contrario a este.

   $$|\vec{F}_R| = \mu\, |\vec{N}|$$

3. Las fuerzas que no estén o en el eje X o en el eje Y, las descomponemos en estos ejes. (Una que siempre habrá que descomponer será el peso: $\vec{P}$.)

   Es decir:

   $$\vec{F} = \vec{F}_x + \vec{F}_y$$

4. Usando la trigonometría, hallamos el valor de las componentes de las fuerzas que hemos descompuesto.

   Esto es:

   $$F_x = F \cdot \text{sen } \alpha$$
   $$F_y = F \cdot \cos \alpha$$

5. Aplicamos la segunda ley de Newton ($F_{Total} = m \cdot a$) a las fuerzas del eje Y, y así en muchos casos hallaremos el valor de $|\vec{N}|$ y, por tanto, el de $|\vec{F}_R| = \mu\, |\vec{N}|$.

6. Aplicamos la segunda ley de Newton ($F_{Total} = m \cdot a$) a las fuerzas del eje X, y así hallaremos lo que nos pidan en la dirección del movimiento (aceleración, alguna fuerza...).

7. Si conocemos la aceleración, podemos usarla para resolver cualquier pregunta sobre cinemática.

Veamos estos pasos a través de un ejemplo.

SEGUNDA LEY DE NEWTON Y APLICACIÓN A LA CINEMÁTICA

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

2. EJERCICIO RESUELTO

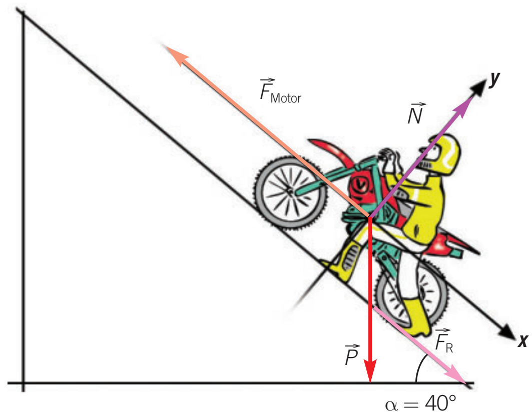
Una moto de motocross que junto con su motorista tienen una masa de 250 kg, se dispone a hacer una acrobacia subiendo por una rampa inclinada un ángulo $\alpha = 40°$ respecto a la horizontal. La rampa mide 50 m de longitud y el coeficiente de rozamiento es $\mu = 0{,}5$. El motor ejerce una fuerza constante durante la subida de 3500 N.

SOLUCIÓN

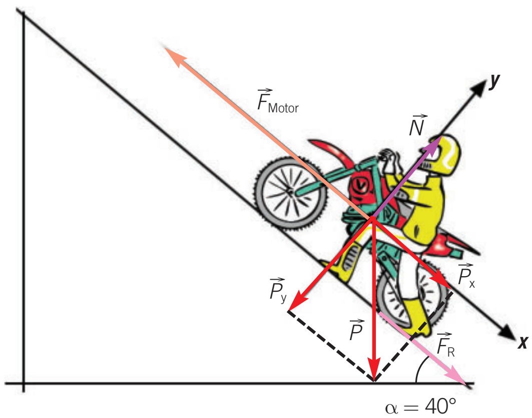
a) Calcula la aceleración con la que sube por la rampa.

Seguimos los siguientes pasos:

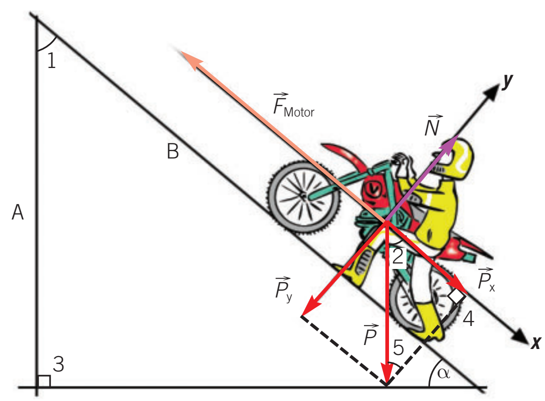
1. Representamos un eje X en la dirección del movimiento (paralelo al plano inclinado) y un eje Y perpendicular al eje X y dibujamos todas las fuerzas que intervienen.



2. Descomponemos el peso $\vec{P}$ como la suma de una componente en el eje X → $\vec{P}_x$ y otra en el eje Y → $\vec{P}_y$.



3. Identificamos el ángulo α en alguno de los nuevos triángulos rectángulos que han aparecido en el dibujo anterior usando semejanza de triángulos.



continúa →

NOMBRE: CURSO: FECHA:

- La dirección de $\vec{P}$ y el lado A son paralelos y la dirección de $\vec{P}_x$ y el lado B son paralelos → Los ángulos 1 y 2 son iguales.
- Los ángulos 3 y 4 son ambos de 90°.

Entonces, como los ángulos interiores de cualquier triángulo suman lo mismo → El ángulo 5 ha de ser el ángulo α.

4. Nos fijamos entonces en el triángulo rectángulo de ángulos 2, 4 y 5 (el 5 desde ahora lo llamaremos ya ángulo α), y así con un poco de trigonometría podemos hallar las componentes del peso $|\vec{P}_x|$ y $|\vec{P}_y|$:

- $\text{sen}\ \alpha = \dfrac{|\vec{P}_x|}{|\vec{P}|} \rightarrow |\vec{P}_x| = |\vec{P}| \cdot \text{sen}\ \alpha = m \cdot g \cdot \text{sen}\ \alpha = 250\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot \text{sen}\ 40° \rightarrow$

  $\rightarrow |\vec{P}_x| = 1574{,}8\ \text{N}$

- $\cos \alpha = \dfrac{|\vec{P}_y|}{|\vec{P}|} \rightarrow |\vec{P}_y| = |\vec{P}| \cdot \cos \alpha = m \cdot g \cdot \cos \alpha = 250\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2 \cdot \cos 40° \rightarrow$

  $\rightarrow |\vec{P}_y| = 1876{,}8\ \text{N}$

5. Aplicamos la segunda ley de Newton al eje Y y hallamos el valor de la normal:

$$F_{\text{Total eje Y}} = m \cdot a_y \rightarrow N - P_y = 0 \rightarrow N = P_y = 1876{,}8\ \text{N}$$

($a_y = 0$, pues no hay movimiento en el eje Y.)

6. Conocida la normal hallamos el valor de la fuerza de rozamiento.

$$F_R = \mu \cdot N = 0{,}5 \cdot 1876{,}8\ \text{N} = 938{,}4\ \text{N}$$

7. Por último, aplicamos la segunda ley de Newton al eje X y despejamos el valor de la aceleración con la que sube por la rampa:

$$F_{\text{Total eje X}} = m \cdot a_x \rightarrow$$

$$\rightarrow F - P_x - F_R = m \cdot a_x \rightarrow a_x = \frac{F - P_x - F_R}{m} \rightarrow$$

$$\rightarrow a_x \rightarrow \frac{3500\ \text{N} - 1574{,}8\ \text{N} - 938{,}4\ \text{N}}{250\ \text{kg}} \rightarrow 3{,}59\ \text{m/s}^2$$

Si coge carrerilla y comienza a subir la rampa con una velocidad inicial de 10 m/s:

b) ¿Qué velocidad tendrá la moto 3 s después?

$$v = v_0 + a \cdot t = 10\ \text{m/s} + 3{,}95\ \text{m/s}^2 \cdot 3\ \text{s} = 21{,}85\ \text{m/s}^2$$

c) ¿Qué velocidad tendrá cuando lleve recorrida la mitad de distancia?

$$v^2 - v_0^2 = 2 \cdot a \cdot s \rightarrow v = \sqrt{v_0^2 + 2 \cdot a \cdot s} = \sqrt{10^2 + 2 \cdot 3{,}95 \cdot 25} \rightarrow$$

$$\rightarrow v = 17{,}25\ \text{m/s}$$

d) ¿Que fuerza debería hacer el motor de la moto para que subiera con $a = 5\ \text{m/s}^2$?

Aplicamos de nuevo la segunda ley de Newton al eje X:

$$F_{\text{Total eje X}} = m \cdot a_x \rightarrow F - P_x - F_R = m \cdot a_x \rightarrow$$

$$\rightarrow F = P_x + F_R + m \cdot a = 1574{,}8\ \text{N} + 938{,}4\ \text{N} + 250\ \text{N} \cdot 5\ \text{m/s}^2 = 3763\ \text{N}$$

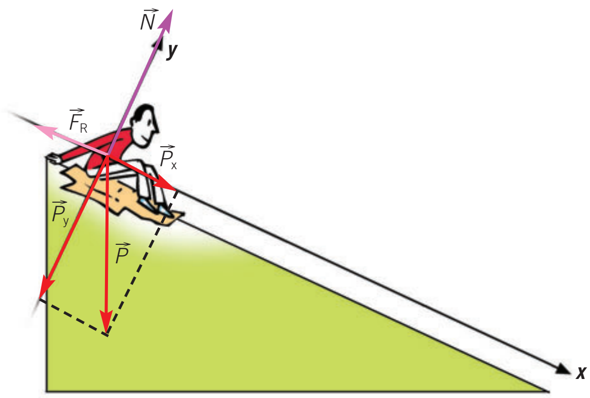
SEGUNDA LEY DE NEWTON Y APLICACIÓN A LA CINEMÁTICA

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

9 **Un hombre se encuentra sentado encima de un cartón sobre la ladera de una montaña que está inclinada un ángulo $\alpha = 25°$ con respecto a la horizontal. Hay rozamiento.**

SOLUCIÓN

a) Dibuja todas las fuerzas existentes y descompón el peso $\vec{P}$ como la suma de una componente en el eje X → $\vec{P}_x$ y otra en el eje Y → $\vec{P}_y$.



b) ¿Resbalará o no el hombre por la ladera? Analiza en qué caso ocurrirá cada cosa basándote en las fuerzas que has dibujado en el apartado anterior.

El movimiento ocurriría en el eje X y en ese eje solo hay dos fuerzas y en sentido contrario que son $\vec{P}_x$ y $\vec{F}_R$; por tanto, resbalará si la $\vec{P}_x$ es capaz de vencer la $\vec{F}_R$, es decir:

Resbalará si $|\vec{P}_x| > |\vec{F}_R|$ y no resbalará si $|\vec{P}_x| \leq |\vec{F}_R|$:

c) Con el análisis anterior deduce para qué valores de coeficiente de rozamiento μ resbalará el hombre por la ladera y para cuáles no. (Pista: averigua dónde más aparece el ángulo α por semejanza de triángulos y así conocerás $|\vec{P}_x|$ y $|\vec{P}_y|$.)

- $\text{sen}\ \alpha = \dfrac{|\vec{P}_x|}{|\vec{P}|} \rightarrow |\vec{P}_x| = |\vec{P}| \cdot \text{sen}\ \alpha = m \cdot g \cdot \text{sen}\ \alpha$
- $\cos \alpha = \dfrac{|\vec{P}_y|}{|\vec{P}|} \rightarrow |\vec{P}_y| = |\vec{P}| \cdot \cos \alpha = m \cdot g \cdot \cos \alpha$

Por otro lado:

$$|\vec{F}_R| = \mu \cdot |\vec{N}| = \mu \cdot |\vec{P}_y| = \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha$$

Por tanto:

- Resbalará si: $|\vec{P}_x| > |\vec{F}_R| \rightarrow m \cdot g \cdot \text{sen}\ \alpha > \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha \rightarrow$

$$\rightarrow \text{sen}\ \alpha > \mu \cdot \cos \alpha \rightarrow \mu < \frac{\text{sen}\ \alpha}{\cos \alpha} = \text{tg}\ \alpha = \text{tg}\ 25° = 0{,}47 \rightarrow \mu < 0{,}47$$

- No resbalará si: $|\vec{P}_x| < |\vec{F}_R| \rightarrow m \cdot g \cdot \text{sen}\ \alpha < \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha \rightarrow$

$$\rightarrow \text{sen}\ \alpha < \mu \cdot \cos \alpha \rightarrow \mu > \frac{\text{sen}\ \alpha}{\cos \alpha} = \text{tg}\ \alpha = \text{tg}\ 25° = 0{,}47 \rightarrow \mu > 0{,}47$$

Conclusión: resbalará si $\mu < 0{,}47$ y no resbalará si $\mu > 0{,}47$.

FUERZA CENTRÍPETA

NOMBRE: ______________________ CURSO: ____________ FECHA: ____________

Recuerda que...

En cualquier tipo de movimiento, cuando la velocidad cambia aparece una nueva magnitud física que es la aceleración, que nos indica cómo de rápido cambia esa velocidad. Pero, como sabes, la velocidad es un vector, y basta con que cambie cualquiera de sus características (módulo, dirección y sentido) para que ella cambie y, por tanto, exista aceleración.

En el caso particular de un cuerpo de masa m con movimiento circular (la trayectoria es una circunferencia de radio r), como la velocidad es siempre tangente a la trayectoria, la dirección de la velocidad está cambiando continuamente, por lo que habrá siempre una aceleración responsable de este cambio de la dirección de la velocidad.

A esa aceleración, que es otro vector, se le llama **aceleración normal o centrípeta: $\vec{a}_C$**.

Las características de $\vec{a}_C$ son:

$\vec{a}_C \rightarrow$
- Dirección: línea que une el cuerpo con el centro de la circunferencia.
- Sentido: hacia el centro de la circunferencia.
- Módulo: $|\vec{a}_C| = \dfrac{v^2}{r}$.

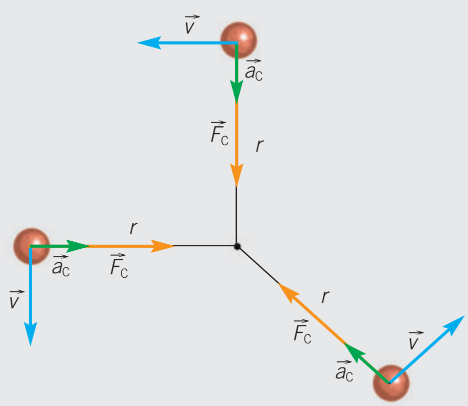
$v =$ velocidad del cuerpo; $r =$ radio de la circunferencia.

Esta aceleración, según la segunda ley de Newton, estará provocada por una fuerza, denominada **fuerza normal o centrípeta** $\vec{F}_C$, con $\vec{F}_C = m \cdot a_C$.

Entonces:

$\vec{a}_C \rightarrow$
- Dirección: línea que une el cuerpo con el centro de la circunferencia.
- Sentido: hacia el centro de la circunferencia.
- Módulo: $|\vec{F}_C| = m \cdot |\vec{a}_C| = m \cdot \dfrac{v^2}{r}$.

$v =$ velocidad del cuerpo; $r =$ radio de la circunferencia.



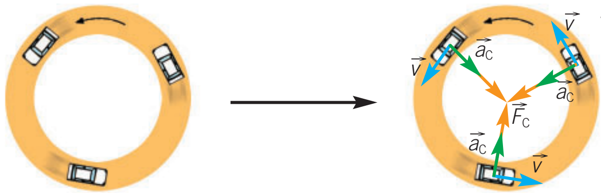
Si esa $\vec{F}_C$ desapareciera por el motivo que fuese, ya no cambiaría la dirección del vector velocidad y ya no habría movimiento circular, por lo que el cuerpo seguiría moviéndose en la dirección que tuviera la velocidad en ese momento (tangente a la trayectoria), lo que se le llama también «**salirse por la tangente**».

FUERZA CENTRÍPETA

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

1 **Dibuja los vectores velocidad, aceleración centrípeta y fuerza centrípeta de un coche dando vueltas en una pista circular cuando se encuentre en las posiciones indicadas en el dibujo. Señala también la trayectoria que seguiría el coche si sus neumáticos perdieran la tracción con el suelo cuando estuviera en esas posiciones.**

SOLUCIÓN



Esa fuerza centrípeta que causa el movimiento circular siempre vale como hemos visto $|\vec{F}_c| = m \cdot \frac{v^2}{r}$, pero la causa de que exista esa fuerza centrípeta varía según el tipo de movimiento circular que sea. Veamos algunos ejemplos:

Coche tomando una curva

La fuerza centrípeta en este caso la provoca el rozamiento de los neumáticos con el suelo. Por tanto:

- En este caso: $|\vec{F}_C| = |\vec{F}_R| = \mu \cdot |\vec{N}| = \mu \cdot |\vec{P}| = \mu \cdot m \cdot g$
- Y siempre se cumple además:

$$|\vec{F}_C| = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

Igualando:

$$\mu \cdot m \cdot g = m = \frac{v^2}{r} \rightarrow v = \sqrt{\mu \cdot g \cdot r}$$

Es la velocidad máxima con la que ha de tomar la curva de radio r para no salirse con μ = coeficiente de rozamiento de los neumáticos con el suelo. Vemos que:

- **Puede tomar la curva más rápido cuanto mayor sea μ.** (Por eso se intentan mejorar continuamente los neumáticos de los coches.)
- Puede tomar la curva más rápido **cuanto mayor sea *g*.**
- Puede tomar la curva más rápido **cuanto mayor sea el radio *r*.**

2 **Responde:**

SOLUCIÓN

a) Si la misma curva estuviera en la Luna, ¿cómo debería tomarla, más lenta o más rápida?

Más lenta, pues la gravedad es menor.

b) ¿Qué curva se puede tomar con mayor velocidad, una más cerrada o una más abierta?

Una más abierta, pues el radio r es mayor.

c) ¿Con qué velocidad máxima tomaría una curva de 10 m de radio un camión si el coeficiente de rozamiento máximo de los neumáticos con el asfalto es $\mu = 0{,}8$?

$$v = \sqrt{\mu \cdot g \cdot r} = \sqrt{0{,}8 \cdot 9{,}8 \cdot 10} = 8{,}85 \text{ m/s} = 31{,}9 \text{ km/h}$$

FUERZA CENTRÍPETA

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

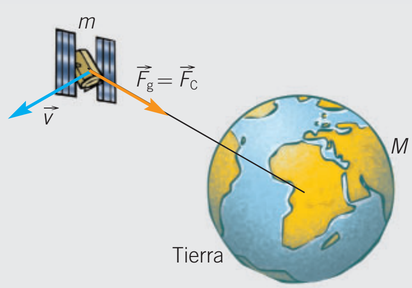
3 **Qué radio tiene una curva que se toma a 95 km/h, que es la máxima velocidad posible con mis neumáticos de $\mu = 0{,}9$?**

SOLUCIÓN

$$v = 95\ \text{km/h} = 26{,}4\ \text{m/s} \rightarrow v = \sqrt{\mu \cdot g \cdot r} \rightarrow r = \frac{v^2}{\mu \cdot g} = \frac{26{,}4^2}{0{,}9 \cdot 9{,}8} = 79\ \text{m}$$

Un satélite girando alrededor de la Tierra

La fuerza centrípeta en este caso la provoca la fuerza de atracción entre las dos masas, explicada por Newton en su ley de gravitación universal:



En este caso:

$$|\vec{F}_C| = |\vec{F}_g| = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}$$

- G = cte. de gravitación universal = $6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N · m²/kg².
- M = masa de la Tierra = $6 \cdot 10^{24}$ kg.
- m = masa del satélite.
- r = radio de la órbita, distancia desde el centro de la Tierra al centro de la Luna = $3{,}84 \cdot 10^8$ m.

Y siempre se cumple además:

$$|\vec{F}_C| = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

Igualando:

$$G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2} = m \cdot \frac{v^2}{r} \rightarrow v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$$

Esta es la velocidad del satélite en la órbita.

Observamos que si queremos colocar un satélite en una órbita de radio r, lo tenemos que colocar con una velocidad que viene dada por esa expresión. Si no lo hacemos, no describirá una circunferencia.

4 **¿Con qué velocidad se mueve el satélite Meteosat si su órbita tiene un radio de $r = 2 \cdot 10^7$ m?**

SOLUCIÓN

La velocidad vale:

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}} = \sqrt{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}{2 \cdot 10^7}} = 4473\ \text{m/s}$$

Los satélites que orbitan a mayor altura se mueven más lentamente que los que orbitan más cerca de la superficie de la Tierra.

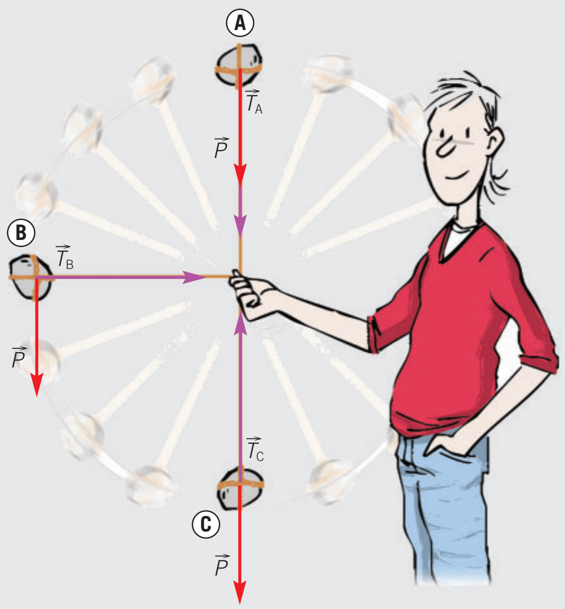
FUERZA CENTRÍPETA

NOMBRE: ______________________ CURSO: ____________ FECHA: ____________

Un chico dando vueltas a una piedra atada con una cuerda en un plano perpendicular al suelo

Quién provoca la fuerza centrípeta en este caso depende de la posición en la que se encuentre la piedra. Veamos:

Recordemos que $|\vec{F}_C|$ no es otra fuerza más añadida, sino la fuerza resultante de sumar todas las fuerzas que haya en la dirección que une el cuerpo que gira con el centro de la circunferencia, y tiene sentido hacia el centro de la circunferencia.



- Cuando la piedra está en la posición A:
$$|\vec{F}_C| = |\vec{T}_A| + |\vec{P}|$$
- Cuando la piedra está en la posición B:
$$|\vec{F}_C| = |\vec{T}_B|$$
- Cuando la piedra está en la posición C:
$$|\vec{F}_C| = |\vec{T}_C| - |\vec{P}|$$

5 Si la piedra en su giro mantiene constante el módulo de su velocidad, ¿en qué posición: A, B, o C es más probable que la cuerda se rompa?

SOLUCIÓN

Sigue los siguientes pasos:

1. Despeja la tensión en cada posición en las expresiones anteriores:
   - $|\vec{T}_A| = |\vec{F}_C| - |\vec{P}|$
   - $|\vec{T}_B| = |\vec{F}_C|$
   - $|\vec{T}_C| = |\vec{F}_C| + |\vec{P}|$
2. Ordena las tensiones de mayor a menor y responde a la pregunta:
$$|\vec{T}_C| > |\vec{T}_B| > |\vec{T}_A|$$
   Es más probable que se rompa donde la tensión sea mayor. Es decir, en C.

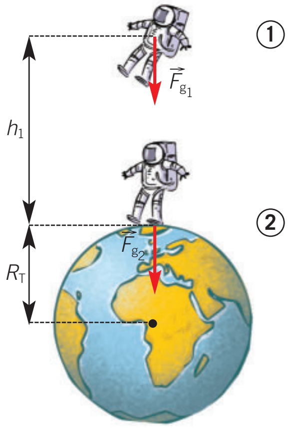
CAMPO GRAVITATORIO. DEPENDENCIA CON LA ALTURA

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

1. EJERCICIO RESUELTO

¿A qué altura estaba un astronauta sobre la superficie de la Tierra, si cuando regresó a esta su peso se triplicó (sin variar su masa)? Dato: $R_T = 6{,}37 \cdot 10^6$ m.

SOLUCIÓN



Como el peso es la fuerza gravitatoria, según el enunciado, en el dibujo se cumple:

$$|\vec{F}_g|_1 = \frac{1}{3}|\vec{F}_g|_2 \rightarrow 3 \cdot |\vec{F}_g|_1 = |\vec{F}_g|_2$$

¡Piensa dónde va el 3 o el $\frac{1}{3}$, es fácil confundirse!

Pero como $\vec{F}_g = m\vec{g}$, y la masa m no cambia, el peso se triplica porque $\vec{g}$ se triplica, es decir:

$$3|\vec{F}_g|_1 = |\vec{F}_g|_2 \rightarrow 3m|\vec{g}|_1 = m|\vec{g}|_2 \rightarrow 3\,|\vec{g}|_1 = |\vec{g}|_2$$

Sustituyendo la expresión de $|\vec{g}|$:

$$3 \cdot G \cdot \frac{3}{(R_T + h_1)^2} = G \cdot \frac{1}{(R_T)^2} \rightarrow \frac{3}{(R_T + h_1)^2} = \frac{1}{(R_T)^2} \rightarrow \frac{(R_T)^2}{(R_T + h_1)^2} = \frac{1}{3}$$

Se van G y M. Reordenando, hallamos la raíz en ambos miembros, multiplicamos en cruz y agrupamos.

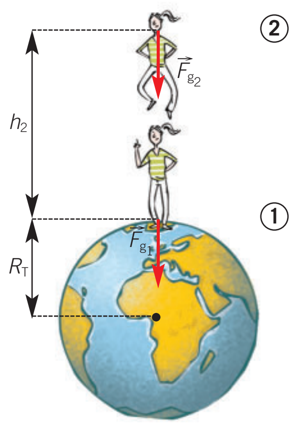
$$\sqrt{\frac{(R_T)^2}{(R_T + h_1)^2}} = \sqrt{\frac{1}{3}} \rightarrow \frac{R_T}{R_T + h_1} = \frac{1}{\sqrt{3}} \rightarrow \sqrt{3}R_T = R_T + h_1 \rightarrow \sqrt{3}R_T - R_T = h_1$$

Sacamos factor común y sustituimos R_T.

$$(\sqrt{3} - 1) \cdot R_T = h_1 \rightarrow h_1 = (\sqrt{3} - 1) \cdot 6{,}37 \cdot 10^6 = 4{,}66 \cdot 10^6 \text{ m de altura}$$

6 **Sigue los pasos anteriores y resuelve: ¿a qué altura sobre la superficie de la Tierra debería subir una persona para reducir su peso a la mitad? Dato: $R_T = 6{,}37 \cdot 10^6$ m.**

SOLUCIÓN



$$\frac{1}{2}|\vec{F}_g|_1 = |\vec{F}_g|_2 \rightarrow \frac{1}{2}m|\vec{g}|_1 = m|\vec{g}|_2 \rightarrow \frac{1}{2}|\vec{g}|_1 = |\vec{g}|_2$$

Sustituyendo la expresión de $|\vec{g}|$:

$$\frac{1}{2} \cdot G \cdot \frac{M}{(R_T + 0)^2} = G \cdot \frac{M}{(R_T + h_2)^2} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{1}{2 \cdot (R_T)^2} = \frac{1}{(R_T + h_2)^2} \rightarrow \frac{(R_T + h_2)^2}{(R_T)^2} = 2 \rightarrow$$

$$\rightarrow \sqrt{\frac{(R_T + h_2)^2}{(R_T)^2}} = \sqrt{2} \rightarrow \frac{R_T + h_2}{R_T} = \sqrt{2} \rightarrow \sqrt{2}R_T - R_T = h_2 \rightarrow$$

$$\rightarrow (\sqrt{2} - 1) \cdot R_T = h_2 \rightarrow h_2 = (\sqrt{2} - 1) \cdot 6{,}37 \cdot 10^6 = 2{,}64 \cdot 10^6 \text{ m de altura}$$

COMPARACIÓN DE MAGNITUDES

NOMBRE: ______________ CURSO: ______ FECHA: ______

2. EJERCICIO RESUELTO

Calculemos el valor de la gravedad en la superficie de Mercurio (g_M), sabiendo que la gravedad en la superficie de la Tierra es $g_T = 9{,}8$ m/s², y que la Tierra tiene una masa 45 veces mayor que Mercurio y un radio tres veces más grande.

SOLUCIÓN

Sigamos los siguientes pasos:

1. Escribimos matemáticamente la información del enunciado:

$$M_T = 45\ M_M;\ R_T = 3\ R_M;\ g_T = 9{,}8\ \text{m/s}^2$$

2. Escribimos las expresiones de las magnitudes a comparar, en este caso g_T y g_M:

$$g_T = G \cdot \frac{M_T}{R_T^2};\quad g_M = G \cdot \frac{M_M}{R_M^2}$$

3. Dividimos ambas expresiones, que es la mejor manera de compararlas, de saber cuántas veces es mayor una que otra.

$$\frac{g_T}{g_M} = \frac{G \cdot \dfrac{M_T}{R_T^2}}{G \cdot \dfrac{M_M}{R_M^2}} \rightarrow \frac{G \cdot \dfrac{45 \cdot M_M}{(3 \cdot R_M)^2}}{G \cdot \dfrac{M_M}{R_M^2}} \rightarrow \frac{\cancel{G} \cdot \dfrac{45 \cdot \cancel{M_M}}{3^2 \cdot \cancel{R_M^2}}}{\cancel{G} \cdot \dfrac{\cancel{M_M}}{\cancel{R_M^2}}} \rightarrow \frac{45}{9} = 5 \rightarrow$$

$$\rightarrow g_M = \frac{g_T}{5} = \frac{9{,}8}{5} = 1{,}96\ \text{m/s}^2$$

(Operamos, simplificamos, sustituimos g_T. Sustituimos $M_T = 45 \cdot M_M$ y $R_T = 3 \cdot R_M$.)

7 **Siguiendo los pasos anteriores resuelve el siguiente ejercicio. Calcula el valor de la gravedad en la superficie de la Luna (g_L), sabiendo que la gravedad en la superficie de la Tierra es $g_T = 9{,}8$ m/s², que el radio de la Luna es 0,27 veces el de la Tierra y que la masa de la Luna es un 1,24 % de la de la Tierra.**

SOLUCIÓN

1. Escribimos matemáticamente la información del enunciado.

$$R_L = 0{,}27 \cdot R_T;\quad M_L = \frac{1{,}24}{100} \cdot M_T = 0{,}0124 \cdot M_T;\ g_T = 9{,}8\ \text{m/s}^2$$

2. Escribimos las expresiones de las magnitudes a comparar, en este caso g_T y g_M:

$$g_T = G \cdot \frac{M_T}{R_T^2};\quad g_L = G \cdot \frac{M_L}{R_L^2}$$

3. Dividimos ambas expresiones, sustituimos datos, operamos y simplificamos.

$$\frac{g_T}{g_L} = \frac{G \cdot \dfrac{M_T}{R_T^2}}{G \cdot \dfrac{M_L}{R_L^2}} = \frac{G \cdot \dfrac{M_T}{R_T^2}}{G \cdot \dfrac{0{,}0124 M_T}{(0{,}27 \cdot R_T)^2}} = \frac{\cancel{G} \cdot \dfrac{\cancel{M_T}}{\cancel{R_T^2}}}{\cancel{G} \cdot \dfrac{0{,}0124 \cdot \cancel{M_T}}{0{,}27^2 \cdot \cancel{R_T^2}}} = \frac{1}{\dfrac{0{,}0124}{0{,}27^2}} = \frac{0{,}27^2}{0{,}0124} = 5{,}9 \rightarrow$$

$$\rightarrow g_L = \frac{g_T}{5{,}9} = \frac{9{,}8}{5{,}9} = 1{,}66\ \text{m/s}^2$$

¿QUÉ TRAYECTORIA TENDRÍA?

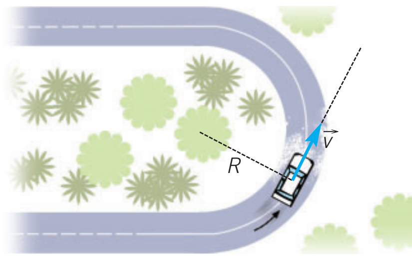
NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

3. EJERCICIO RESUELTO

Explica y dibuja la trayectoria que seguirían los siguientes cuerpos, así como el tipo de movimiento, en las situaciones que se plantean, utilizando tus conocimientos físicos sobre cinemática y dinámica:

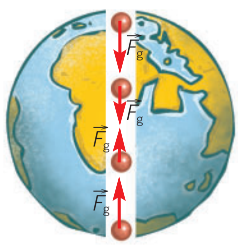
SOLUCIÓN

a) Un coche que está tomando una curva y patina debido a que hay arena en el asfalto.



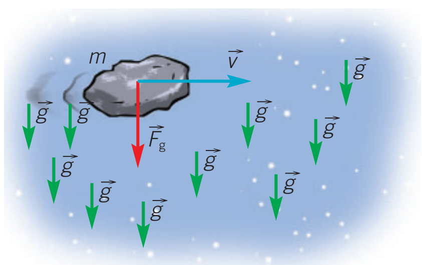
Cuando el coche patina deja de existir la fuerza centrípeta que era provocada por el rozamiento de los neumáticos con el asfalto, por lo que deja de cambiar la dirección de la velocidad. Por este motivo el coche seguiría una trayectoria rectilínea en la dirección tangente a la trayectoria que tenía la velocidad justo cuando el coche comenzó a patinar. Es decir, el coche **«se sale por la tangente»**.

b) Un cuerpo que cayera por un supuesto agujero hecho en algún lugar de España, que llegara al núcleo de la Tierra y continuara hasta salir por Australia (nuestras antípodas).



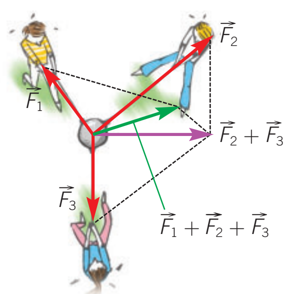
La fuerza de la gravedad primero aceleraría el cuerpo (no influye cómo varía al introducirnos en la Tierra) de la misma forma que luego le frenaría tras pasar el núcleo, con lo que el cuerpo llegaría hasta Australia y volvería a caer («¡subir!»). La trayectoria sería rectilínea con un movimiento de ida y vuelta similar al de un yo-yo o al de un cuerpo sujeto a un muelle que estiras y dejas en libertad. En el futuro verás que este movimiento se llama **movimiento armónico simple**.

c) Una masa que se mueve por el espacio con velocidad constante y de pronto entra en un campo gravitatorio perpendicular a ella.



Tendría un MRU en la dirección que llevaba la velocidad y un MRUA en la dirección perpendicular a la velocidad pues habrá una aceleración debido a que hay una fuerza (gravitatoria en este caso). Se llama **composición de movimientos** y el resultado es una **trayectoria parabólica** similar a la que describiría el agua que sale de la manguera de un bombero.

d) Un cuerpo sometido a las siguientes tres fuerzas constantes.



Se movería con un **MRUA** en una **trayectoria rectilínea** en la dirección de la fuerza resultante y con una aceleración que podemos calcular según nos explica la **segunda ley de Newton**:

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{F}}{m}$$

¿QUÉ TRAYECTORIA TENDRÍA?

NOMBRE: ____________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Recuerda que…

Un cuerpo que se mueve con movimiento circular va cambiando continuamente la dirección de su velocidad, que siempre es tangente a la trayectoria. Ese cambio es debido a una aceleración, llamada centrípeta, que es causada a su vez por una fuerza según la segunda ley de Newton, llamada **fuerza centrípeta**.

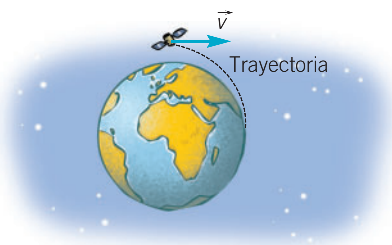
Cuando el movimiento circular es de una masa alrededor de otra, como por ejemplo un satélite alrededor de la Tierra, esa fuerza centrípeta es la fuerza gravitatoria, por lo que podemos calcular el módulo de la velocidad del satélite en su órbita:

En este caso: $|\vec{F}_C| = |\vec{F}_g| = G \cdot \dfrac{M \cdot m}{r^2}$. Y además siempre se cumple: $|\vec{F}_C| = m \cdot \dfrac{v^2}{r}$

Igualando ambas: $G \cdot \dfrac{M \cdot m}{r^2} = m \cdot \dfrac{v^2}{r} \rightarrow v = \sqrt{\dfrac{G \cdot M}{r}} \rightarrow v_{\text{Satélite}}$ en la órbita.

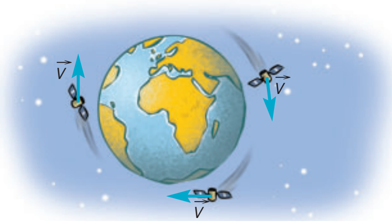
8 **Si mediante un cohete subimos un satélite a una altura *h* sobre la superficie de la Tierra y lo lanzamos con una velocidad $v_{\text{Lanzam.}}$ paralela al suelo, indica cuál sería la trayectoria del satélite en los siguientes casos:**

SOLUCIÓN

1. 

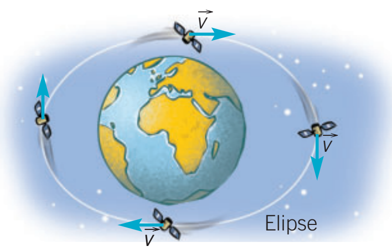
Si $v_{\text{Lanzam.}} < \sqrt{\dfrac{G \cdot M}{r}}$.

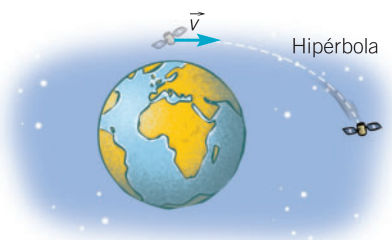
La velocidad no sería suficiente para completar la órbita y sería un caso de un MRU en la dirección paralela al suelo y MRUA en la dirección perpendicular debido a la $\vec{F}_g$. Por tanto, una composición de movimientos que provoca una **trayectoria parabólica**.

2. 

Si $v_{\text{Lanzam.}} = \sqrt{\dfrac{G \cdot M}{r}}$.

Lo estaríamos lanzando justo con la velocidad que necesita para mantenerse en órbita circular con lo que su **trayectoria** sería una **circunferencia**.

3. 



¿Cuál crees que sería la trayectoria si $v_{\text{Lanzam.}} > \sqrt{\dfrac{G \cdot M}{r}}$?

La trayectoria sería una **elipse**, más achatada cuanto mayor sea $v_{\text{Lanzam.}}$.

Si $v_{\text{Lanzam.}}$ fuese mucho mayor que $\sqrt{\dfrac{G \cdot M}{r}}$, entonces el satélite no volvería al punto original y tendría una **trayectoria** llamada **hiperbólica**.

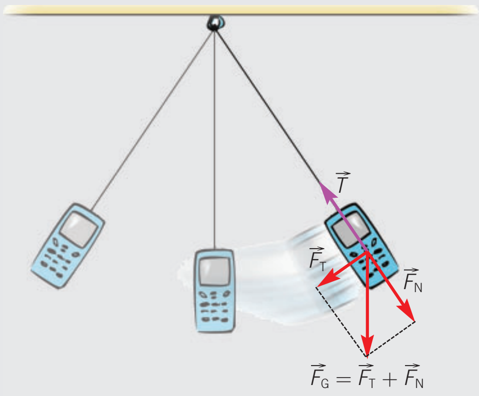
EL PÉNDULO

NOMBRE: ______ CURSO: ______ FECHA: ______

Recuerda que...

Si colgamos una masa m atada a un hilo de longitud l y lo separamos un poco de su posición de equilibrio (en la vertical con el suelo), la masa comenzará a oscilar alrededor de la posición de equilibrio volviendo constantemente al punto inicial.

A cada una de esas oscilaciones que se repiten sin parar se le llama **ciclo**. A este artilugio se le conoce como **péndulo**.



La responsable de que la masa vaya y vuelva constantemente es una componente de la **fuerza gravitatoria**. A esa fuerza responsable en estos tipos de movimiento oscilatorios de ida y vuelta se le llama **fuerza recuperadora**, pues siempre tiende a llevar a la masa m hacia la posición de equilibrio. La otra componente de la $\vec{F}_g$ se compensa con la tensión $\vec{T}$ del hilo.

El péndulo tiene mucha importancia, pues la expresión que mide el tiempo que tarda la masa m en realizar una oscilación completa o ciclo (ir y volver), llamado periodo T, es conocida desde hace mucho, por lo que el péndulo ha sido históricamente un medidor de tiempos.

El tiempo T que tarda el péndulo en realizar una oscilación completa es:

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$$

l = longitud del hilo; g = gravedad del planeta.

Observa:

- T solo depende del planeta en el que estés (g) y de la longitud del hilo (l).
- T no depende de la masa m de lo que oscila.
- T no depende de cuánto separes la masa m de la posición de equilibrio. Cuanto más la separes, más rápido caerá, pero tardará lo mismo en volver a la posición inicial.

9 **Un chico lleva a sus dos hermanos de masas 10 y 15 kg al parque. Los sube en dos columpios idénticos disponiéndose a empujar a cada uno con una mano.**

SOLUCIÓN

a) Si inicialmente suelta a ambos desde la misma altura sobre el suelo y no se mueve, ¿cuál de ellos volverá antes a su mano?

Volverán a la vez, pues T solo depende de l y g, que en este caso son iguales para ambos.

b) Si inicialmente suelta al de menor masa desde más altura y no se mueve, ¿cuál volverá antes a su mano?

Volverán a la vez, pues T solo depende de l y g, que en este caso son iguales para ambos.

c) Si realiza el mismo experimento con el columpio en la Luna, ¿los periodos serán mayores, menores o iguales?

Los tiempos serán mayores, pues la gravedad g es menor.

EL PÉNDULO

NOMBRE: ______________ CURSO: ________ FECHA: ________

Recuerda que…

Isaac Newton realizó una sorprendente medida por su precisión de la velocidad del sonido en el aire, muy próxima a los 340 m/s conocidos hoy. En aquella época la poca precisión de los relojes utilizados hacía impensable hallar una velocidad tan alta aplicando la expresión del MRU: $v = \dfrac{\text{espacio recorrido}}{\text{tiempo empleado}}$, pues las distancias podían medirse bien, pero no los tiempos. Él usó el péndulo de forma muy ingeniosa para calcular ese valor. Hizo lo siguiente:

Se colocó al final de un largo pasillo de un monasterio y emitió un sonido justo a la vez que soltaba una masa *m* que colgaba de un hilo y había alejado de su posición de equilibrio. Entonces observaba si le llegaba antes la masa *m* otra vez a la mano o el eco del sonido que había emitido. Su objetivo era que le llegaran a la vez, con lo que repetía el experimento acortando el hilo o haciéndolo más largo.

10 Si le llegaba antes el eco que la masa *m* del péndulo, ¿tenía que alargar o que acortar el hilo?

SOLUCIÓN

Acortar el hilo, pues tenía que conseguir que *T* del péndulo fuera menor.

11 Si le llegaba antes la masa *m* del péndulo que el eco, ¿tenía que alargar o que acortar el hilo?

SOLUCIÓN

Alargar el hilo, pues tenía que conseguir que *T* del péndulo fuera mayor.

Así iba repitiendo el experimento variando la longitud del hilo *l* hasta que el eco y la masa le llegaran a la vez. En ese momento el tiempo que había tardado el sonido en ir hasta el final del pasillo y volver era el mismo que el periodo del péndulo, muy fácil de calcular este último, pues conocía *l* y *g*. Conocido el espacio recorrido por el sonido (longitud del pasillo ida y vuelta) y el tiempo que tardó en recorrerlo, halló la velocidad del sonido considerándolo un MRU en esa dirección.

12 Si el pasillo medía 75 m y cuando la masa del péndulo y el eco le llegaban a la vez el hilo tenía una longitud de 5 cm, ¿qué velocidad tenía el sonido?

SOLUCIÓN

- Espacio recorrido por el sonido $\rightarrow s = 75 + 75 = 150$ m
- Tiempo empleado en recorrer ese espacio: $T = 2\pi \cdot \sqrt{\dfrac{l}{g}} = 2\pi \cdot \sqrt{\dfrac{0{,}05}{9{,}8}} = 0{,}448\,798\,95$ s (Expresa *l* en metros.)
- Velocidad del sonido $\rightarrow v_{\text{Sonido}} = \dfrac{\text{espacio recorrido}}{\text{tiempo empleado}} = \dfrac{150}{0{,}448\,798\,95} = \mathbf{334\ m/s}$

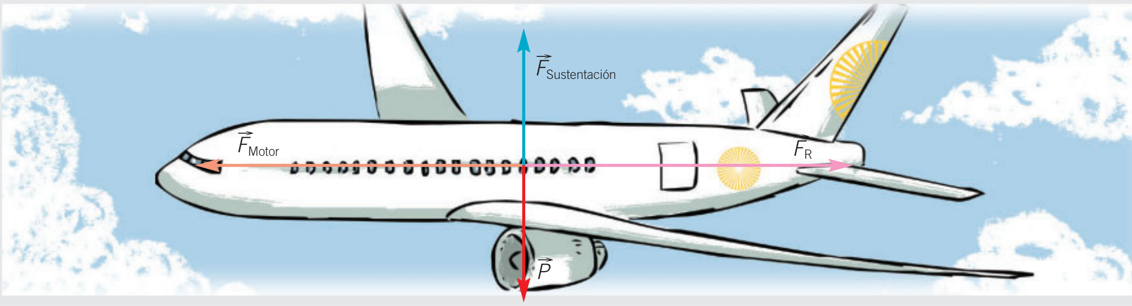
¿POR QUÉ LOS AVIONES SE MANTIENEN EN EL AIRE SIN CAERSE?

NOMBRE: ______________________ CURSO: ____________ FECHA: ____________

Recuerda que...

Principio de Bernouilli

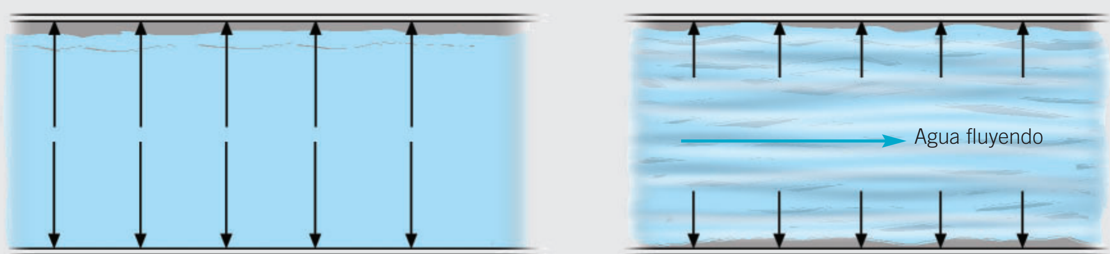
Te parecerá sorprendente que una máquina como un avión con una masa de tantas toneladas sea capaz de sustentarse en el aire. Veámoslo. Sobre un avión volando por el aire actúan básicamente las siguientes cuatro fuerzas:



- **Fuerza del motor:** $\vec{F}_{Motor}$. Es la que ejerce el motor o motores del avión a través de hélices, propulsión a chorro, etc. Sirve para que el avión se desplace hacia adelante, y está en la misma dirección y sentido contrario a la fuerza de rozamiento con el aire. Si es superior a esta, el avión acelerará; y si es igual, volará con velocidad constante (2.ª ley de Newton).
- **Fuerza de rozamiento:** $\vec{F}_R$. Es la resistencia que ofrece el aire debido a la fricción con sus partículas. Depende de la forma y material del avión y de la densidad del aire. La reducimos construyendo aviones más aerodinámicos.
- **Peso:** $\vec{P}$. Es la fuerza gravitatoria con la que la Tierra atrae al avión. Apunta hacia el centro de la Tierra y tiene un valor, como ya sabes, de $|\vec{P}| = m \cdot g$.
- **Fuerza de sustentación:** $\vec{F}_{Susten}$. Es la fuerza que permite al avión mantenerse en el aire. Si quiere mantener constante la altura sobre el suelo su módulo ha de ser igual al del peso. Se produce fundamentalmente en las alas y en la cola, y no tanto en el fuselaje (donde van los pasajeros, piloto, carga...).
  Esta es la fuerza que intentaremos comprender a continuación.

Para entender la sorprendente fuerza de sustentación, $\vec{F}_{Susten}$, es necesario conocer el **principio de Bernouilli**. Veamos.

Nos imaginamos dos trozos de dos tuberías exactamente iguales pero en una de ellas el agua circula y en la otra está parada:



¿En cuál de ellas crees que las partículas de agua ejercerán mayor presión sobre las paredes de la tubería?

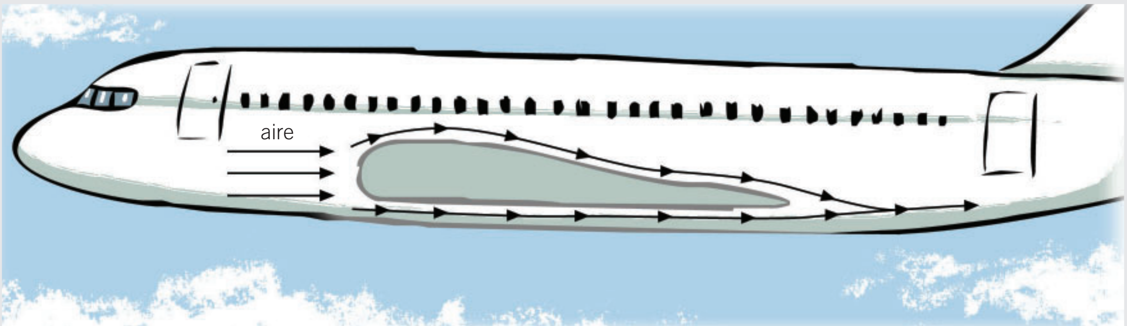
La lógica nos dice que si hay exactamente la misma cantidad de agua en los dos trozos de tubería idénticos, y por consiguiente el mismo número de moléculas, la presión que estas ejercerán será forzosamente la misma.

¿POR QUÉ LOS AVIONES SE MANTIENEN EN EL AIRE SIN CAERSE?

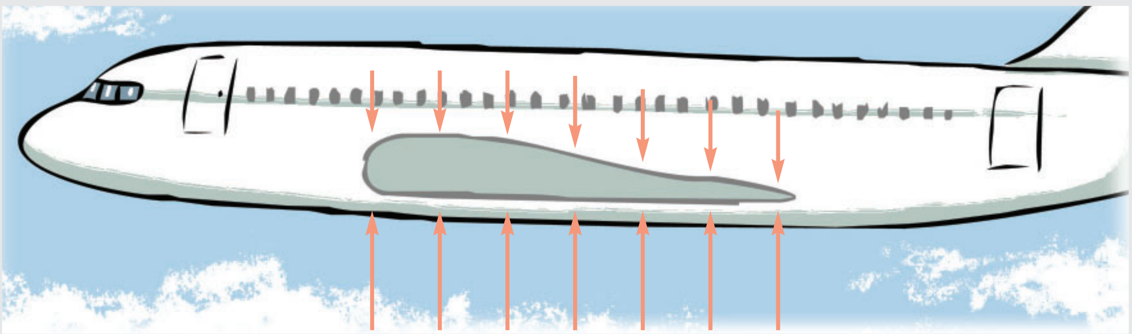
NOMBRE: ______________________ CURSO: ____________ FECHA: ____________

¡Pero sorprendentemente no ocurre así!, sino que, como afirma el principio de Bernouilli, las partículas de agua en movimiento ejercen menos presión que las que están paradas. Este principio se puede generalizar a cualquier fluido (líquidos y gases).

Basándose en las observaciones de Bernouilli se diseñan las alas de un avión.
Veamos una sección transversal:



Cuando un avión está volando, el aire que va chocando con las alas se divide en dos caminos: una parte se va por encima y otra parte por debajo. Si te fijas en la forma de las alas de un avión, son curvas por encima y planas por debajo, y como teóricamente las partículas del aire han de encontrarse a la vez tras recorrerlas, el aire que circula por la parte superior tiene que recorrer más espacio que el que circula por la parte inferior, lo que provoca que las partículas del aire tendrá que ir más deprisa por arriba que por debajo. Como consecuencia de esto y según el principio de Bernouilli el aire ejercerá menos presión en la parte superior de las alas que en la inferior. Esta diferencia de presiones provoca la fuerza de sustentación, $\vec{F}_{\text{Susten}}$, que mantiene al avión sin caerse.



Hay ciertos casos que requieren un estudio más profundo, pues el principio de Bernouilli no explica la sustentación. Un ejemplo son los aviones que pueden de volar boca abajo, como algunos aviones militares, o los que hacen acrobacias, en los que la parte superior e inferior de las alas no tienen diferente curvatura, sino que son simétricas.

1 **Si cuelgas del techo dos manzanas muy próximas y soplas en el espacio que hay entre ellas, ¿qué crees que ocurrirá? Haz el experimento y da una explicación a lo que sucede.**

SOLUCIÓN

Observarás que las manzanas se juntan aunque pensáramos que se iban a separar.
Al mover el aire que hay entre ellas, la presión que este ejerce se reduce por el principio de Bernouilli, siendo mayor la que hay en el lado opuesto, lo que hace que se junten.

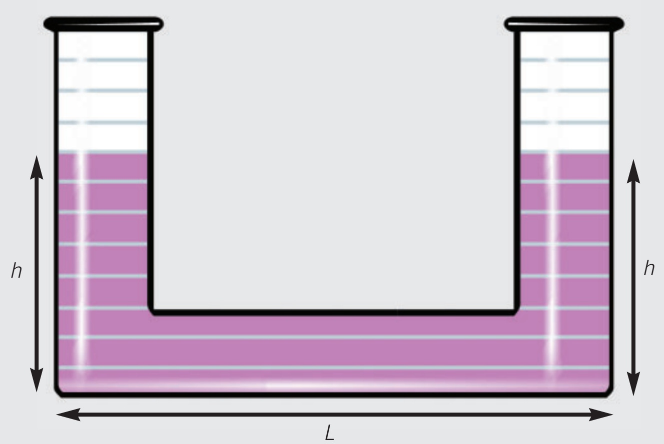
¿PODEMOS CALCULAR LA ACELERACIÓN CON UN MANÓMETRO?

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Recuerda que…

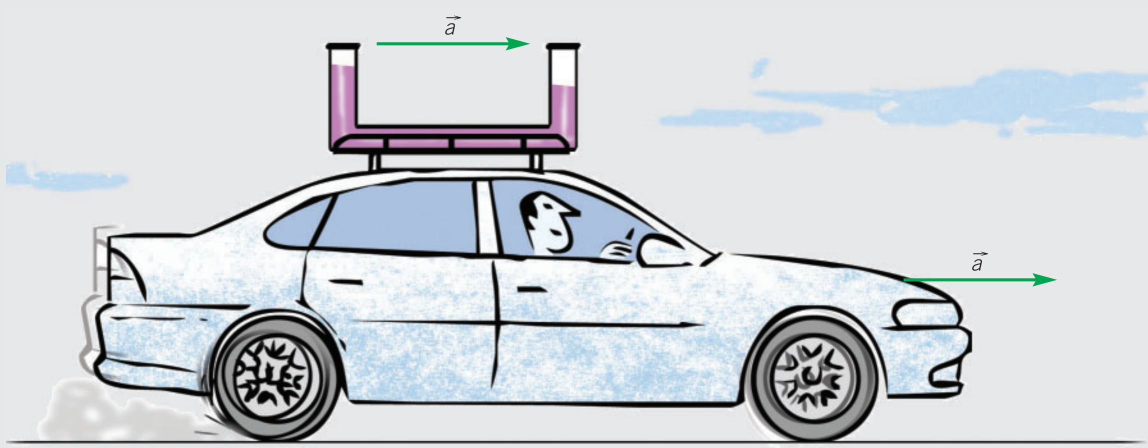
La respuesta es sí. Veamos qué se puede hacer de una manera sencilla con los conocimientos que tienes:

Recuerda que un manómetro es un sencillo aparato que mide la presión de un gas. Normalmente tiene forma de U y un líquido en su interior que en los tramos verticales está al mismo nivel sobre la horizontal según el principio fundamental de la hidrostática. Si conectamos un recipiente que contiene un gas a uno de los extremos del manómetro, el líquido de su interior se desplazará debido a la presión que ejerce dicho gas, dejando de estar nivelados ambos tramos verticales de líquido. Estudiando la diferencia de alturas sabremos la presión que ejerce el gas.



Veamos cómo podemos utilizar el anterior manómetro para medir la aceleración de un coche.

Situamos un manómetro como el anterior amarrado a la baca de un coche que se mueve con aceleración $\vec{a}$, colocado en la forma que indica el dibujo:



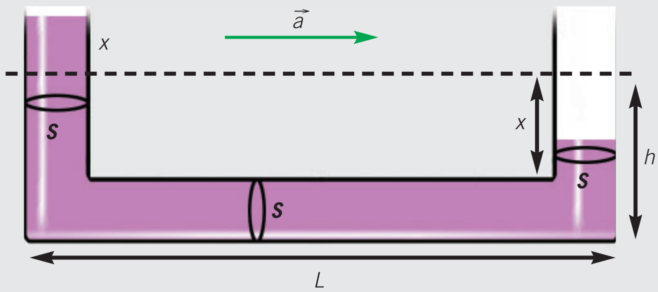
Una persona que estuviese sentada en el arcén* y viese pasar el coche observaría cómo los niveles de líquido de las ramas verticales ya no estarían a la misma altura. Intentemos buscar una relación entre la diferencia de alturas y la aceleración.

* Un sistema de referencia que se encuentra en reposo o moviéndose con velocidad constante se denomina **sistema de referencia inercial** (en este caso está en reposo). Si el sistema de referencia estuviese acelerado (por ejemplo, como lo vería el conductor del coche), se llamaría sistema de referencia no inercial.

¿PODEMOS CALCULAR LA ACELERACIÓN CON UN MANÓMETRO?

NOMBRE: CURSO: FECHA:

Lo que vería el observador en reposo sería:



- L = longitud del tramo horizontal.
- x = variación de la altura de líquido en los tramos verticales. (Date cuenta que lo que ha bajado en la rama derecha ha subido en la rama izquierda.)
- S = superficie del círculo resultante al cortar transversalmente cualquiera de los tubos del manómetro. Se le llama **sección**. (Los tres tubos del manómetro en forma de U tienen la misma sección.)
- d = densidad del líquido contenido en el manómetro.
- g = gravedad.

Fijémonos en el líquido contenido en el tramo horizontal L del manómetro:

Sobre él actúan dos fuerzas en la dirección del movimiento (dirección horizontal):

- El peso de la columna de líquido del tramo vertical izquierdo → lo llamamos $\vec{P}_1$.
- El peso de la columna de líquido del tramo vertical derecho → lo llamamos $\vec{P}_2$.

El peso del líquido del tramo horizontal L y la correspondiente reacción del plano son perpendiculares al movimiento horizontal, por lo que no influyen en él.

Aplicando la segunda ley de Newton al líquido del tramo horizontal L:

$$\vec{F}_{\text{Total}} = m \cdot \vec{a} \rightarrow |\vec{P}_1| - |\vec{P}_2| = m_{\text{líquido tramo L}} \cdot |\vec{a}| \qquad [1]$$

Y como sabemos que:

- Densidad $\rightarrow d = \dfrac{m}{V} \rightarrow m = d \cdot V$
- Dado cualquier cilindro, su volumen es:

$$V = \text{Área de la base} \cdot \text{Altura} = S \cdot h \qquad [2]$$

Entonces:

$$|\vec{P}_1| - m_1 \cdot g \overset{[1]}{=} d \cdot V_1 \cdot g \overset{[2]}{=} d \cdot S \cdot (h + x) \cdot g$$

- m_1 = masa líquido columna vertical izquierda.
- V_1 = volumen líquido columna vertical izquierda.

El líquido de la izquierda tiene una altura de $h + x$ (ver dibujo).

$$|\vec{P}_2| - m_2 \cdot g \overset{[1]}{=} d \cdot V_2 \cdot g \overset{[2]}{=} d \cdot S \cdot (h - x) \cdot g$$

- m_2 = masa líquido columna vertical derecha.
- V_2 = volumen líquido columna vertical derecha.

El líquido de la derecha tiene una altura de $h - x$ (ver dibujo).

$$m_{\text{líquido tramo L}} \overset{[1]}{=} d \cdot V \overset{[2]}{=} d \cdot S \cdot L$$

¿PODEMOS CALCULAR LA ACELERACIÓN CON UN MANÓMETRO?

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Sustituyendo en la ecuación 1:

$$|\vec{P}_1| - |\vec{P}_2| = m_{\text{líquido tramo L}} \cdot |\vec{a}| \rightarrow d \cdot S \cdot (h + x) \cdot g - d \cdot S \cdot (h - x) \cdot g = d \cdot S \cdot L \cdot |\vec{a}| \rightarrow$$

$$\rightarrow (h + x) \cdot g - (h - x) \cdot g = L \cdot |\vec{a}| \rightarrow \cancel{h \cdot g} + x \cdot g - \cancel{h \cdot g} + x \cdot g = L \cdot |\vec{a}|$$

(Simplificamos, dividimos por $d \cdot S$ y desarrollamos el paréntesis.)

$$2 \cdot x \cdot g = L \cdot |\vec{a}| \rightarrow |\vec{a}| = \frac{2 \cdot x \cdot g}{L} \rightarrow \text{aceleración en función de } g,\ L \text{ y } x.$$

(Simplificamos y despejamos.)

Vemos que la aceleración es directamente proporcional a la variación de nivel del líquido en los tramos verticales x.

Podríamos hacer la experiencia en cualquier vehículo acelerado.

2 **Colocamos un manómetro de $L = 0,4$ m encima de un camión que acelera durante un tiempo con $a = 3$ m/s^2. Dato: $g = 9,8$ m/s^2.**

SOLUCIÓN

a) ¿Cuánto variará la altura del líquido de los tramos verticales del manómetro mientras el camión mantiene esa aceleración?

$$|\vec{a}| = \frac{2 \cdot x \cdot g}{L} \rightarrow x = \frac{|\vec{a}| \cdot L}{2g} = \frac{3 \cdot 0,4}{2 \cdot 9,8} = 0,061 \text{ m} = 6,1 \text{ cm}$$

b) Si el camión mantiene esa aceleración constante y cambiamos el manómetro por otro de menor L, ¿sería mayor o menor la variación de nivel de líquido x en los tramos verticales? ¿Y si ponemos un manómetro de mayor L?

$x = \dfrac{|\vec{a}| \cdot L}{2g} \rightarrow$ si $|\vec{a}|$ y g son constantes, L es directamente proporcional a x. Si L es mayor, x es también mayor; y si L es menor, x es menor.

c) Si en la situación inicial cambiamos de líquido y ponemos por ejemplo mercurio, ¿sería mayor o menor la variación de nivel de líquido en los tramos verticales?

$x = \dfrac{|\vec{a}| \cdot L}{2g} \rightarrow$ No varía x, pues no depende de la densidad, ni de nada del líquido.

d) Y si en la situación inicial cambiásemos el manómetro por otro con los tubos del doble de diámetro, ¿sería mayor o menor la variación de nivel de líquido en los tramos verticales?

$x = \dfrac{|\vec{a}| \cdot L}{2g} \rightarrow$ No varía; x no depende de la sección S del tubo.

e) Si colocamos otro manómetro y se observa que si el camión acelera con $a = 5$ m/s^2 la variación de líquido es de 15 cm, ¿qué longitud tenía el tramo horizontal del manómetro?

$$|\vec{a}| = \frac{2 \cdot x \cdot g}{L} \rightarrow L = \frac{2 \cdot x \cdot g}{|\vec{a}|} = \frac{2 \cdot 0,15 \cdot 9,8}{2 \cdot 9,85} = 0,59 \text{ m} = 59 \text{ cm}$$

¿PUEDO CAMINAR SOBRE EL AGUA? FLUIDOS NO NEWTONIANOS

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Recuerda que…

Se llaman **fluidos no newtonianos** a aquellos fluidos (líquidos o gases) cuyo comportamiento en determinadas situaciones **incumplen las leyes de Newton**. Su característica fundamental es que **no tienen una viscosidad fija** que les caracterice como les ocurre a los fluidos newtonianos, sino que esta viscosidad varía, depende de cómo se actúe sobre él, de las fuerzas que se les ejerza y la rapidez con la que se les apliquen, y entonces su estado puede cambiar de líquido a sólido y viceversa, no adaptarse a la forma de su envase como los demás fluidos, etc. Ejemplos:

- Mezcla de **agua y almidón de maíz**. Si mezclamos agua y almidón de maíz (podemos comprarlo en el supermercado, hay alguna marca muy popular) obtendremos un fluido no newtoniano con unas características muy curiosas:
  - Si lo removemos lentamente con una cuchara se comportará como un líquido similar a la papilla de un bebé, y si introducimos la mano lentamente se sumergirá sin problemas.
  - Si lo removemos muy rápido tendrá tanta viscosidad que nos costará seguir removiendo, y si golpeamos con un puño, la superficie de la mezcla sentiremos que golpeamos un sólido.
  - Si lo hacemos vibrar constantemente se moverá de forma extraña, como si tuviera vida, retorciéndose caóticamente.

  Esta es una mezcla que absorbe mucho la energía. Por ejemplo, la de los cuerpos que llevan mucha velocidad, por lo que se está investigando con ella para la fabricación de **chalecos antibalas**.
- **La pintura**. Es un fluido no newtoniano de comportamiento totalmente opuesto al anterior. Si un pintor la mueve rápidamente sobre el lienzo la diluye, y cuando la deposita en el cuadro se hace más viscosa y no gotea.
- **Mezcla de arena y agua**. Este es el ejemplo de las «arenas movedizas», un fluido no newtoniano en el que, si estando una persona en su interior se relaja y no se mueve, flotaría, pues es menos densa que la mezcla, si se mueve mucho se hunde, y si pasa corriendo muy rápidamente por encima de ellas se comportarían como un sólido y podría presumir de «caminar sobre el agua».
- **El ketchup**. Es un fluido no newtoniano cuya viscosidad disminuye al moverlo rápidamente, por eso agitamos fuertemente el bote para que salga con mayor facilidad.

Puedes experimentar con ellos y visualizar otros fluidos en Internet visitando:

http://fraann.wordpress.com/2007/08/09/8-experimentos-con-fluidos-no-newtonianos

1. EJERCICIO RESUELTO

Construye un líquido no newtoniano muy conocido: el llamado blandiblú (Flubber). Sigue los siguientes pasos:

SOLUCIÓN

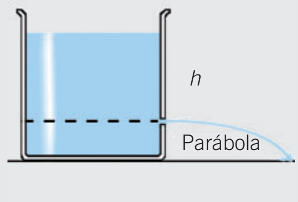
1. Compra borax en la farmacia. (Es una sal blanca. No te la acerques a los ojos porque es irritante.) Echa unas cuantas cucharadas en medio vaso de agua hasta la saturación, es decir, hasta que ya no seas capaz de disolver aunque remuevas.
2. Diluye en otro vaso cola de pegar con un poco de agua y mézclalo bien.
3. Añade la disolución de borax a la de cola líquida removiendo lentamente y observa el resultado.
4. Si quieres dar color a la mezcla añade colorante.

EL FRASCO DE MARIOTTE

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

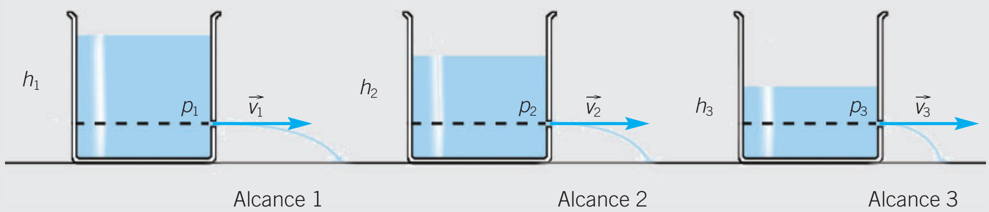
Recuerda que...

Si cogemos un recipiente, lo llenamos de líquido y perforamos un agujero en el lateral, sabemos que el agua saldrá por el orificio describiendo una parábola. El líquido llegará más lejos (*alcance* mayor) cuanta mayor altura de líquido haya por encima del orificio (independientemente de la cantidad de agua del volumen del recipiente; solo importa la altura), puesto que la velocidad de salida del agua será mayor cuanto mayor sea la presión hidrostática sobre el orificio, que viene dada por la expresión:



$$p = d \cdot g \cdot h, \text{ siendo} \begin{cases} p = \text{presión hidrostática} \\ d = \text{densidad del líquido} \\ g = \text{gravedad} \\ h = \text{altura de líquido por encima} \end{cases}$$

Según va pasando el tiempo y el líquido va saliendo, la altura de líquido va disminuyendo, por lo que también disminuye la presión hidrostática sobre el orificio y, por tanto, la velocidad de salida del líquido y el alcance va siendo cada vez menor:



$$h_3 < h_2 < h_1$$
$$p_3 < p_2 < p_1$$
$$v_3 < v_2 < v_1$$

Podríamos calcular la velocidad con la que saldría el líquido del orificio en cada momento, pues según la ley de Torricceli saldría con la misma velocidad que un cuerpo que cayera en caída libre después de haber descendido una altura h si partió del reposo.

4 **Realizamos un orificio en un recipiente lleno de agua. Contesta:**

SOLUCIÓN

a) Usando tus conocimientos de cinemática, ¿con qué velocidad saldría una gota del orificio si cuando salió tenía una columna de líquido de 70 cm sobre ella?

Podríamos escribir:

$$v^2 - v_0^2 = 2 \cdot g \cdot h \rightarrow v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = \sqrt{2 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}7} = 3{,}7 \text{ m/s}$$

($v_0 = 0$).

b) Si hiciésemos dos orificios más, uno por encima y otro por debajo del nuestro, ¿los chorros de agua que salieran por estos dos nuevos orificios tendrían mayor o menor alcance que el chorro del orificio inicial?

El orificio de encima tendría menor alcance, y el de debajo, mayor, ya que tendrían sobre ellos una columna de líquido de menor y mayor altura, respectivamente.

¿Afectarían esos dos nuevos orificios al alcance del primer orificio?

Para cada altura h de líquido en cada momento, el alcance seguirá siendo el mismo estén o no los nuevos orificios. Lo que ocurre es que esta altura h va disminuyendo más rápidamente que antes y, por tanto, el alcance también disminuye más rápido.

EL FRASCO DE MARIOTTE

NOMBRE: ____________ CURSO: ________ FECHA: ________

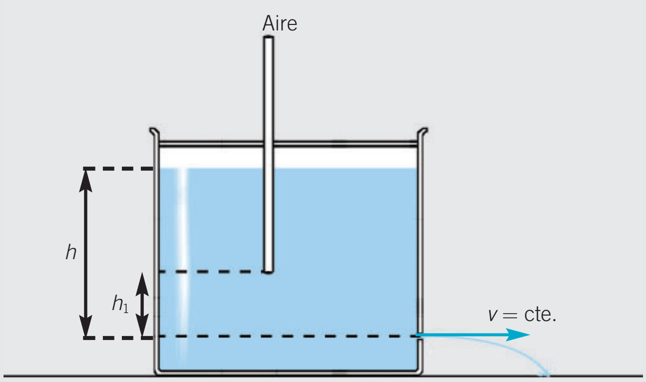
Supongamos ahora que quisiéramos que el alcance del chorro de líquido que sale del orificio fuera constante, es decir, que no disminuyera poco a poco.

¿Podríamos conseguirlo sin gastar ninguna energía, sin usar ningún motor, etc.?

La respuesta es sí, mediante un invento como el que diseñó el francés Adme Mariotte (1620-1684):

El frasco de Mariotte

El invento consiste en llenar un recipiente de líquido como el anterior, taparlo herméticamente e introducir un tubo hueco por la tapa (una pajita), sellarlo perfectamente y conseguir así que solo entre aire al recipiente a través del tubo.



La explicación de que la velocidad de salida del chorro de líquido a través del orificio sea siempre la misma y no disminuya a medida que se vacía el recipiente es que al entrar aire por el tubo, la presión atmosférica que ejerce este aire en contacto con el agua provoca que la presión hidrostática que siente el orificio sea la correspondiente a una columna de líquido de altura h_1, que no cambia si no movemos el tubo, y no de una altura h, que sí varía según baje el nivel del agua.

Por lo tanto, la presión hidrostática que nota el orificio es constante y de valor $p = d \cdot g \cdot h_1$ y la velocidad de salida del líquido también es constante.

5 **Contesta.**

SOLUCIÓN

a) A medida que baja el nivel del líquido y disminuye h, ¿hay algún momento en que la velocidad de salida del líquido deja de ser constante? ¿Cuándo?

Cuando $h < h_1$. A partir de ese momento el alcance disminuye a la vez que lo hace h.

b) Según va bajando el nivel del líquido, ¿qué podemos hacer para conseguir que la velocidad de salida del líquido sea constante pero de mayor valor? ¿Y si queremos que sea constante pero de menor valor?

Dado que la velocidad de salida según hemos visto antes es $v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h_1}$, si queremos que v sea mayor debemos aumentar h_1; es decir, subir el tubo, y si queremos que v sea menor debemos disminuir h_1, es decir, bajar el tubo.

c) Inventa una aplicación para el frasco de Mariotte.

Por ejemplo: si nos vamos de casa un par de calurosos días de verano y necesitamos mantener húmeda la tierra de una gran planta, podemos regarla constantemente llenando un recipiente con agua, haciéndole un orificio e introduciendo el tubito muy abajo, para que el agua salga muy lentamente, pero de forma constante.

¿CUÁNTO PESA EL AIRE?

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

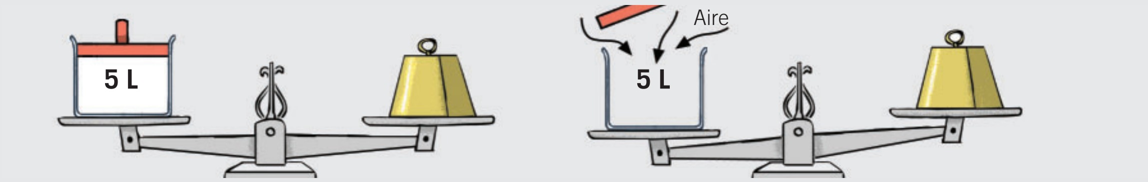
Recuerda que...

Nos preguntamos cuánto pesa el aire porque damos por hecho que el aire pesa, porque conocemos el fenómeno de la presión atmosférica, etc., pero la apasionante pregunta de si el aire pesa ha perseguido a los científicos a lo largo de los tiempos.

¿Das por hecho que pesa algo que ni siquiera eres capaz de ver? ¿Crees que si un recipiente vacío lo llenas con aire va a pesar más aunque el aire flote?

La respuesta ya no parece tan clara. Veamos un experimento de Galileo:

Galileo Galilei (1564-1642) cogió un recipiente de 5 L y le extrajo el aire mediante una bomba de vacío. A continuación colocó el recipiente en una balanza y la equilibró. Seguidamente abrió la llave del recipiente para dejar entrar al aire nuevamente, y ¿qué crees que ocurrió? ¿Se desequilibró la balanza? Pues sí, tuvo que añadir alguna pesa más para volver a equilibrarla **¡El aire pesaba!**



Una vez descubierto que el aire pesa, ante la pregunta de cuánto pesa, podemos responder de entrada que pesa mucho más de lo que pensamos, como veremos enseguida. Para hablar de su peso debemos tener en cuenta varias cosas:

- Si pesamos el aire contenido en un cierto volumen, su peso **depende de la presión** a la que esté en su interior. Por ejemplo, el aire comprimido que contiene una bombona de acero de 15 L de un submarinista está a una presión 200 veces superior a la atmosférica. Ese aire a presión atmosférica ocuparía 3000 L (3 m^3). El aire del interior de la bombona pesa 4 kg.
- **Según subimos en la atmósfera**, el aire es cada vez menos denso y pesa menos.
- El **aire caliente pesa menos** que el aire frío.
- El **aire seco pesa menos** que el húmedo.

Teniendo en cuenta todo lo anterior podemos establecer que en condiciones normales y a nivel del mar, el aire contenido en un cubo de lado 1 m pesa alrededor de 1,3 kg, o lo que es lo mismo, que su densidad es 1,3 kg/m^3.

6 **Si pesas un balón deshinchado y después lo llenas de aire y lo vuelves a pesar, ¿cuándo pesará más? Haz el experimento y compruébalo. ¿Entonces, por qué bota y sube más alto cuando está hinchado? ¿Es más ligero?**

SOLUCIÓN

Pesa más hinchado. Si bota y sube más alto es por razones diferentes, de elasticidad.

7 **¿Cuánto pesa aproximadamente el aire contenido en tu aula, si tiene unas dimensiones de 10 m × 6 m × 3 m?**

SOLUCIÓN

$$V = l_1 \cdot l_2 \cdot l_3 = 10\ \text{m} \cdot 6\ \text{m} \cdot 3\ \text{m} = 180\ \text{m}^3$$

$$d = \frac{m}{V} \rightarrow m = d \cdot V = 1{,}3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 180\ \text{m}^3 = 234\ \text{kg}\quad \text{¡Más de lo que pensabas, seguro!}$$

¿CUÁNTO PESA EL AIRE?

NOMBRE: ______________ CURSO: ________ FECHA: ________

8 ¿Cuánto pesa una nube? Datos: nuestra nube en concreto es una típica nube de verano formada por un 5 % de aire húmedo y un 95 % de aire seco. Sus dimensiones son: 1 km de largo, 800 m de ancho y 500 m de espesor y sabemos que las densidades del aire seco y el aire húmedo a esas alturas son 0,8 kg/m³ y 1,1 kg/m³, respectivamente.

SOLUCIÓN

$V = l_1 \cdot l_2 \cdot l_3 = 1000 \text{ m} \cdot 800 \text{ m} \cdot 500 \text{ m} = 4 \cdot 10^8 \text{ m}^3$. Volumen total de la nube.

$$95\% \text{ de } 4 \cdot 10^8 \text{ m}^3 = 3{,}8 \cdot 10^8 \text{ m}^3 \rightarrow m = d \cdot V = 0{,}8 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 3{,}8 \cdot 10^8 \text{ m}^3 = 3{,}04 \cdot 10^8 \text{ kg de aire seco}$$

$$5\% \text{ de } 4 \cdot 10^8 \text{ m}^3 = 2 \cdot 10^7 \text{ m}^3 \rightarrow m = d \cdot V = 1{,}1 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 2 \cdot 10^7 \text{ m}^3 = 2{,}2 \cdot 10^7 \text{ kg de aire húmedo}$$

$$\text{masa total} = 3{,}04 \cdot 10^8 \text{ kg} + 2{,}2 \cdot 10^7 \text{ kg} = 3{,}26 \cdot 10^8 \text{ kg} = 326\,000 \text{ toneladas} \longrightarrow \text{¡pesa mucho!}$$

Recuerda que…

Debido al enorme volumen de aire que nos rodea, el peso de este aire sobre nuestras cabezas es enorme y, por tanto, la fuerza que ejerce por unidad de superficie (presión atmosférica), aunque nosotros estamos acostumbrados y no lo notamos. Hay muchas formas de comprobar la existencia del aire, de su peso y de la gran presión atmosférica, por ejemplo:

- Si disminuyes la altitud yendo a la playa, te notas más cansado y mareado hasta que tu cuerpo se acostumbra, pues ha aumentado la cantidad de aire sobre ti y, por tanto, la presión atmosférica.
- Si bebes con pajita todo el zumo de un mini tetrabrick y sigues absorbiendo sacando el aire de su interior, observas cómo las paredes se hunden hacia adentro debido a la presión atmosférica exterior, que ya no se compensa con la interior.

9 Absorbe el aire de una bolsa de patatas fritas vacía. ¿Qué observas? ¿A qué es debido?

SOLUCIÓN

La bolsa se arruga debido a la presión atmosférica exterior.

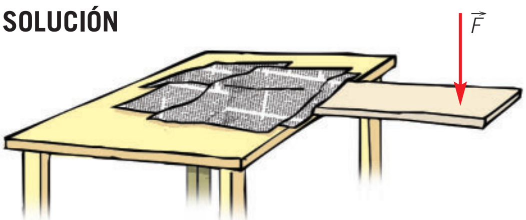
10 ¿Qué crees que pasaría si sacaras todo el aire de tu aula?

SOLUCIÓN

Que la presión atmosférica exterior no compensada con la interior haría que se comprimiera la clase a un volumen muy pequeño.

11 Coge un listón de madera de pequeño espesor y sitúa la mitad dentro de una mesa y la mitad fuera según indica el dibujo. Tapa con hojas de periódico la parte del listón que está sobre la mesa y asegúrate de que no queda aire debajo (si quieres usa bolas hechas con papel si en algún sitio no queda del todo plano). Ahora golpea con el puño fuerte y rápidamente el trozo de listón que queda fuera de la mesa. Antes de golpear, ¿qué crees que va a pasar? Da el golpe, observa lo sucedido y explícalo.

SOLUCIÓN



Aunque pareciera que iban a salir despedidas las hojas de periódico, lo que ha ocurrido es que se ha roto el listón de madera. La presión atmosférica existente sobre los papeles de periódico, no compensada por debajo de ellos, era equivalente a una cantidad enorme de peso sobre esa superficie, provocando que se partiera el otro trozo.

EL TONEL DE PASCAL

NOMBRE: ______________ CURSO: ______ FECHA: ______

Recuerda que...

En 1653 el francés Blaise Pascal llevó a cabo uno de los experimentos más sencillos y sorprendentes que se hayan realizado en ciencia. Quería demostrar el hecho ya conocido de que la presión ejercida en cualquier punto de un fluido se transmite a todos los puntos del resto del fluido con la misma intensidad.

Para ello:

1. Llenó de agua un gran tonel, cuyas láminas de madera (llamadas duelas) eran muy resistentes y estaban fuertemente unidas unas con otras.
2. A continuación introdujo en la tapa del tonel un largo y estrecho tubo hueco.
3. Después se subió a una escalera y comenzó a echar agua por el tubo.
4. Cuando el agua había subido unos pocos metros, el tonel reventó, saliéndose toda el agua.

¿Cómo pudo reventar un tonel añadiéndole tan poco peso de agua?

La respuesta no está en el peso, sino en la presión y en el principio de transmisión de esta en un fluido, enunciado al comienzo. Date cuenta que la presión hidrostática que soportan las partículas de agua del tonel en contacto con el tubo es:

$$p = d \cdot g \cdot h \quad \text{siendo} \begin{cases} \bullet\ p = \text{presión hidrostática.} \\ \bullet\ d = \text{densidad del líquido.} \\ \bullet\ g = \text{gravedad.} \\ \bullet\ h = \text{altura de líquido dentro del tubo.} \end{cases}$$

Y esta presión se transmite a todas las demás partículas de agua del tonel por igual. La clave está en que la presión es directamente proporcional a la altura de la columna de líquido, h, independientemente de la cantidad de líquido que haya, con lo que al aumentar h, también lo hace la presión, la cual se transmite a su vez a todos los puntos y el tonel revienta.

EL TONEL DE PASCAL

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

12 Contesta.

SOLUCIÓN

a) Si Pascal hubiese utilizado un tubo el doble de ancho, ¿hubiese necesitado más o menos altura de líquido para que el tonel reventase?

No hubiese variado, la presión solo depende de *h*, no de cantidad de líquido, que viene dada en este caso por la anchura del tubo.

b) ¿Y si el tubo fuese la mitad de ancho?

No hubiese variado, por el mismo motivo que antes.

c) ¿Qué cantidad mínima de agua se necesita para conseguir que el tonel reviente?

No hay una cantidad mínima, pues siempre podemos reducirla cogiendo un tubo más estrecho. La presión solo depende de *h*.

d) Si Pascal pudiese haber hecho el experimento en la Luna, ¿hubiese necesitado más o menos altura de líquido para que el tonel reventase?

Como la gravedad en la Luna es menor, para conseguir la presión necesaria para que el tonel reventase hubiese necesitado una altura *h* mayor, pues:

$$p = d \cdot g \cdot h$$

e) Si Pascal hubiese utilizado batido de plátano ($d = 2$ g/cm^3) para echar por el tubo, ¿hubiese necesitado más o menos altura de líquido para que el tonel reventase?

Como el batido tiene mayor densidad, para conseguir la presión necesaria para que el tonel reventase hubiese necesitado una altura *h* menor, pues:

$$p = d \cdot g \cdot h$$

f) Si Pascal hubiese hecho el experimento con el tonel tumbado en horizontal en lugar de en vertical, ¿hubiese necesitado más o menos altura de líquido para que el tonel reventase?

La misma altura *h*, pues la presión que ejerciera el líquido del tubo sobre las nuevas partículas de agua del tonel se transmite por igual a todos los puntos del líquido y reventaría para la misma presión que antes, es decir, para la misma *h*.

g) Si añadiésemos un segundo tubo idéntico al anterior, paralelo a él y conectado también con el tonel y comenzásemos a echar agua por uno de ello, ¿qué ocurriría?

Que el agua comenzaría a subir por el otro tubo hasta estar al mismo nivel (misma altura) que el primero. Fíjate que acabas de construir unos vasos comunicantes, los fluidos de los tubos y el tonel están comunicados.

h) ¿Y si echásemos por los dos?

El agua en ambos se nivelaría, pues tenemos unos vasos comunicantes.

i) ¿Y si el segundo tubo fuese cinco veces más ancho?

Los líquidos de los tubos se nivelarían, pues en los vasos comunicantes no influye la forma de los recipientes, ni su volumen, etc.

¿CÓMO SE PUEDE MEDIR LA ALTURA DE UN EDIFICIO CON UN BARÓMETRO?

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Recuerda que…

Has aprendido una manera de medir la altura mediante un barómetro (aparato que mide la presión atmosférica). Consiste en estudiar la diferencia de presiones entre el punto más alto y el más bajo, y de ahí deducir la altura:

$$p_{\text{arriba}} - p_{\text{abajo}} = d \cdot g \cdot h_{\text{edificio}}$$

siendo:

- d = densidad del aire.
- g = gravedad.

Este es el fundamento de los **altímetros**.

Cuenta la leyenda que Ernest Rutherford (1871-1937), prestigioso químico presidente de la Sociedad Real Británica y premio Nobel de Química en 1908, tuvo una curiosa experiencia siendo profesor, que citamos textualmente tal y como él la contó:

«Hace algún tiempo, recibí la llamada de un colega. Estaba a punto de poner un cero a un estudiante por la respuesta que había dado en un problema de física, pese a que este afirmaba rotundamente que su respuesta era absolutamente acertada. Profesores y estudiantes acordaron pedir arbitraje de alguien imparcial y fui elegido yo.

Leí la pregunta del examen y decía: *Demuestre cómo es posible determinar la altura de un edificio con la ayuda de un barómetro.*

El estudiante había respondido: *llevo el barómetro a la azotea del edificio y le ató una cuerda muy larga. Lo descuelgo hasta la base del edificio, marco y mido. La longitud de la cuerda es igual a la longitud del edificio*.

Realmente, el estudiante había planteado un serio problema con la resolución del ejercicio, porque había respondido a la pregunta correcta y completamente. Por otro lado, si se le concedía la máxima puntuación, podría alterar el promedio de su año de estudio, obtener una nota más alta y así certificar su alto nivel en física; pero la respuesta no confirmaba que el estudiante tuviera ese nivel.

Sugerí que se le diera al alumno otra oportunidad. Le concedí seis minutos para que me respondiera la misma pregunta pero esta vez con la advertencia de que en la respuesta debía demostrar sus conocimientos de física. Habían pasado cinco minutos y el estudiante no había escrito nada. Le pregunté si deseaba marcharse, pero me contestó que tenía muchas respuestas al problema. Su dificultad era elegir la mejor de todas. Me excusé por interrumpirle y le rogué que continuara. En el minuto que le quedaba escribió la siguiente respuesta: *tomo el barómetro y lo lanzo al suelo desde la azotea del edificio, calculo el tiempo de caída con un cronómetro. Después se aplica la fórmula:*

$$h = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

Y así obtenemos la altura del edificio.

En este punto le pregunté a mi colega si el estudiante se podía retirar. Le dio la nota más alta. Tras abandonar el despacho, me reencontré con el estudiante y le pedí que me contara sus otras respuestas a la pregunta.

Bueno, respondió, hay muchas maneras, por ejemplo: tomas el barómetro en un día soleado y mides la altura del barómetro y la longitud de su sombra. Si medimos a continuación la longitud de la sombra del edificio y aplicamos una simple proporción, obtendremos también la altura del edificio.

¿CÓMO SE PUEDE MEDIR LA ALTURA DE UN EDIFICIO CON UN BARÓMETRO?

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Perfecto, le dije, ¿y de otra manera?

Sí, contestó, este es un procedimiento muy básico para medir la altura de un edificio, pero también sirve. En este método, tomas el barómetro y te sitúas en las escaleras del edificio en la planta baja. Según subes las escaleras, vas marcando la altura del barómetro y cuentas el número de marcas hasta la azotea. Multiplicas al final la altura del barómetro por el número de marcas que has hecho y ya tienes la altura. Este es un método muy directo.

Por supuesto, si lo que quiere es un procedimiento más sofisticado, puede atar el barómetro a una cuerda y moverlo como si fuera un péndulo. Si calculamos que cuando el barómetro está a la altura de la azotea la gravedad es cero y si tenemos en cuenta la medida de la aceleración de la gravedad al descender el barómetro en trayectoria circular al pasar por la perpendicular del edificio, de la diferencia de estos valores, y aplicando una sencilla fórmula trigonométrica, podríamos calcular, sin duda, la altura del edificio. En este mismo estilo de sistema, atas el barómetro a una cuerda y lo descuelgas desde la azotea a la calle. Usándolo como un péndulo puedes calcular la altura midiendo su periodo. En fin, concluyó, existen otras muchas maneras.

Probablemente, la mejor sea tomar el barómetro y golpear con él la puerta de la casa del portero. Cuando abra, decirle: Señor portero, aquí tengo un bonito barómetro. Si usted me dice la altura de este edificio, se lo regalo.

En este momento de la conversación le pregunté si no conocía la respuesta convencional al problema (la diferencia de presión marcada por un barómetro en dos lugares diferentes nos proporciona la diferencia de altura entre ambos lugares). Evidentemente, dijo que la conocía, pero que durante sus estudios, ***sus profesores habían intentado enseñarle a pensar***».

El estudiante en cuestión era Niels Bohr (1885-1962), físico danés, premio Nobel de Física en 1922, famoso por su modelo atómico y sus aportaciones a la física cuántica.

13 **Inventa una nueva forma de medir la altura del edificio con el barómetro, usando tus conocimientos de física y matemáticas.**

SOLUCIÓN

Respuesta libre.

EXPERIMENTO DE TORRICELLI CON OTROS LÍQUIDOS

NOMBRE: ____________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Recuerda que…

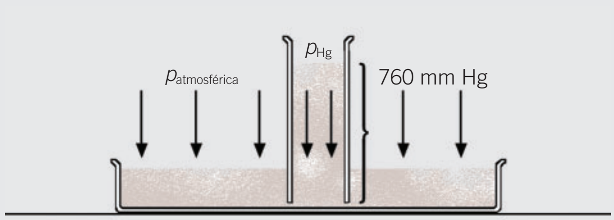
El científico italiano **Evangelista Torricelli** (1608-1647) comprobó que si intentaba vaciar el mercurio contenido en un tubo situado vertical en contacto con un recipiente también lleno de mercurio, este iba descendiendo por el tubo hasta estar a 760 mm de altura. En ese momento ya no seguía bajando.

La explicación de este fenómeno era que el nivel del mercurio del tubo dejaba de bajar y, por tanto, el nivel del mercurio del recipiente dejaba de subir cuando se igualaban las dos presiones que recibía el mercurio del recipiente, que eran: la presión del mercurio contenido en el tubo y la presión atmosférica.

La anchura del tubo no influía, pues la presión que ejerce un fluido depende de la altura de la columna de ese fluido que haya por encima, y no de la cantidad que contenga.

Como el experimento lo hizo a nivel del mar dedujo que allí la presión atmosférica era la equivalente a una columna de mercurio de 760 mm de altura.

¿Qué hubiera pasado si en lugar de mercurio, Torricelli hubiese usado otros fluidos?



2. EJERCICIO RESUELTO

Si Torricelli hubiese usado agua en lugar de mercurio, ¿a partir de qué altura ya no seguiría bajando? Datos: densidades: $d_{mercurio} = 13{,}6\,\frac{g}{cm^3}$; $d_{agua} = 1\,\frac{g}{cm^3}$.

SOLUCIÓN

La presión que ejerciera esa altura de agua debería ser igual a la que ejercían los 760 mm de mercurio:

$$p_{agua} = p_{mercurio} \rightarrow d_{agua} \cdot g \cdot h_{agua} = d_{mercurio} \cdot g \cdot h_{mercurio} \rightarrow$$

$$\rightarrow h_{agua} = \frac{d_{mercurio} \cdot h_{mercurio}}{d_{agua}} = \frac{13{,}6\,\cancel{\frac{g}{cm^3}} \cdot 760\text{ mm}}{1\,\cancel{\frac{g}{cm^3}}} = 10\,336\text{ mm} = 10{,}3\text{ m}$$

(Dividimos por g y despejamos h_{agua}.) Observa que la altura de la columna de agua es 13,6 veces más grande que la de mercurio, pues el agua es 13,6 veces menos densa.

14 **Haz el cálculo anterior si Torricelli hubiese usado batido de plátano como fluido.**
Datos: $d_{mercurio} = 13{,}6\,\frac{g}{cm^3}$; $d_{batido} = 2\,\frac{g}{cm^3}$.

SOLUCIÓN

$$p_{batido} = p_{mercurio} \rightarrow d_{batido} \cdot g \cdot h_{batido} = d_{mercurio} \cdot g \cdot h_{mercurio} \rightarrow$$

$$\rightarrow h_{batido} = \frac{d_{mercurio} \cdot h_{mercurio}}{d_{batido}} = \frac{13{,}6\,\cancel{\frac{g}{cm^3}} \cdot 760\text{ mm}}{2\,\cancel{\frac{g}{cm^3}}} = 5168\text{ mm} = 5{,}2\text{ m}$$

Observa que es la mitad de altura que en el caso del agua, pues el batido es el doble de denso.

PRINCIPIO DE FLOTACIÓN DE ARQUÍMEDES

NOMBRE: ______________ CURSO: ________ FECHA: ________

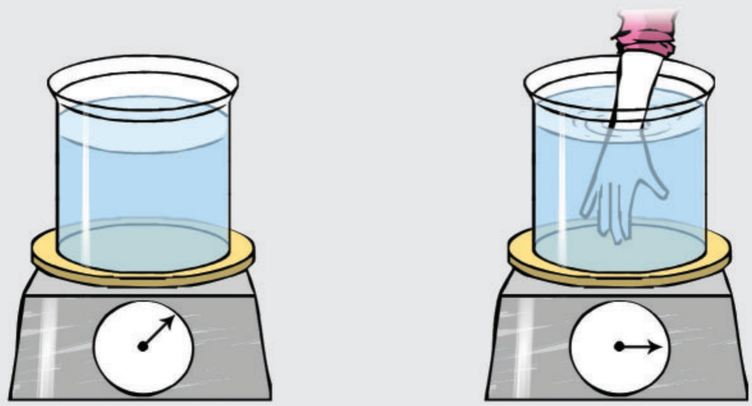
Recuerda que…

Piensa sobre el siguiente problema al que Arquímedes dio explicación hace más de 2000 años:

Si tenemos dos vasos idénticos con la misma cantidad de agua en su interior y los pesamos, la báscula indicará el mismo valor. Pero, ¿qué ocurrirá si en uno de ellos introducimos nuestra mano sin tocar las paredes? ¿Variará el peso que indica la balanza?

La respuesta intuitivamente no es sencilla, pues, o la mano flota en el agua, o podemos mantenerla en tensión dándonos la impresión que el brazo soporta su peso y no tiene por qué notarlo la balanza.

La respuesta es que **sí aumentaría el peso que indica la balanza**.



15 **Repasa tus conocimientos sobre el principio de Arquímedes y calcula cuánto aumentaría exactamente el peso que indicaría la balanza al meter la mano sabiendo que el vaso es cilíndrico, de radio 5 cm, que al meter la mano el nivel del agua subió medio centímetro y que la densidad del agua es $d = 1$ g/cm^3.**

SOLUCIÓN

Aumentaría justo el peso del líquido desalojado.

Primero hallamos el volumen del líquido desalojado:

$$V_{\text{cilindro}} = A_{\text{base}} \cdot h = \pi \cdot R^2 \cdot h = \pi \cdot (5\text{ cm})^2 \cdot 0{,}5\text{ cm} = 39{,}3\text{ cm}^3$$

Y entonces:

Como $d = \dfrac{m}{V} \rightarrow m = d \cdot V = 1\dfrac{\text{g}}{\cancel{\text{cm}^3}} \cdot 39\,\cancel{\text{cm}^3} = 39\text{ g} \rightarrow$

$$\rightarrow P = mg = 0{,}039 \cdot 9{,}8 = 0{,}382\text{ N}$$

16 **Explica lo que variaría el peso que indica la balanza si los dos vasos estuvieran llenos hasta el límite y al meter la mano se derramara agua.**

SOLUCIÓN

Pesarían lo mismo, pues el peso de la mano es el mismo que el del líquido desalojado.

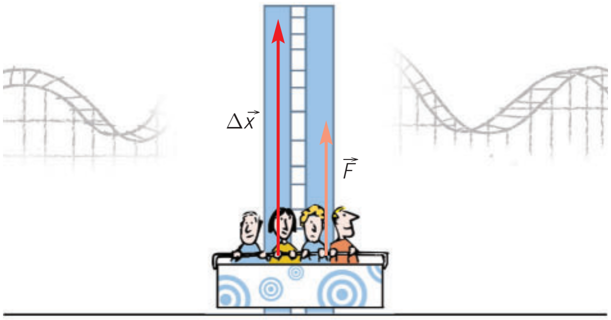
¿REALIZAN TRABAJO FÍSICO?

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

1 Indica si realizan o no trabajo desde un punto de vista físico las siguientes fuerzas efectuando los desplazamientos que se indican. Explica el motivo de tu respuesta.

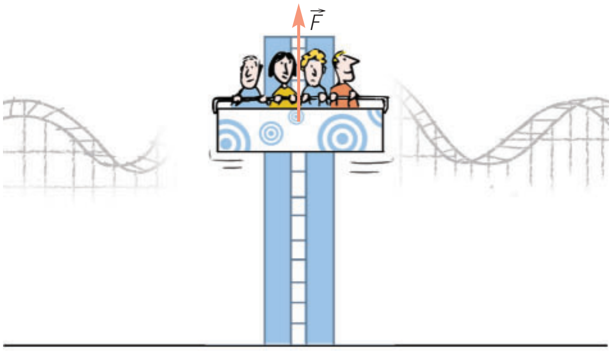
SOLUCIÓN

a) La fuerza del motor para desplazar desde el suelo hasta una cierta altura a los cuatro ocupantes de una atracción que consiste en subirlos hasta dicha altura y luego dejarlos caer en caída libre.



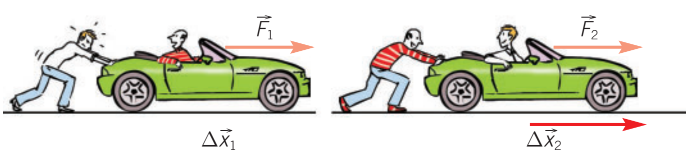
Sí realiza trabajo, pues existe una fuerza y un desplazamiento y están en la misma dirección.

b) La fuerza que sostiene durante unos segundos a los cuatro ocupantes a dicha altura, antes de dejarlos caer en el apartado a).



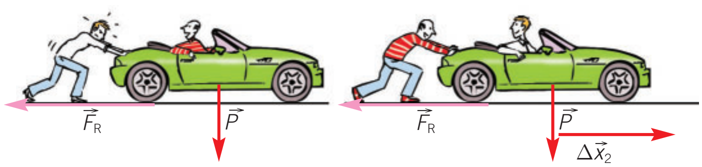
No realiza trabajo, pues existe una fuerza, pero no hay desplazamiento.

c) Las fuerzas que ejercen 2 personas que estaban en un coche que se ha parado y han bajado a empujar. Primero baja uno y el otro se pone al volante, pero no consigue mover el coche, por lo que se intercambian los puestos, logrando entonces que el coche se mueva.



Tanto el hombre 1 como el hombre 2 ejercen una fuerza, pero solo consigue un desplazamiento el hombre 2, por lo que esta es la única fuerza que realiza trabajo.

d) El peso del coche y la fuerza de rozamiento en el apartado c) para ambos casos.



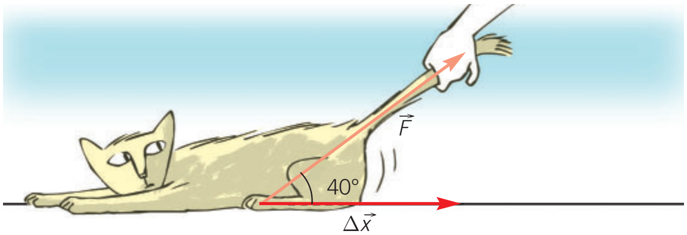
El peso del coche no realiza trabajo en ningún caso, pues en el 1.º no existe desplazamiento y en el 2.º no tiene componente en esa dirección ($\vec{P}$ y $\Delta\vec{x}$ son perpendiculares).

El rozamiento no realiza trabajo en el caso 1.º, pues no hay desplazamiento pero sí en el 2.º, pues hay fuerza, desplazamiento y están en la misma dirección. ¡La fuerza de rozamiento realiza trabajo aunque se oponga al movimiento! Será de signo contrario y representará una pérdida de energía.

¿REALIZAN TRABAJO FÍSICO?

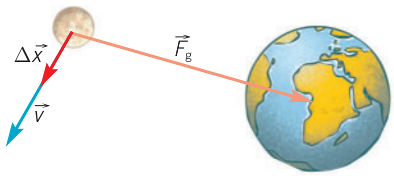
NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

e) La fuerza del brazo del dueño de un gato que lo arrastra unos metros por el suelo pues este se niega a ir al veterinario. El brazo forma un ángulo de 40° con el suelo.



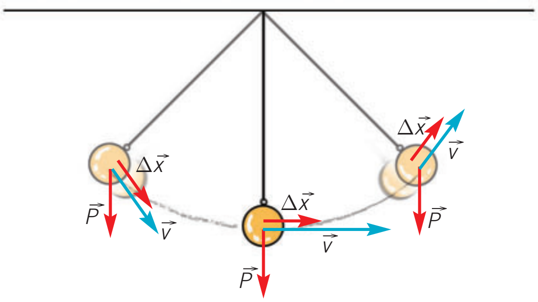
Sí realiza trabajo, pues existe fuerza y desplazamiento y, aunque no están en la misma dirección, la fuerza tiene una componente en la dirección del desplazamiento (de valor $F \cdot \cos 40°$).

f) La fuerza gravitatoria con la que la Tierra atrae a la Luna, mientras esta se desplaza por su órbita.



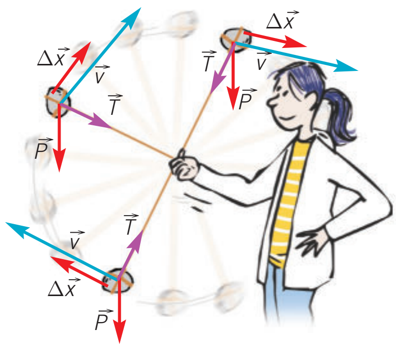
No realiza trabajo, pues existe fuerza y desplazamiento, pero este, en cada instante de tiempo tiene la misma dirección y sentido que la velocidad, es decir, es tangente a la trayectoria, por lo que es perpendicular a la fuerza gravitatoria. La fuerza no tiene componente en la dirección del desplazamiento.

g) La fuerza gravitatoria en el movimiento de un péndulo.



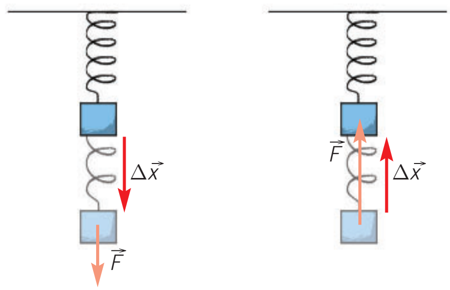
Sí realiza trabajo, pues hay fuerza, desplazamiento, y ambos solo son perpendiculares cuando el péndulo pasa por la posición de equilibrio, cuando está abajo. El peso siempre es perpendicular al suelo, va dirigido al centro de la Tierra. En cambio, la dirección del desplazamiento es tangente a la trayectoria. El ángulo que forman ambos cambia continuamente.

h) La tensión y el peso cuando una niña gira una piedra atada a una cuerda en un plano perpendicular al suelo.



La tensión no realiza trabajo, pues siempre es perpendicular al desplazamiento (tangente a la trayectoria). El peso, en cambio, sí realiza trabajo, pues siempre es perpendicular al suelo, va dirigido hacia el centro de la Tierra y el ángulo que forma con el desplazamiento cambia continuamente.

i) La fuerza con la que estiramos un muelle para desplazarlo de su posición de equilibrio y la fuerza que ejerce el muelle para devolverlo a su posición original.



Sí realizan trabajo, pues ambas están en la misma dirección que el desplazamiento.

PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA (I)

NOMBRE: ____________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Recuerda que...

Cuando sobre un cuerpo que cambia su posición y su velocidad solo actúa la fuerza gravitatoria, no actúa ninguna fuerza más, la energía mecánica del cuerpo se mantiene constante, es decir, tiene el mismo valor durante todo el proceso. A este principio de conservación se le llama **principio de conservación de la energía mecánica**. Recordemos que la energía mecánica es la suma de la energía cinética y la potencial:

$$E_M = E_C + E_P$$

1. EJERCICIO RESUELTO

Una persona está asomada a la calle desde lo alto de una azotea situada en un edificio de 30 m de altura cuando se le caen las gafas.

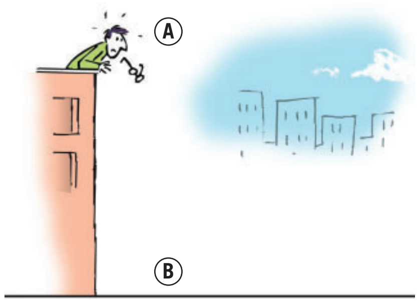
SOLUCIÓN

a) ¿Con qué velocidad llegarán las gafas al suelo?

Seguro que podrías resolver este problema usando tus conocimientos de cinemática, pero en física también podemos resolver cualquier problema desde un punto de vista energético.

En este problema, como solo actúa la fuerza gravitatoria (va acelerando las gafas), se cumple el principio de conservación de la energía mecánica. La energía mecánica es constante en el proceso de caída, así que la cantidad de energía potencial que pierden las gafas al caer, la ganan en energía cinética, permaneciendo constante la suma de ambas. Seguimos los siguientes pasos:

1. Como la energía mecánica es constante durante la caída, la igualamos en dos puntos: En el que tenemos datos (arriba, posición A) y en el que queremos saber algo (abajo, posición B):



$$E_M = \text{cte.} \rightarrow E_{M\,A} = E_{M\,B} \rightarrow E_{C\,A} + E_{P\,A} = E_{C\,B} + E_{P\,B} \rightarrow$$
$$\rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B$$

2. De los cuatro términos vemos si alguno se anula. Fíjate que se anulará la energía cinética donde la velocidad sea cero, y la energía potencial, donde la altura sea cero:

   En este caso $v_A = 0$, pues «se le caen las gafas» y $h_B = 0$. Por tanto, se anulan dos términos:

$$\frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B \rightarrow mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2$$

3. Dividimos por m y se va la masa. Como ya sabíamos (Galileo), la velocidad con que llegarán al suelo será independiente de su masa:

$$mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2 \rightarrow gh_A = \frac{1}{2}v_B^2$$

4. Despejamos lo que me piden (v_B) y sustituimos los datos:

$$v_B^2 = 2gh_A \rightarrow v_B = \sqrt{2gh_A} = \sqrt{2 \cdot 9{,}8 \cdot 30} = 24{,}25 \text{ m/s}$$

continúa →

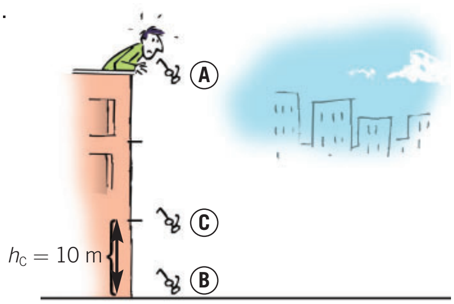
PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA (I)

NOMBRE: ____________________ CURSO: __________ FECHA: __________

b) ¿Qué velocidad tendrán las gafas cuando estén a 10 m sobre el suelo?

Para resolver cualquier pregunta sobre *h* o *v*, seguimos los cuatro pasos anteriores:

1.



Como la energía mecánica es constante durante la caída, la igualamos en dos puntos: En alguno que tengamos datos (posición A o bien posición B, pues ya sabemos ($h_B = 0$ y $v_B = 24{,}25$ m/s) y en el que queremos saber algo (nueva posición C):

$$E_M = \text{cte.} \rightarrow E_{M\,A} = E_{M\,C} \rightarrow E_{C\,A} + E_{P\,A} = E_{C\,C} + E_{P\,C} \rightarrow$$
$$\rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_C^2 + mgh_C$$

2. De los cuatro términos vemos si alguno se anula: en este caso solo se anula $v_A = 0$.

$$\frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_C^2 + mgh_C \rightarrow mgh_A = \frac{1}{2}mv_C^2 + mgh_C$$

3. Dividimos por *m* y se va la masa:

$$gh_A = \frac{1}{2}v_C^2 + gh_C$$

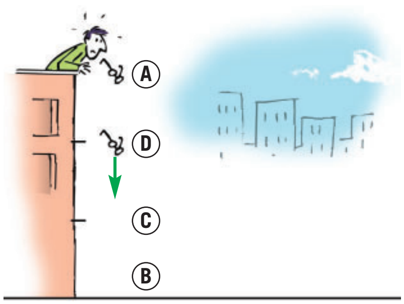
4. Despejamos lo que nos piden (v_C) y sustituimos los datos:

$$\frac{1}{2}v_C^2 = gh_A - gh_C \rightarrow v_C^2 = 2g \cdot (h_A - h_C) \rightarrow$$
$$\rightarrow v_C = \sqrt{2g \cdot (h_A - h_C)} = \sqrt{2 \cdot 9{,}8 \cdot (30 - 10)} = 19{,}8 \text{ m/s}$$

c) ¿A qué altura sobre el suelo estaban las gafas cuando llevaban una velocidad de 10 m/s?

Volvemos a aplicar los pasos anteriores:

1.



Como la energía mecánica es constante durante la caída, la igualamos en dos puntos: en alguno que tengamos datos (posiciones A, B o C. Nos interesa A o B, pues se anula un término) y en el que queremos saber algo (nueva posición D):

$$E_M = \text{cte.} \rightarrow E_{M\,A} = E_{M\,D} \rightarrow E_{C\,A} + E_{P\,A} = E_{C\,D} + E_{P\,D} \rightarrow$$
$$\rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_D^2 + mgh_D$$

2. De los cuatro términos vemos si alguno se anula: vuelve a anularse solo $v_A = 0$. Por tanto:

$$\frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_D^2 + mgh_D \rightarrow mgh_A = mgh_A = \frac{1}{2}mv_D^2 + mgh_D$$

3. Dividimos por *m* y se va la masa:

$$gh_A = \frac{1}{2}v_D^2 + gh_D$$

4. Despejamos lo que nos piden (h_D) y sustituimos los datos:

$$gh_D = gh_A - \frac{1}{2}v_D^2 \rightarrow h_D = \frac{gh_A - \frac{1}{2}v_D^2}{g} = \frac{9{,}8 \cdot 30 - \frac{1}{2} \cdot 10^2}{9{,}8} = 24{,}9 \text{ m}$$

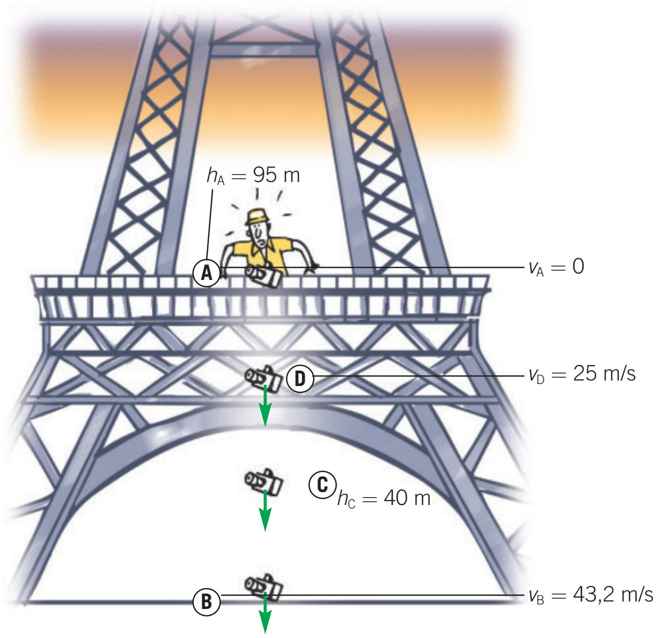
PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA (II)

NOMBRE: ____________________ CURSO: __________ FECHA: __________

2 **Sigue los pasos del ejemplo y resuelve el siguiente ejercicio. A un turista se le cae una cámara de fotos cuando se encontraba en la primera planta de la torre Eiffel situada a 95 m sobre el suelo:**

SOLUCIÓN

a) Enuncia el principio de conservación de la energía mecánica y explica qué le va pasando a la energía cinética, potencial y mecánica mientras la cámara cae. Haz un dibujo del problema con los datos, y ve completándolo con los siguientes apartados.



Cuando solo actúa la fuerza gravitatoria, la energía mecánica permanece constante.

Según cae la cámara, disminuye su energía potencial en la misma medida que aumenta la energía cinética, permaneciendo invariable la suma de ambas, que es la energía mecánica.

b) ¿Con qué velocidad llegará la cámara al suelo? Sigue los siguientes pasos:

1. Iguala la energía mecánica en las dos posiciones que te interese, dibujándolas en el apartado a) y escribiendo sobre el dibujo los datos que conozcas.

$$E_M = \text{cte.} \rightarrow E_{M\,A} = E_{M\,B} \rightarrow E_{C\,A} + E_{P\,A} = E_{C\,B} + E_{P\,B} \rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B$$

2. Explica si algún término se anula y elimínalo.

En este caso $v_A = 0$, pues «se le cae la cámara» y $h_B = 0$.

Por tanto, se anulan dos términos:

$$\frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B \rightarrow mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2$$

3. Divide por m.

$$mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2 \rightarrow gh_A = \frac{1}{2}v_B^2$$

4. Despeja lo que te piden y sustituye los datos.

$$v_B^2 = 2gh_A \rightarrow v_B = \sqrt{2gh_A} = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 95} = 43,2 \text{ m/s}$$

PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA (II)

NOMBRE: ____________________ CURSO: __________ FECHA: __________

c) ¿Qué velocidad tendrá la cámara cuando esté a 40 m sobre el suelo?

1. Iguala la energía mecánica en las dos posiciones que te interese, dibujándolas en el apartado a) y escribiendo sobre el dibujo los datos que conozcas.

$$E_M = \text{cte.} \rightarrow E_{MA} = E_{MC} \rightarrow E_{CA} + E_{PA} = E_{CC} + E_{PC} \rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_C^2 + mgh_C$$

2. Explica si algún término se anula y elimínalo.

$v_A = 0$. Por tanto:

$$\frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_C^2 + mgh_C \rightarrow mgh_A = \frac{1}{2}mv_C^2 + mgh_C$$

3. Divide por m.

$$gh_A = \frac{1}{2}v_C^2 + gh_C$$

4. Despeja lo que te piden y sustituye los datos.

$$\frac{1}{2}v_C^2 = gh_A - gh_C \rightarrow v_C^2 = 2g \cdot (h_A - h_C) \rightarrow$$

$$\rightarrow v_C = \sqrt{2g \cdot (h_A - h_C)} = \sqrt{2 \cdot 9{,}8 \cdot (95 - 40)} = 32{,}8 \text{ m/s}$$

d) ¿A qué altura sobre el suelo estará la cámara cuando su velocidad sea de 25 m/s?

1. Iguala la energía mecánica en las dos posiciones que te interese, dibujándolas en el apartado a) y escribiendo sobre el dibujo los datos que conozcas.

$$E_M = \text{cte.} \rightarrow E_{MA} = E_{MD} \rightarrow E_{CA} + E_{PA} = E_{CD} + E_{PD} \rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_D^2 + mgh_D$$

2. Explica si algún término se anula y elimínalo.

$v_A = 0$. Por tanto:

$$\frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_D^2 + mgh_D \rightarrow mgh_A = \frac{1}{2}mv_D^2 + mgh_D$$

3. Divide por m.

$$gh_A = \frac{1}{2}v_D^2 + gh_D$$

4. Despeja lo que te piden y sustituye los datos.

$$gh_D = gh_A - \frac{1}{2}v_D^2 \rightarrow h_D = \frac{gh_A - \frac{1}{2}v_D^2}{g} = \frac{9{,}8 \cdot 95 - \frac{1}{2} \cdot 25^2}{9{,}8} = 63{,}1 \text{ m}$$

e) ¿Tiene la cámara igual energía potencial que cinética a mitad de camino antes de llegar al suelo? Haz un razonamiento sin operar con números.

Sí, ya que cuando h se reduce a la mitad, la E_P también se reduce a la mitad ($E_P = mgh$) y la otra mitad se habrá transformado en E_C, por lo que son iguales.

¿Y si el turista hubiese lanzado la cámara hacia abajo con una velocidad inicial? Haz un razonamiento sin operar con números.

Entonces no serían iguales, pues a mitad de camino tendría una energía cinética suma de la mitad de E_P que ha perdido, igual que antes, más la energía cinética que ya tenía debido a la velocidad inicial. A mitad de camino es mayor la cinética que la potencial.

PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA (III)

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

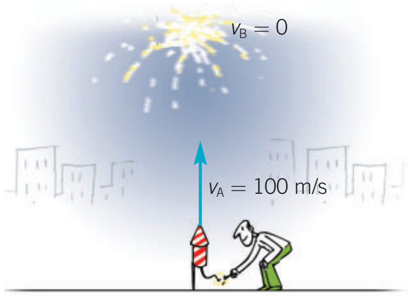
2. EJERCICIO RESUELTO

Un cohete de fuegos artificiales sale propulsado hacia arriba con una velocidad de 100 m/s. Usando el principio de conservación de la energía, calcula:

SOLUCIÓN

a) ¿Qué altura máxima alcanzará?

En este problema, como solo actúa la fuerza gravitatoria (que va frenando al cohete), se cumple el principio de conservación de la energía mecánica. La energía mecánica es constante en el proceso de subida, así que la cantidad de energía cinética que va perdiendo el cohete mientras sube, la va ganando en energía potencial, permaneciendo la suma de ambas constante. Seguimos los siguientes pasos:

1. 

Como la energía mecánica es constante durante la subida, la igualamos en dos puntos: en el que tenemos datos (abajo, posición A) y en el que queremos saber algo (arriba, posición B):

$$E_M = \text{cte.} \rightarrow E_{M\,A} = E_{M\,B} \rightarrow$$
$$\rightarrow E_{C\,A} + E_{P\,A} = E_{C\,B} + E_{P\,B} \rightarrow$$
$$\rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B$$

2. De los cuatro términos vemos si alguno se anula. Fíjate que se anulará la energía cinética donde la velocidad sea cero, y la energía potencial donde la altura sea cero.

   En este caso $h_A = 0$ y $v_B = 0$ (ya que cuando se para es cuando alcanza la altura máxima, si no se parara seguiría subiendo).

   Por tanto, se anulan dos términos:

   $h_A = 0$; $v_B = 0$.

$$\frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B \rightarrow$$
$$\rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 = mgh_B$$

3. Dividimos por m y se va la masa. Como ya sabíamos (Galileo), la altura máxima que alcanzará será independiente de su masa:

$$\frac{1}{2}mv_A^2 = mgh_B \rightarrow \frac{1}{2}v_A^2 = gh_B$$

4. Despejamos lo que nos piden (h_B) y sustituimos los datos:

$$h_B = \frac{v_A^2}{2g} = \frac{100^2}{2 \cdot 9{,}8} = 510{,}2 \text{ m}$$

   Esta es la altura máxima. (Hemos supuesto que el cohete solo recibe impulso al inicio del recorrido, lo cual no es del todo cierto.)

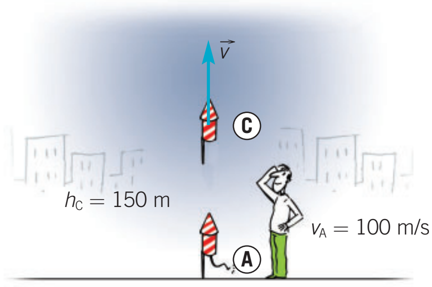
b) ¿Qué velocidad tendrán el cohete cuando esté a 150 m sobre el suelo?

Para resolver cualquier pregunta sobre h o v, seguimos los cuatro pasos anteriores.

continúa →

PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA (III)

NOMBRE: ______________________________ CURSO: ____________ FECHA: ____________

1. 

Como la energía mecánica es constante durante la subida, la igualamos en dos puntos: en alguno que tengamos datos (posición A o bien posición B, pues ya sabemos que $h_B = 510{,}2$ m y $v_B = 0$ m/s y en el que queremos saber algo (nueva posición C):

$$E_M = \text{cte.} \rightarrow E_{M\,A} = E_{M\,C} \rightarrow E_{C\,A} + E_{P\,A} = E_{C\,C} + E_{P\,C} \rightarrow$$
$$\rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_C^2 + mgh_C$$

2. De los cuatro términos vemos si alguno se anula: en este caso solo se anula $h_A = 0$. Por tanto:

$$\frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_C^2 + mgh_C \rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2}mv_C^2 + mgh_C$$

3. Dividimos por m y se va la masa:

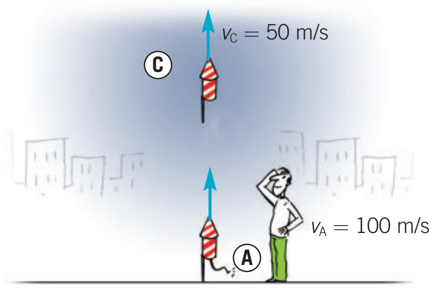
$$\frac{1}{2}v_A^2 = \frac{1}{2}v_C^2 + gh_C$$

4. Despejamos lo que nos piden (v_C) y sustituimos los datos:

$$\frac{1}{2}v_C^2 = \frac{1}{2}v_A^2 - gh_C \rightarrow v_C^2 = 2 \cdot \left(\frac{1}{2}v_A^2 - gh_C\right) \rightarrow$$
$$\rightarrow v_C = \sqrt{v_A^2 - 2gh_C} = \sqrt{100^2 - 2 \cdot 9{,}8 \cdot 150} = 84 \text{ m/s}$$

c) ¿A qué altura sobre el suelo estaba el cohete cuando su velocidad era de 50 m/s?

Volvemos a aplicar los pasos anteriores:

1. 

Como la energía mecánica es constante durante la subida, la igualamos en dos puntos: en alguno que tengamos datos (posiciones A, B o C. Nos interesa A o B, pues se anula un término) y en el que queremos saber algo (nueva posición D):

$$E_M = \text{cte.} \rightarrow E_{M\,A} = E_{M\,D} \rightarrow E_{C\,A} + E_{P\,A} = E_{C\,D} + E_{P\,D} \rightarrow$$
$$\rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_D^2 + mgh_D$$

2. De los cuatro términos, vemos si alguno se anula: vuelve a anularse solo $h_A = 0$. Por tanto:

$$\frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_D^2 + mgh_D \rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2}mv_D^2 + mgh_D$$

3. Dividimos por m y se va la masa:

$$\frac{1}{2}v_A^2 = \frac{1}{2}v_D^2 + gh_D$$

4. Despejamos lo que nos piden (h_D) y sustituimos los datos:

$$gh_D = \frac{1}{2}v_A^2 - \frac{1}{2}v_D^2 \rightarrow h_D = \frac{\frac{1}{2} \cdot (v_A^2 - v_D^2)}{g} = \frac{\frac{1}{2} \cdot (100^2 - 50^2)}{9{,}8} = 382{,}7 \text{ m}$$

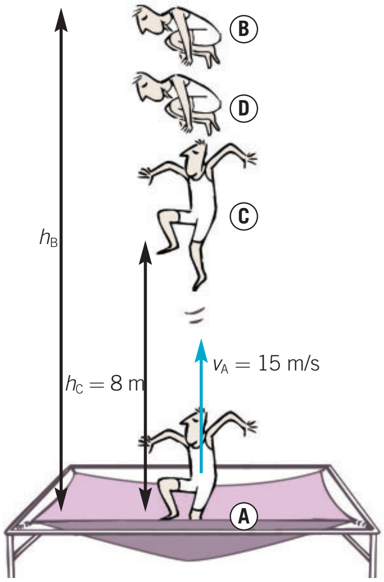
PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA (IV)

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

3 **Sigue los pasos del ejemplo y resuelve el siguiente ejercicio. Un acróbata de un circo salta sobre una cama elástica impulsándose hacia arriba con una velocidad de 15 m/s.**

SOLUCIÓN

a) Enuncia el principio de conservación de la energía mecánica y explica qué le va pasando a la energía cinética, potencial y mecánica del acróbata mientras sube. Haz un dibujo del problema con los datos, y ve completándolo con los siguientes apartados.



Cuando solo actúa la fuerza gravitatoria, la energía mecánica permanece constante. Según sube el acróbata disminuye su energía cinética en la misma medida que aumenta la energía potencial, permaneciendo invariable la suma de ambas, que es la energía mecánica.

b) ¿A qué altura máxima sobre la cama elástica sube el acróbata?

Sigue los siguientes pasos:

1. Iguala la energía mecánica en las dos posiciones que te interese, dibujándolas en el apartado a y escribiendo sobre el dibujo los datos que conozcas.

$$E_M = \text{cte.} \rightarrow E_{M\,A} = E_{M\,B} \rightarrow E_{C\,A} + E_{P\,A} = E_{C\,B} + E_{P\,B} \rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B$$

2. Explica si algún término se anula y elimínalo.

En este caso $v_A = 0$ y $h_B = 0$, ya que se para cuando alcanza la altura máxima; si no se parara seguiría subiendo).

Por tanto, se anulan dos términos:

$$\frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B \rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 = mgh_B$$

3. Divide por m.

$$\frac{1}{2}mv_A^2 = mgh_B \rightarrow \frac{1}{2}v_A^2 = gh_B$$

4. Despeja lo que te piden y sustituye los datos.

$$h_B = \frac{v_A^2}{2g} = \frac{15^2}{2 \cdot 9{,}8} = 11{,}5 \text{ m}$$

PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA MECÁNICA (IV)

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

c) ¿Qué velocidad tendrá el acróbata cuando esté a 8 m sobre la cama elástica?

1. Iguala la energía mecánica en las dos posiciones que te interese, dibujándolas en el apartado a) y escribiendo los datos que conozcas.

$$E_M = \text{cte.} \rightarrow E_{MA} = E_{MC} \rightarrow E_{CA} + E_{PA} = E_{CC} + E_{PC} \rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_C^2 + mgh_C$$

2. Explica si algún término se anula y elimínalo.

$h_A = 0$. Por tanto:

$$\frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_C^2 + mgh_C \rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2}mv_C^2 + mgh_C$$

3. Divide por m.

$$\frac{1}{2}v_A^2 = \frac{1}{2}v_C^2 + gh_C$$

4. Despeja lo que te piden y sustituye los datos.

$$\frac{1}{2}v_C^2 = \frac{1}{2}v_A^2 - gh_C \rightarrow v_C^2 = 2 \cdot \left(\frac{1}{2}v_A^2 - gh_C\right) \rightarrow$$

$$\rightarrow v_C = \sqrt{v_A^2 - 2gh_C} = \sqrt{15^2 - 2 \cdot 9{,}8 \cdot 8} = 8{,}26 \text{ m/s}$$

d) ¿A qué altura sobre la cama elástica estará el acróbata cuando su velocidad sea de 5 m/s?

1. Iguala la energía mecánica en las dos posiciones que te interese, dibujándolas en el apartado a) y escribiendo sobre el dibujo los datos que conozcas.

$$E_M = \text{cte.} \rightarrow E_{MA} = E_{MD} \rightarrow E_{CA} + E_{PA} = E_{CD} + E_{PD} \rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_D^2 + mgh_D$$

2. Explica si algún término se anula y elimínalo.

$h_A = 0$. Por tanto:

$$\frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_D^2 + mgh_D \rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2}mv_D^2 + mgh_D$$

3. Divide por m.

$$\frac{1}{2}v_A^2 = \frac{1}{2}v_D^2 + gh_D$$

4. Despeja lo que te piden y sustituye los datos.

$$gh_D = \frac{1}{2}v_A^2 - \frac{1}{2}v_D^2 \rightarrow h_D = \frac{\frac{1}{2} \cdot (v_A^2 - v_D^2)}{g} = \frac{\frac{1}{2} \cdot (15^2 - 5^2)}{9{,}8} = 10{,}2 \text{ m}$$

e) ¿En qué posición la energía potencial del acróbata será mayor que la energía cinética que tiene cuando se impulsa?

Razónalo sin operar con números.

En ninguna. La máxima energía potencial que puede tener es el valor de la energía cinética abajo, que ocurre, como ya hemos visto, arriba del todo, donde no hay energía cinética, donde toda la cinética de abajo se ha transformado en potencial.

PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA (I)

NOMBRE: ____________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Recuerda que...

Cuando un sistema evoluciona, la energía total del sistema permanece constate, se conserva.
Cuando en un proceso, además de la fuerza gravitatoria, actúan otras fuerzas (fuerza de rozamiento, fuerzas externas…), la energía mecánica ya no permanece constante. En el principio de conservación de la energía hay que tener en cuenta las aportaciones de energía o las pérdidas de energía debido a estas nuevas fuerzas.

Una representación intuitiva del principio de conservación de la energía, que es la que usaremos, es la siguiente:

(Energía inicial) + (Energía que gana) − (Energía que pierde) = Energía final

En la anterior expresión representaremos las energías que experimentan algún cambio, las que permanezcan constantes no se incluyen, pues al ser igual en la energía inicial y en la energía final, se simplifican.

- **¿Qué hace que el sistema gane energía?**
  El trabajo que realizan las fuerzas exteriores que estén a favor del movimiento.
- **¿Qué hace que el sistema pierda energía?**
  El trabajo que realizan las fuerzas exteriores que estén en contra del movimiento. Por ejemplo, la fuerza de rozamiento.

Recuerda que **el trabajo es una forma de energía** relacionada con las fuerzas.

3. EJERCICIO RESUELTO

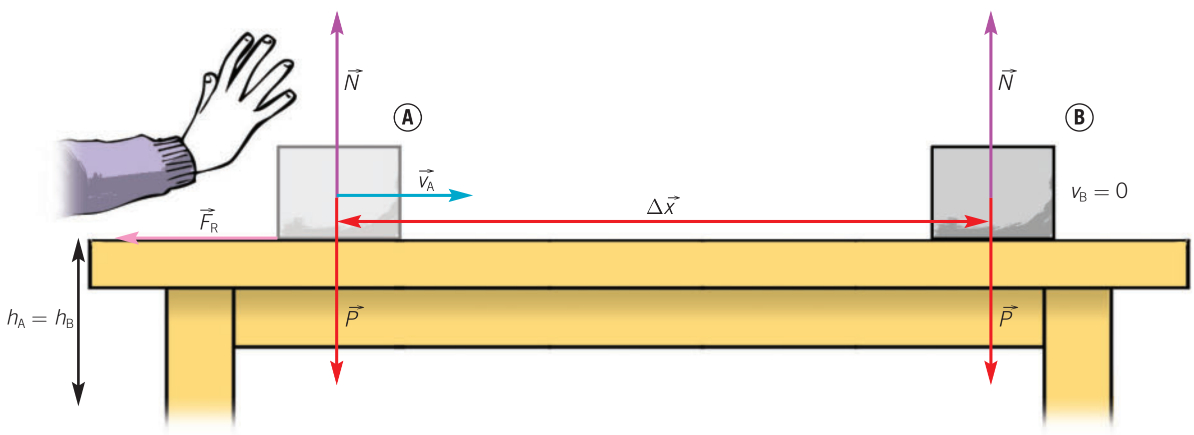
Lanzamos un cuerpo por una mesa horizontal con una velocidad de 8 m/s. El coeficiente de rozamiento entre el cuerpo y la mesa es $\mu = 0{,}7$. Contesta.

SOLUCIÓN

a) ¿Qué distancia recorrerá hasta pararse?

Podrías resolver el problema con tus conocimientos sobre dinámica, pero cualquier problema físico se puede solucionar desde un punto de vista energético:

Dibujemos la situación inicial (posición A) y la situación final (posición B):



(Energía inicial) + (Energía que gana) − (Energía que pierde) = Energía final

continúa →

PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA (I)

NOMBRE: ______ CURSO: ______ FECHA: ______

En este caso:

- Energía inicial:

$$E_{M\,A} = E_{C\,A} + E_{P\,A}$$

- Energía final:

$$E_{M\,B} = E_{C\,B} + E_{P\,B} = E_{P\,B}\ (E_{C\,B} = 0,\ \text{pues } v_B = 0)$$

- Energía que gana → 0. No hay fuerzas exteriores.
- Energía que pierde → $W_{F\,Roz}$.

Con lo que el principio de conservación de la energía queda:

(Energía inicial) + (Energía que gana) − (Energía que pierde) = Energía final

Es decir:

$$E_{C\,A} + E_{P\,A} - W_{F\,Roz.} = E_{P\,B}$$

En la anterior ecuación sobran $E_{P\,A}$ y $E_{P\,B}$, ya que la energía potencial no cambia, pues la altura no varía, con lo que se van, quedando:

$$E_{C\,A} - W_{F\,Roz.} = 0 \rightarrow E_{CA} = W_{F\,Roz.}$$

Podemos leer la ecuación resultante como:

La cantidad de energía cinética que llevaba el cuerpo inicialmente la ha consumido en su totalidad el trabajo de la fuerza de rozamiento, pues ambas cantidades de energía son iguales.

Ahora calculamos el valor de $E_{C\,A}$ y $W_{F\,Roz.}$:

- $E_{C\,A} = \frac{1}{2} m v_A^2$
- $W_{F\,Roz.} = F_R \cdot \Delta x \cdot \cos 180° = \mu \cdot mg \cdot \Delta x \cdot (-1)$

Ya que:

$$F_R = \mu \cdot N = \mu \cdot P = \mu \cdot mg \ \text{ y } \cos 180° = -1$$

(2.ª ley Newton → $N = P$.)

Tomamos el $W_{F\,Roz.}$ en valor absoluto, pues ya hemos tenido en cuenta su signo menos al restar la energía perdida.

Entonces:

$$E_{C\,A} = W_{F\,Roz.} \rightarrow \frac{1}{2} m v_A^2 = \mu \cdot mg \cdot \Delta x \rightarrow \frac{1}{2} v_A^2 = \mu \cdot g \cdot \Delta x \rightarrow$$

(Se simplifica la masa m.)

$$\rightarrow \Delta x = \frac{v_A^2}{2\mu g} = \frac{8^2}{2 \cdot 0{,}7 \cdot 9{,}8} = 4{,}7 \text{ m recorrerá hasta pararse.}$$

b) ¿En qué se ha transformado ahora el trabajo que ha hecho la fuerza de rozamiento que a su vez transformó la energía cinética?

En otra forma de energía llamada **calor** –que seguramente habrá provocado un aumento de temperatura del cuerpo y de la mesa, poco apreciable al tener los cuerpos mucha masa–, que estudiarás en otro tema.

PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA (II)

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

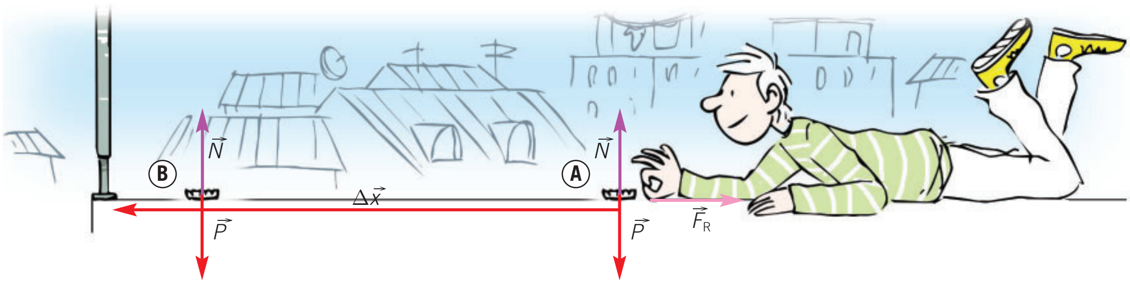
4 **Sigue los pasos del ejemplo y usando el principio de conservación de la energía resuelve el siguiente ejercicio. Un niño está tumbado en una azotea y golpea una chapa con el dedo imprimiéndole una velocidad de 4 m/s. El coeficiente de rozamiento entre la chapa y el suelo es $\mu = 0{,}2$.**

SOLUCIÓN

a) ¿Caerá la chapa al vacío pasando por debajo de la valla de la azotea situada a 3,5 m de la chapa cuando fue golpeada? (Pista: piensa en la distancia que recorrería la chapa hasta pararse.)

1. Haz un dibujo del problema con la chapa en una supuesta posición final en la que se pararía. Dibuja todos los vectores necesarios.

Resolvemos el problema calculando el espacio que recorrería hasta pararse y así sabremos si caerá o no. Llamamos posición B a la supuesta posición en que la chapa se pararía.



2. Escribe el principio de conservación de la energía y desarróllalo para este problema.

(Energía inicial) + (Energía que gana) − (Energía que pierde) = Energía final

- Energía inicial → $E_{M\,A} = E_{C\,A} + E_{P\,A}$.
- Energía final → $E_{M\,B} = E_{C\,B} + E_{P\,B} = E_{P\,B}$ ($E_{C\,B} = 0$, pues $v_B = 0$).
- Energía que gana → 0. No hay fuerzas exteriores.
- Energía que pierde → $W_{F\,Roz.}$

Con lo que el principio de conservación de la energía queda:

$$E_{C\,A} + E_{P\,A} - W_{F\,Roz.} = E_{PB}$$

3. Despeja el desplazamiento de la chapa hasta pararse y sustituye los datos.

En la anterior ecuación sobran E_{PA} y E_{PB}, ya que la energía potencial no cambia, pues la altura no varía hasta que empieza a caer, con lo que se van, quedando:

$$E_{C\,A} - W_{F\,Roz.} = 0 \rightarrow E_{C\,A} = W_{F\,Roz.}$$

Y como $E_{C\,A} = W_{F\,Roz.} \rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 = \mu \cdot mg \cdot \Delta x \rightarrow \Delta x = \frac{v_A^2}{2\mu g} = \frac{4^2}{2 \cdot 0{,}2 \cdot 9{,}8} = 4{,}1$ m recorrería la chapa hasta pararse.

4. Responde a la pregunta.

Como la distancia que recorrería hasta pararse (4,1 m) es mayor que la distancia a la valla (3,5 m) la chapa se caería al vacío. Habría que corregir el dibujo inicial.

b) En caso de caer, ¿qué trayectoria llevaría la chapa por el aire?

Trayectoria **parabólica**, con la velocidad de salida de la azotea constante en el eje X y un MRUA en el eje Y, debido a la aceleración de la gravedad, *g*.

PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA (II)

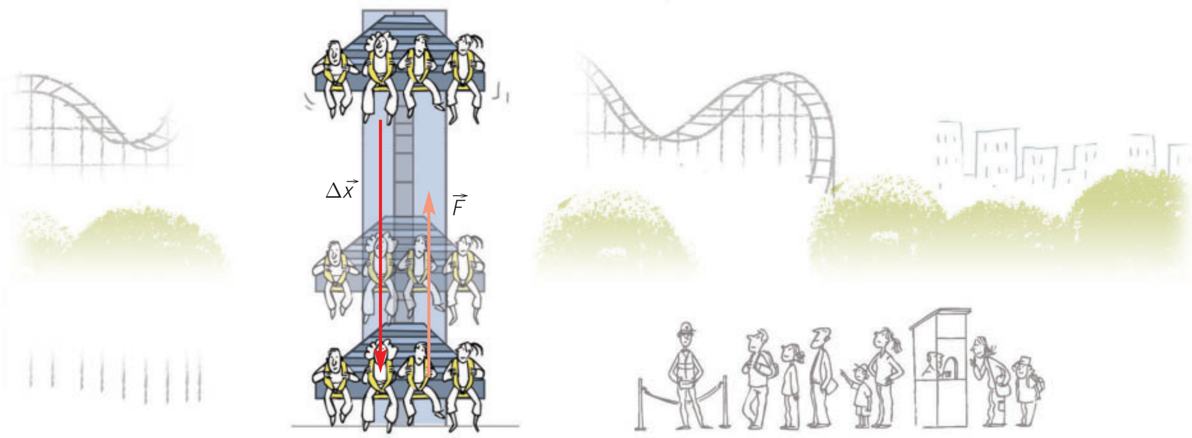
NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

5 **En «La lanzadera» del parque de atracciones de Madrid, sus tripulantes caen 53 m en caída libre y luego son frenados por unas fuerzas magnéticas mientras descienden 5 m más, quedando parados a 4 m del suelo. La masa conjunta del habitáculo con las personas es de una tonelada.**

SOLUCIÓN

a) Calcula el trabajo que realizan las fuerzas magnéticas de frenado.

1. Haz un dibujo con los datos del problema.



2. Señala las posiciones inicial (arriba) y final (abajo, cuando se paran) y escribe el principio de conservación de la energía para este caso.

(Energía inicial) + (Energía que gana) − (Energía que pierde) = Energía final

En este caso:

- Energía inicial → $E_{M\,A} = E_{C\,A} + E_{P\,A} = E_{P\,A}$ ($E_{C\,A} = 0$, pues arriba está parado).
- Energía final → $E_{M\,B} = E_{C\,B} + E_{P\,B} = E_{P\,B}$ ($E_{C\,B} = 0$, pues abajo se para).
- Energía que gana → 0. No hay fuerzas exteriores.
- Energía que pierde → $W_{F\text{ magnética}}$.

Con lo que el principio de conservación de la energía queda:

$$E_{P\,A} - W_{F\text{ magnética}} = E_{P\,B}$$

3. Despeja el trabajo que realizan las fuerzas magnéticas de frenado (tómalo en valor absoluto) y sustituye los datos del problema.

$$W_{F\text{ magnética}} = E_{P\,B} - E_{P\,A} = mgh_B - mgh_A = mg \cdot (h_B - h_A) = 1000 \cdot 9{,}8 \cdot (58 - 4) = 5{,}3 \cdot 10^5\ \text{J}$$

b) ¿Cuál es la fuerza magnética que ejerce el sistema de frenado?

1. Escribe la expresión que relaciona el $W_{F\text{ magnética}}$ con la $F_{\text{magnética}}$ y tómalo en valor absoluto.

$$\left|W_{F\text{ magnética}}\right| = \left|F_{\text{magnética}} \cdot \Delta x \cdot \cos 180^\circ\right| = \left|F_{\text{magnética}} \cdot \Delta x \cdot (-1)\right| = F_{\text{magnética}} \cdot \Delta x$$

2. Despeja $F_{\text{magnética}}$.

$$F_{\text{magnética}} = \frac{W_{F\text{ magnética}}}{\Delta x} = \frac{5{,}3 \cdot 10^5\ \text{J}}{5\ \text{m}} = 1{,}1 \cdot 10^5\ \text{N}$$

ENERGÍA INTERNA Y TEMPERATURA

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Recuerda que...

Concepto de temperatura

Intuitivamente es fácil entender el concepto de temperatura. Cuando nos ponemos enfermos y nos notamos calientes, enseguida decimos que tenemos fiebre y nos ponemos el termómetro para ver en cuántos grados –o décimas– nos ha subido la temperatura corporal.

Desde el punto de vista macroscópico, la temperatura no es más que una medida de cuán rápido se mueven las partículas debido a la energía térmica que contiene un sistema.

Pero vamos a intentar ver qué significa a través de la definición de energía interna.

Energía interna

Se entiende por **energía interna** de un sistema la energía asociada con los componentes microscópicos de un sistema (átomos y moléculas) y que viene expresada como la suma de todas las energías asociadas a todas las partículas que constituyen dicho sistema.

El caso que mejor refleja la relación entre el movimiento de las partículas y la temperatura (manifestación macroscópica de un fenómeno microscópico) es el estudio de las moléculas de un gas ideal. Se entiende por gas ideal aquel en el que las moléculas que lo componen chocan de manera totalmente elástica y no existen fuerzas intermoleculares. Se puede visualizar como un conjunto de esferas que chocan entre ellas, pero que no interaccionan. En este tipo de gases toda la energía interna es energía cinética (ya que el resto de las energías son nulas) y, por tanto, cualquier variación de energía interna va acompañada de un cambio de temperatura.

Gases ideales

Por un lado tenemos que para un gas ideal:

$$P \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

Donde:

- P = presión.
- V = volumen.
- n = cantidad de sustancia.
- R = constante universal de los gases que en el Sistema Internacional vale 8,31 J/mol K.
- T = temperatura.

Si llamamos:

$$N_A = \text{número de Avogadro} = \text{N.º de moléculas que hay en un mol de gas} = 6{,}022 \cdot 10^{23} \text{ moléculas/mol.}$$

- N = número de moléculas que hay en n moles de gas.

Entonces:

$$n = \frac{N}{N_A}$$

y por tanto:

$$PV = nRT \rightarrow PV = \frac{N}{N_A} \cdot nRT$$

ENERGÍA INTERNA Y TEMPERATURA

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

La constante de Boltzmann

Y si ahora llamamos K a la nueva constante $\frac{R}{N_A}$ que aparece:

$$K = \text{constante de Boltzmann} = \frac{R}{N_A} = \frac{8{,}31}{6{,}022 \cdot 10^{23}} \rightarrow$$
$$\rightarrow K = 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ \text{J/K} = 8{,}6 \cdot 10^{-5}\ \text{eV/K}$$

La ecuación de los gases ideales podemos expresarla así:

$$P \cdot V = N \cdot K \cdot T$$

Energía cinética media

Por otro lado, esta ley de los gases ideales también se puede interpretar como la presión de las moléculas de gas chocando contra las paredes del recipiente que las contiene cumpliendo las leyes de Newton. Si tomamos la energía cinética como un promedio, obtendríamos una ecuación del tipo:

$$PV = \frac{2}{3} N \cdot \overline{E_C} = \frac{2}{3} N \cdot \left[\overline{\frac{1}{2} mv^2}\right]$$

Donde:

- m = masa de las partículas.
- v = velocidad de las partículas.

Igualando ambas expresiones podemos ver que existe una relación directa entre la energía cinética, en promedio (debida a la velocidad de las partículas), y la temperatura:

$$NKT = \frac{2}{3} N \cdot \left[\overline{\frac{1}{2} mv^2}\right]$$

Eliminando N y pasando 2/3 al otro miembro:

$$\left[\overline{\frac{1}{2} mv^2}\right] = \frac{3}{2} KT$$

Una vez llegados a esta sencilla ecuación podemos ver, como comentábamos al principio, que a nivel microscópico la temperatura no es más que una medida de cuán rápido se mueven las partículas debido a la energía que contiene el sistema.

Es decir, si aumentamos la velocidad de las partículas microscópicas que están dentro de un recipiente, aumenta la energía cinética (para m constante) y aumenta la temperatura.

El cero absoluto de temperaturas

Una vez explicado esto, podemos entender mejor el concepto de «cero absoluto» de temperatura que se consigue a 0 K (lo que se corresponde a −273,15 °C). En este caso, la energía cinética es cero, la velocidad es cero y, por tanto, las partículas tienen velocidad cero, es decir, no se mueven. No habría ni vibraciones ni movimientos aleatorios.

No es posible obtener el cero absoluto de temperaturas de forma experimental; por tanto, se trata de un concepto teórico.

(En realidad, según el principio de incertidumbre de Heisenberg, ni siquiera teóricamente podría alcanzarse, ya que por mucho que se baje la temperatura, las partículas no se quedarán completamente quietas.)

ENERGÍA INTERNA Y TEMPERATURA

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

1 **Haciendo uso de la fórmula anterior vamos a simplificar de la siguiente manera: consideramos que solo tenemos una partícula, con lo cual ya no es necesario calcular el promedio de la energía cinética. Despejamos *T*:**

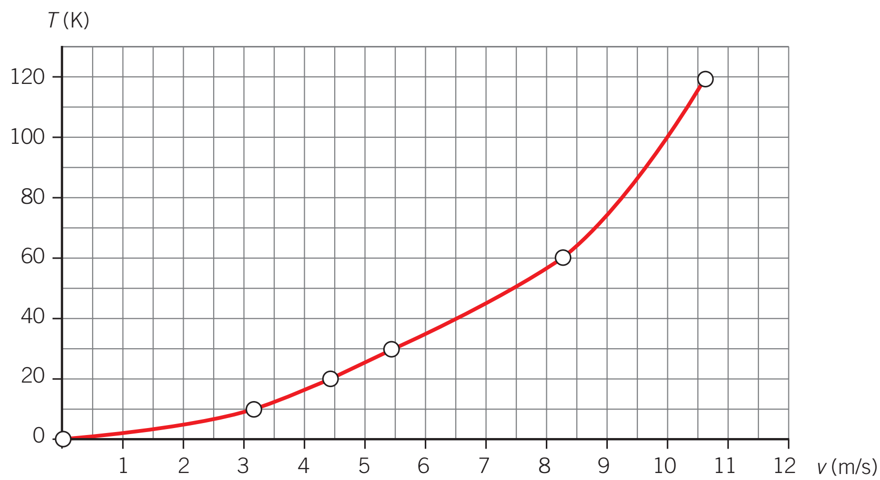
$$T = \frac{mv^2}{3K} = A \cdot v^2 \quad \text{donde} \quad A = \frac{m}{3K} \text{ es una constante.}$$

SOLUCIÓN

a) Si consideramos la constante $A = 1$, rellena la siguiente tabla:

Temperatura (K)	Velocidad (m/s)
0	0
10	3,16
20	4,47
30	5,48
60	7,75
120	10,95

b) Representa los datos de la tabla en una gráfica en la que en el eje Y representes la temperatura, y en el eje X, la velocidad:



c) Observando la gráfica y la ecuación $T = A \cdot v^2$, explica la relación existente entre la velocidad de las moléculas y la temperatura. ¿Cómo se llama esa función que has representado?

Es una parábola. La temperatura es directamente proporcional a la velocidad de las moléculas aumentando como v^2.

Cuando la temperatura es baja, es porque las partículas tienen menor velocidad (caso límite: temperatura 0 K → partículas no se mueven).

Cuando la temperatura aumenta (el gas se calienta), es porque la velocidad de las partículas es mayor.

CAMBIO DE TAMAÑO EN LOS CUERPOS

NOMBRE: ______________ CURSO: ______________ FECHA: ______________

CAMBIO EN UNA DIMENSIÓN

Vamos a comenzar recordando que la dilatación y/o contracción de los cuerpos se produce cuando un cuerpo se somete a variaciones de temperatura. Cuando se dilatan o contraen lo hacen en todas sus dimensiones (largo, ancho y alto), aunque si una de ellas es mucho mayor, se puede despreciar la dilatación o contracción en las otras dos dimensiones. Este es el caso de un puente. Por tanto, vamos a considerar solo variaciones de longitud debido a los cambios de temperatura. La expresión que relaciona las variaciones de longitud con las variaciones de temperatura es:

$$\Delta l = l_0 \cdot \Delta T \cdot \alpha$$

Donde:
- Δl = aumento de longitud.
- l_0 = longitud inicial.
- ΔT = variación de temperatura = $T_{\text{máxima}} - T_{\text{mínima}}$.
- α = coeficiente de dilatación lineal.

2 **El río Ebro tiene, a su paso por Zaragoza, un puente de hierro conocido como el puente de Nuestra Señora del Pilar. Durante el año 2006 en Zaragoza la temperatura máxima absoluta se registró en el mes de julio con 42,3 °C, mientras que la mínima se dio en marzo con −6 °C (según el Centro Meteorológico Territorial de Aragón, La Rioja y Navarra, Instituto Nacional de Meteorología).**

SOLUCIÓN

a) ¿Qué variación de longitud sufrió el puente entre estas temperaturas extremas si suponemos que mide 350 m de largo?

El valor del coeficiente de dilatación lineal α varía para cada tipo de sustancia. En este caso, al ser el puente de hierro, el valor de α es:

$$\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$$

Completa:
- $l_0 = 350$ m
- $\Delta T = 42,3 - (-6) = 48,3$ °C

(¡Cuidado!: ΔT en °C, pues α está en $°C^{-1}$)

Sustituye en la expresión anterior y pasa el resultado a cm:

$$\Delta l = l_0 \cdot \Delta T \cdot \alpha = 350\ \text{m} \cdot 48,3\ °C \cdot 1,2\ \ 10^{-5}\ °C^{-1} = 0,20286\ \text{m} \simeq 20,3\ \text{cm}$$

b) ¿Qué utilidad tiene conocer esta variación?

Como nos podemos imaginar, es de suma importancia para un ingeniero o arquitecto conocer la variación de temperatura del lugar donde se va a construir un puente, para tener en cuenta las variaciones que sufrirá la estructura y que le limitarán a la hora del diseño.

CAMBIO DE TAMAÑO EN LOS CUERPOS

NOMBRE: ______________________ CURSO: ____________ FECHA: ____________

CAMBIO EN DOS DIMENSIONES

En otras ocasiones también hay cambio de tamaño de un cuerpo, aunque se diferencia del caso anterior en que solo podemos despreciar una de sus dimensiones (que es el grosor de la placa) pero no el largo y el ancho, ya que son de las mismas dimensiones.

Escribimos a continuación la expresión que relaciona la variación de superficie con la variación de temperatura:

$$S = S_0 \cdot (1 + \Delta T \cdot \beta)$$

Donde:

- S = superficie tras el aumento de temperatura.
- S_0 = superficie antes del aumento de temperatura, longitud inicial.
- ΔT = variación de temperatura:
  $\Delta T = T_{\text{máxima}} - T_{\text{mínima}}$.
- β = coeficiente de dilatación superficial.

Despejamos de la expresión anterior β:

$$S = S_0 \cdot (1 + \Delta T \cdot \beta) \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{S}{S_0} = 1 + \Delta T \cdot \beta \rightarrow \frac{S}{S_0} - 1 = \Delta T \cdot \beta \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{S - S_0}{S_0} = \Delta T \cdot \beta \rightarrow \beta = \frac{S - S_0}{S_0 \cdot \Delta T}$$

3 **Veamos ahora cómo aplicamos el mismo concepto a una superficie. Tenemos una lámina a 0 °C de un material no determinado. A la temperatura mencionada, la lámina tiene 2 m² de área. Al ser calentada a una temperatura de 50 °C, su área aumenta 10 cm². Determina el coeficiente de dilatación superficial y lineal del material del cual está formada la lámina.**

SOLUCIÓN

Completa los datos que tenemos:

- $S_0 \rightarrow S_0 = 2\ \text{m}^2$
- $S \rightarrow S = 2\ \text{m}^2 + 10\ \cancel{\text{cm}^2} \cdot \dfrac{1\ \text{m}^2}{10^4\ \cancel{\text{cm}^2}} = 2{,}001\ \text{m}^2$
- $\Delta T \rightarrow \Delta T = 50 - 0 = 50\ °\text{C}$

Sustituye en la expresión de β:

$$\beta = \frac{S - S_0}{S_0 \cdot \Delta T} = \frac{2{,}001\ \text{m}^2 - 2\ \text{m}^2}{2\ \text{m}^2 \cdot 50\ °\text{C}} = 1 \cdot 10^{-5}\ °\text{C}^{-1}$$

Ahora halla α sabiendo que $\beta = 2\alpha$:

$$\beta = 2\alpha \rightarrow \alpha = \frac{\beta}{2} = 0{,}5 \cdot 10^{-5}\ °\text{C}^{-1}$$

CAMBIO DE TAMAÑO EN LOS CUERPOS

NOMBRE: ______ CURSO: ______ FECHA: ______

CAMBIO EN TRES DIMENSIONES

4 Tenemos un cubo de estaño que mide 1,5 m^3 que se encuentra dentro de una bodega que mantiene constante su temperatura a 15 °C. Si sacamos el cubo al exterior, a temperatura ambiente (25 °C), ¿cuánto variará su volumen? Para resolver el problema ayúdate de la siguiente tabla.

Material	α (°C^{-1})	Material	α (°C^{-1})
Acero dulce	0,000 012	Latón	0,000 018 5
Acero níquel	0,000 001 5	Molibdeno	0,000 005 2
Aluminio	0,000 023 8	Níquel	0,000 013
Bismuto	0,000 013 5	Oro	0,000 014 2
Bronce	0,000 017 5	Plata	0,000 019 7
Cadmio	0,000 03	Platino	0,000 009
Cinc	0,000 03	Plomo	0,000 029
Cobre	0,000 016 5	Porcelana	0,000 004
Cuarzo	0,000 000 5	Tungsteno	0,000 004 5
Estaño	0,000 023	Vidrio común	0,000 009
Hierro fundido	0,000 010 5	Vidrio pírex	0,000 000 3

SOLUCIÓN

1. Analiza las dimensiones del elemento. ¿Puedes despreciar alguna?

   En este caso nos encontramos con un cubo. No podemos despreciar ninguna de las dimensiones frente a otra, con lo cual nos encontramos ante un problema donde tendremos en cuenta que hay un cambio de volumen.

2. Escribe la expresión que relaciona la variación de volumen con la variación de temperatura:

$$V = V_0 \cdot (1 + \Delta T \cdot \gamma)$$

Donde:

- V = volumen tras el aumento de temperatura.
- V_0 = volumen antes del aumento de temperatura.
- ΔT = variación de temperatura = $T_{\text{máxima}} - T_{\text{mínima}}$.
- γ = coeficiente de dilatación cúbico.

Despeja lo que te piden. En este caso V ya está despejado.

Escribe los datos que tienes:

$V_0 = 1{,}5\ m^3$

$\Delta T = 25\ °C - 15\ °C = 10\ °C$

(Recuerda que $\gamma = 3\alpha$.)

$$\gamma = 3\alpha = 3 \cdot 0{,}000\ 023\ °C^{-1} = 0{,}000\ 069\ °C^{-1}$$

3. Sustituye en la expresión de V y calcula el incremento de volumen: $\Delta V = V - V_0$:

$$V = 1{,}5\ m^3 \cdot (1 + 10\ °C \cdot 0{,}00\ 0069\ °C^{-1}) = 1{,}501\ 035\ m^3 \rightarrow$$

$$\rightarrow \Delta V = V - V_0 = 1{,}501\ 035\ m^3 - 1{,}5\ m^3 = 1{,}035 \cdot 10^{-3}\ m^3 = 1{,}035\ dm^3 = 1035\ cm^3$$

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Transmisión de calor. Diferencia entre calor y temperatura

Recuerda que…

Has estudiado el concepto de calor específico y has visto cómo este es el calor que hay que aplicarle a un kilogramo de sustancia para aumentar su temperatura 1 K (o 1 °C, recuerda que el aumento de un grado en cualquiera de estos dos sistemas es el mismo).

Por tanto, lo que nos está diciendo esta definición de calor específico es que existe una relación directa entre la cantidad de calor que se comunica a un cuerpo y la temperatura que este alcanza, según la expresión:

$$Q = m \cdot c_e \cdot \Delta T$$

donde:

- Q = cantidad de calor transferido por un cuerpo (ganado o perdido).
- m = masa del cuerpo.
- c_e = calor específico.
- ΔT = incremento de temperatura.

Pero, ¿cómo se entiende la diferencia entre el calor y la temperatura?

La temperatura es la medida de la energía térmica que posee un cuerpo y es una propiedad de ese cuerpo, debida al movimiento aleatorio de las partículas que lo forman.

1. EJERCICIO RESUELTO

Nos vamos a poner a cocinar y para ello vamos a utilizar el horno. Necesitamos que esté a una temperatura constante de, por ejemplo, 170 °C. Encendemos el horno y dejamos que pasen unos minutos hasta que alcance esta temperatura.

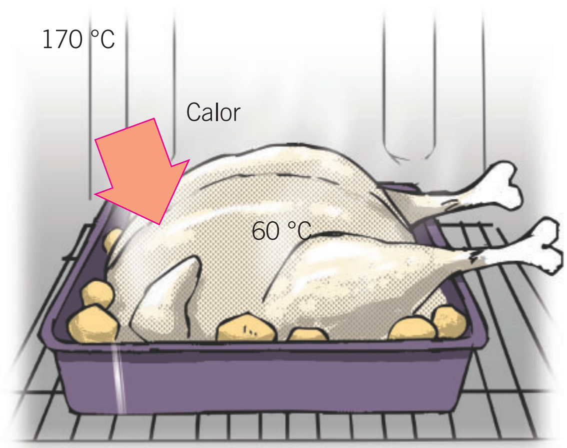
Introducimos el pollo que se encuentra a temperatura ambiente (25 °C) y a los 15 minutos lo sacamos sin usar guantes. ¿Qué ocurre?

SOLUCIÓN

Sí, nos quemamos. El pollo ha absorbido calor ($Q > 0$). Por tanto, la temperatura a la que está el pollo aumenta, es decir, que:

$$\left.\begin{array}{r} T_1 = 25\ °C \\ T_2 > T_1 \end{array}\right\} T_2 > 25\ °C$$

y nos quemaríamos. Si usamos un termómetro especial de alimentos veremos que la temperatura que marca introduciéndolo en el pollo es de unos 60 °C. ¡Quema!



Habrás observado que cuando vamos a un restaurante y pedimos un chuletón, el camarero al servirnos nos avisa: «Cuidado!, el plato está caliente». ¿Te has preguntado alguna vez por qué la carne se sirve en platos calientes y la ensalada en platos fríos?

TRANSMISIÓN DE CALOR. DIFERENCIA ENTRE CALOR Y TEMPERATURA

NOMBRE: ________________ CURSO: ________ FECHA: ________

5 Tenemos un filete de 200 g en un plato que pesa 160 g. La temperatura del chuletón al sacarlo de la parrilla es de 90 °C y la temperatura del plato sería la del ambiente, 25 °C. Si el calor específico del chuletón es de 0,5 J/(g · K) y el calor específico del plato es de 1,2 J/(kg · K), calcula la temperatura final que alcanzará el sistema formado por el chuletón y el plato.

SOLUCIÓN

Hay calor que se transfiere. Se entiende que el calor pasará del chuletón al plato, ya que este último está a una temperatura menor (el plato está más frío). La temperatura del chuletón disminuirá (se enfriará) a medida que el calor pasa al plato, y, este se calentará mientras el calor siga pasando. Al final de este proceso tanto el chuletón como el plato acabarán a la misma temperatura. Esto no significa que el calor haya dejado de fluir, lo que ocurre es que el calor que transfiere el chuletón al plato es el mismo que el del plato al chuletón.

Usa la expresión: $Q = m \cdot c_e \cdot \Delta T$ (1)

Para calcular la temperatura final del sistema, sabemos que se alcanza cuando la cantidad de calor que se transfiere del chuletón al plato es la misma que del plato al chuletón. Por tanto, Q del chuletón es igual a Q del plato con signo contrario. Como el chuletón pierde calor le ponemos a él el signo negativo, es decir:

$$-Q_{\text{chuletón}} = Q_{\text{plato}}$$

Sustituyendo la ecuación (1):

$$-m_{\text{chuletón}} \cdot c_{e\,(\text{chuletón})} \cdot (T_{f\,\text{chuletón}} - T_{i\,\text{chuletón}}) = m_{\text{plato}} \cdot c_{e\,(\text{plato})} \cdot (T_{f\,\text{plato}} - T_{i\,\text{plato}})$$

Como la temperatura final del chuletón y del plato es la misma y esa es la temperatura final del sistema la llamamos:

$$T_{\text{final}} \rightarrow T_{f\,\text{chuletón}} = T_{f\,\text{plato}} = T_{\text{final}} \rightarrow -m_{\text{chuletón}} \cdot c_{e\,(\text{chuletón})} \cdot (T_{\text{final}} - T_{i\,\text{chuletón}}) = m_{\text{plato}} \cdot c_{e\,(\text{plato})} \cdot (T_{\text{final}} - T_{i\,\text{plato}})$$

Y de esa ecuación despejamos T_{final}, que es la única incógnita.

1. Desarrolla los paréntesis en la ecuación que has obtenido:

$$-m_{\text{chuletón}} \cdot c_{e\,(\text{chuletón})} \cdot T_{\text{final}} + m_{\text{chuletón}} \cdot c_{e\,(\text{chuletón})} \cdot T_{i\,\text{chuletón}} = m_{\text{plato}} \cdot c_{e\,(\text{plato})} \cdot T_{\text{final}} - m_{\text{plato}} \cdot c_{e\,(\text{plato})} \cdot T_{i\,\text{plato}}$$

2. Agrupa en el miembro de la derecha los términos con T_{final}:

$$m_{\text{chuletón}} \cdot c_{e\,(\text{chuletón})} \cdot T_{i\,\text{chuletón}} + m_{\text{plato}} \cdot c_{e\,(\text{plato})} \cdot T_{i\,\text{plato}} = m_{\text{plato}} \cdot c_{e\,(\text{plato})} \cdot T_{\text{final}} + m_{\text{chuletón}} \cdot c_{e\,(\text{chuletón})} \cdot T_{\text{final}}$$

3. Saca factor común T_{final}:

$$m_{\text{chuletón}} \cdot c_{e\,(\text{chuletón})} \cdot T_{i\,\text{chuletón}} + m_{\text{plato}} \cdot c_{e\,(\text{plato})} \cdot T_{i\,\text{plato}} = (m_{\text{plato}} \cdot c_{e\,(\text{plato})} + m_{\text{chuletón}} \cdot c_{e\,(\text{chuletón})}) \cdot T_{\text{final}}$$

4. Despeja T_{final}:

$$T_{\text{final}} = \frac{m_{\text{chuletón}} \cdot c_{e\,(\text{chuletón})} \cdot T_{i\,\text{chuleton}} + m_{\text{plato}} \cdot c_{e\,(\text{plato})} \cdot T_{i\,\text{plato}}}{m_{\text{plato}} \cdot c_{e\,(\text{plato})} + m_{\text{chuletón}} \cdot c_{e\,(\text{chuletón})}}$$

5. Escribe los datos del problema en unidades del SI:

- $T_{i\,(\text{chuletón})} = 363$ K
- $T_{i\,(\text{plato})} = 298$ K
- $m_{\text{chuletón}} = 0{,}2$ kg
- $m_{\text{plato}} = 0{,}16$ kg
- $c_{e\,(\text{chuletón})} = 0{,}5$ J/(kg · K)
- $c_{e\,(\text{chuletón})} = 1{,}2$ J/(kg · K)

6. Sustituye en la ecuación:

$$T_{\text{final}} = \frac{0{,}2 \ \cdot 0{,}5 \cdot 363 + 0{,}16 \cdot 1{,}2 \cdot 298}{0{,}16 \cdot 1{,}2 + 0{,}2 \cdot 0{,}5} = 320{,}26 \text{ K} \rightarrow 320{,}23 - 273 = 47{,}23 \text{ °C}$$

¿Ha disminuido también la temperatura del chuletón lo mismo que ha aumentado la temperatura del plato? Saca conclusiones.

El chuletón pierde el mismo calor que gana el plato, pero la temperatura en el chuletón pasa de 90 °C a 47,23° C (pierde 42,77 °C) y la del plato pasa de 25 °C a 47,23 °C (gana 22,23 °C). La temperatura que disminuye el chuletón no es la que aumenta el plato, pues tienen masas y calores específicos diferentes.

El calor y la temperatura, como ya hemos visto, son magnitudes diferentes.

MEDIDA EXPERIMENTAL DE LA VELOCIDAD DE LA LUZ

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Recuerda que…

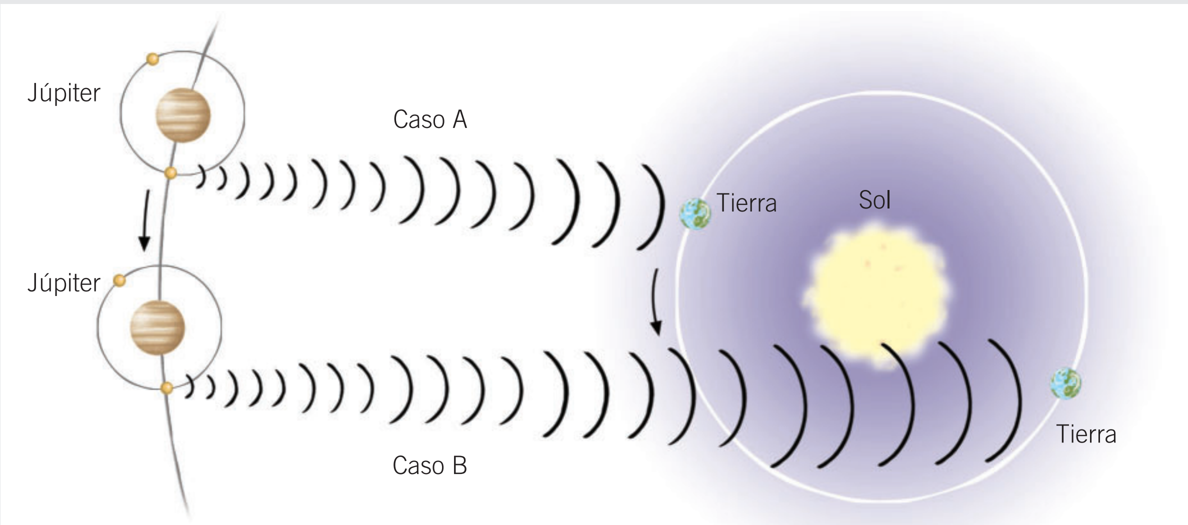
La luz se propaga tan rápido que hasta finales del siglo XVII se pensaba que tenía velocidad infinita, que pasaba de un sitio a otro de forma instantánea, es decir, en tiempo cero. La precisión de los aparatos de la época hacía que fuese imposible medirla como se mide una velocidad estándar de algo que se mueve con MRU $\left(v = \dfrac{\Delta x}{\Delta t}\right)$.

Pero en 1676 el astrónomo danés O. Roemer (1644-1710) hizo el primer cálculo satisfactorio de la velocidad de la luz en el vacío. Veamos cómo lo hizo.

Roemer sabía que la Tierra daba una vuelta alrededor del Sol cada año, mientras que Júpiter lo hacía cada doce años. Por este motivo, mientras la Tierra daba media vuelta alrededor del Sol, Júpiter, en cambio, había recorrido muy poco arco en su órbita.

Roemer apuntó con su telescopio hacia el planeta Júpiter y midió el tiempo que transcurría entre dos eclipses consecutivos de uno de sus satélites. Hizo esta medición en dos casos:

- Caso A → Cuando la Tierra estaba en su posición más cercana a Júpiter.
- Caso B → Transcurridos seis meses desde el caso A, cuando la Tierra estaba en el punto opuesto de su órbita. Date cuenta que en esos seis meses Júpiter se ha desplazado poco en su órbita.



Roemer midió un tiempo alrededor de mil segundos mayor en el caso B que en el caso A. ¿Cómo era posible? ¿No tenía la luz una velocidad infinita? ¿No tardaba lo mismo siempre el satélite en dar una vuelta alrededor de Júpiter? La explicación era que la luz reflejada en el satélite que llegaba a su telescopio y que le permitía verlo tenía que recorrer más distancia en el caso B que en el caso A, como puedes ver en el dibujo, por lo que tardaba más en llegar.

En esos mil segundos la luz tenía que recorrer la diferencia entre las distancias del caso A y el caso B, que si miras el dibujo es aproximadamente el diámetro de la órbita de la Tierra (si consideramos la órbita circular). Esa distancia era conocida y tiene un valor $3 \cdot 10^8$ km. Por tanto:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ km}}{1000 \text{ s}} = 3 \cdot 10^5 \frac{\text{km}}{\text{s}} = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \rightarrow \text{Velocidad de la luz en el vacío}$$

Roemer, debido a la escasa precisión de los aparatos de su época, midió una velocidad de $2{,}1 \cdot 10^8 \dfrac{\text{m}}{\text{s}}$, pero no solo fue el primer resultado satisfactorio de la medida de la velocidad de la luz, sino que además acabó con la idea de que la luz tenía una velocidad infinita.

MEDIDA EXPERIMENTAL DE LA VELOCIDAD DE LA LUZ

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Tras Roemer otros científicos fueron mejorando el cálculo de la velocidad de la luz. Un experimento curioso fue el del francés Fizeau en 1849, que hizo pasar un rayo de luz entre los dientes de una rueda dentada que giraba a gran velocidad. El rayo se reflejaba en un espejo tras recorrer varios kilómetros y volvía a pasar por la rueda dentada, pero esta vez por un diente diferente al anterior. Relacionando el MRU del rayo de luz con el movimiento circular de la rueda, Fizeau pudo calcular cómo de deprisa había ido la luz si mientras llegaba al espejo y volvía reflejada, la rueda había girado el ángulo entre los dos dientes. Obtuvo un valor de $3{,}1 \cdot 10^8$ m/s, muy próximo al aceptado hoy.

Este experimento fue mejorado posteriormente por Foucault y después por Michelson, quienes cambiaron la rueda por espejos giratorios. El valor de velocidad de la luz en el vacío aceptado hoy es $2{,}997\,924\,56 \cdot 10^8$ m/s. Se considera una constante fundamental de la naturaleza.

1 **Si Roemer hubiese intentado calcular la velocidad de la luz en el siglo XVII con un amigo situado a un kilómetro de distancia que pusiese un medidor de tiempo en marcha cuando emitiese una luz, y Roemer lograra parar otro medidor de tiempo sincronizado cuando la luz le llegase y pudiera no cometer error, ¿qué precisión debería tener el medidor de tiempo?**

SOLUCIÓN

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \rightarrow \Delta t = \frac{\Delta x}{v} = \frac{1\ \text{km}}{3 \cdot 10^5\ \dfrac{\text{km}}{\text{s}}} = 0{,}000\,003\ \text{s (millonésimas de segundo)}$$

2 **Si el Sol se apagase de repente, ¿cuánto tiempo tardaríamos en percibirlo en la Tierra? Dato: Distancia media al Sol = $1{,}5 \cdot 10^{11}$ m.**

SOLUCIÓN

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \rightarrow \Delta t = \frac{\Delta x}{v} = \frac{1{,}5 \cdot 10^{11}\ \text{s}}{3 \cdot 10^8\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}}} = 500\ \text{s} = 8{,}3\ \text{min}$$

3 **Investiga qué es un año luz y en qué contextos se usa.**

SOLUCIÓN

Es la distancia que recorre la luz en un año. Se usa para distancias muy grandes, en astronomía. 1 año luz es igual a unos 9,5 billones de kilómetros.

4 **¿Va la luz igual de rápido en el vacío que en otro medio transparente como el agua, un cristal, etc.? Investígalo y comenta al menos dos fenómenos que se producen cuando la luz pasa del vacío a otro medio transparente.**

SOLUCIÓN

La luz va más lenta, se refracta (cambia de dirección) y lo hace con diferentes ángulos para cada frecuencia (dispersión).

EL EFECTO DOPPLER

NOMBRE: ______ CURSO: ______ FECHA: ______

Recuerda que…

¿Qué tono emite una fuente sonora? ¿Qué color emite una fuente luminosa? o, dicho físicamente, ¿Qué frecuencia tiene una onda? No hay una respuesta concreta, es algo relativo, solo podemos hablar de qué frecuencia medimos como observadores cuando nos llega una onda y, como ya sabes, lo que medimos depende del sistema de referencia que usemos.

En el caso de las ondas, el físico austriaco Christiaan J. Doppler (1803-1853) descubrió en 1842 que cuando existe un movimiento relativo entre quien emite la onda (fuente) y quien la recibe (observador), la frecuencia que el observador percibe es diferente a la que la fuente emitió. A este fenómeno se le conoce como **efecto Doppler**. Esto ocurre cuando se mueve la fuente, el observador, o los dos y veremos que tiene muchas aplicaciones.

Habrás notado en una carrera de Fórmula 1 cómo cuando el monoplaza se acerca a donde están situados los micrófonos no solo oyes más alto el sonido del motor (mayor intensidad), sino que también lo oyes más agudo (mayor frecuencia); y cuando se aleja, no solo lo oyes más bajo (menor intensidad), sino también más grave (menor frecuencia). Lo mismo ocurriría si tú te desplazaras hacia el coche o te alejaras, aunque el efecto variaría según la velocidad relativa entre ambos.

El efecto viene resumido en la siguiente expresión:

$$f' = f \cdot \frac{v \pm v_0}{v \pm v_F}$$

Donde:

- f': frecuencia que percibe el observador.
- f: frecuencia que emite la fuente.
- v: velocidad de la onda.
- v_0: velocidad del observador. Se toma positiva si el observador se acerca a la fuente y negativa si se aleja de la fuente.
- v_F: velocidad de la fuente. Se toma positiva si la fuente se aleja del observador y negativa si se acerca al observador (Al revés que v_0).

Si pensamos en una onda concreta como el sonido, viendo la anterior expresión deducimos que, como es constante, si la fuente y el observador se van acercando, el cociente es mayor que uno, y, por tanto, $f' > f$.

Y que si la fuente y el observador se van alejando, el cociente es menor que uno y, por tanto, $f' < f$.

Por eso, si la fuente y el observador se acercan, el observador percibe sonidos más agudos; y si la fuente y el observador se alejan, el observador percibe sonidos más graves.

Las ecografías son un ejemplo de aplicación de los ultrasonidos en medicina.

EL EFECTO DOPPLER

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

1. EJERCICIO RESUELTO

Un hombre sentado en un banco ve acercarse una ambulancia a 120 km/h con la sirena emitiendo un sonido de 500 Hz de frecuencia. ¿Qué frecuencia percibe el hombre cuando la ambulancia se acerca? ¿Y cuando se aleja?

Dato: $v_{sonido} = 340$ m/s.

SOLUCIÓN

$v_O = 0$ m/s (observador parado); $v_F = 120$ km/h $= 33{,}33$ m/s (con su signo + o −):

- Cuando la ambulancia se acerca:

$$f' = f \cdot \frac{v \pm v_O}{v \pm v_F} = 500\ \text{Hz} \cdot \frac{340\ \text{m/s}}{340\ \text{m/s} - 33{,}33\ \text{m/s}} = 554{,}3\ \text{Hz}$$

- Cuando la ambulancia se aleja:

$$f' = f \cdot \frac{v \pm v_O}{v \pm v_F} = 500\ \text{Hz} \cdot \frac{340\ \text{m/s}}{340\ \text{m/s} + 33{,}33\ \text{m/s}} = 455{,}4\ \text{Hz}$$

5 **Un coche de policía circula a 140 km/h con su sirena sonando a una frecuencia de 420 Hz.**
Dato: $v_{sonido} = 340$ m/s.

SOLUCIÓN

a) ¿Qué frecuencia percibirá un coche que circula en sentido contrario a 100 km/h acercándose al coche de policía?

140 km/h = 38,9 m/s; 100 km/h = 27,8 m/s.

En este caso:

$$v_O = +27{,}78\ \text{m/s (coche se acerca)}$$
$$v_F = -38{,}9\ \text{m/s (sirena se acerca)}$$

Por tanto:

$$f' = f \cdot \frac{v \pm v_O}{v \pm v_F} = 420\ \text{Hz} \cdot \frac{340\ \text{m/s} + 27{,}8\ \text{m/s}}{340\ \text{m/s} - 38{,}9\ \text{m/s}} = 513\ \text{Hz}$$

Oye la sirena más aguda.

b) ¿Qué frecuencia percibirá el mismo coche cuando se cruce con el de policía y comiencen a alejarse en sentidos contrarios?

Tenemos:

$$v_O = +27{,}78\ \text{m/s (coche se aleja)}$$
$$v_F = +38{,}9\ \text{m/s (sirena se aleja)}$$

Por tanto:

$$f' = f \cdot \frac{v \pm v_O}{v \pm v_F} = 420\ \text{Hz} \cdot \frac{340\ \text{m/s} + 27{,}8\ \text{m/s}}{340\ \text{m/s} - 38{,}9\ \text{m/s}} = 346{,}1\ \text{Hz}$$

Oye la sirena más grave.

EL EFECTO DOPPLER

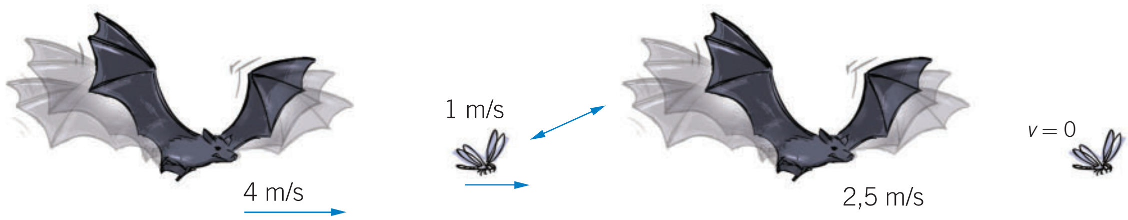
NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

2. EJERCICIO RESUELTO

Un murciélago persigue a un insecto que vuela a 1,5 m/s en su mismo sentido. El murciélago, que no ve, emite ultrasonidos a $9 \cdot 10^4$ Hz que se reflejan en el insecto y vuelven a él. Analizando la frecuencia recibida y la rapidez con que le llega, el murciélago averigua a qué velocidad se mueve el insecto y a qué distancia se encuentra. Si el murciélago vuela a 4 m/s, ¿qué frecuencia recibe? Dato: $v_{sonido} = 340$ m/s. (A veces, como ves, la fuente y el observador son los mismos.)

SOLUCIÓN

El efecto Doppler habla de velocidad relativa. Fíjate que el problema es equivalente a otro en el que el insecto estuviera parado y el murciélago se moviera a $(4 - 1,5) = 2,5$ m/s.



Observa que el murciélago hace de fuente emisora que se acerca → $v_F = -2,5$ m/s y a la vez de observador que se acerca cuando el ultrasonido se refleja en el insecto y vuelve a él, que es el observador → $v_O = +2,5$ m/s.

$$f' = f \cdot \frac{v \pm v_O}{v \pm v_F} = 9 \cdot 10^4 \text{ Hz} \cdot \frac{340 \text{ m/s} + 2,5 \text{ m/s}}{340 \text{ m/s} - 2,5 \text{ m/s}} = 9,13 \cdot 10^4 \text{ Hz}$$

6 **Un coche de bomberos circula a 80 km/h por un callejón sin salida mientras su sirena emite un sonido de 350 Hz. Al final del callejón se encuentra una niña subida a la valla de una pared escapando de un fuego. Dato: $v_{sonido} = 340$ m/s.**

SOLUCIÓN

a) ¿Qué frecuencia percibe la niña?

80 km/h = 22,22 m/s. Ahora:

$$v_O = 0 \text{ m/s}$$
$$v_F = -22,22 \text{ m/s}$$

Por tanto:

$$f' = f \cdot \frac{v \pm v_O}{v \pm v_F} = 350 \text{ Hz} \cdot \frac{340 \text{ m/s}}{340 \text{ m/s} - 22,22 \text{ m/s}} = 374,5 \text{ Hz}$$

b) ¿Qué frecuencia perciben los bomberos cuando vuelve el sonido de la sirena tras reflejarse en la pared?

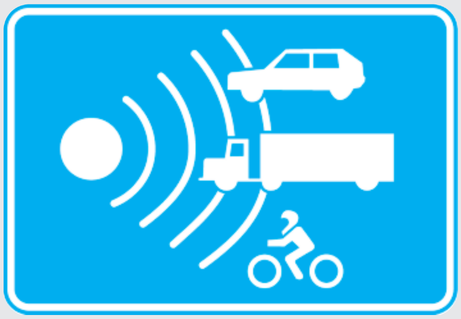
El coche de bomberos hace de fuente que se acerca → $v_F = -22,22$ m/s y de observador que se acerca cuando vuelve el sonido reflejado → $v_O = +22,22$ m/s.

$$f' = f \cdot \frac{v \pm v_O}{v \pm v_F} = 350 \text{ Hz} \cdot \frac{340 \text{ m/s} + 22,22 \text{ m/s}}{340 \text{ m/s} - 22,22 \text{ m/s}} = 398,9 \text{ Hz}$$

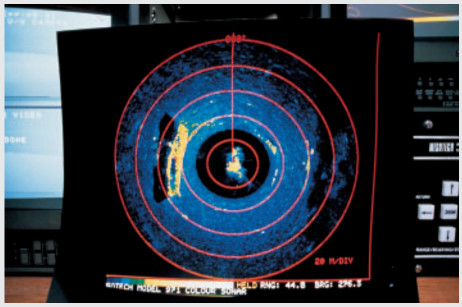
EL EFECTO DOPPLER

NOMBRE: ______________ CURSO: ______ FECHA: ______

APLICACIONES DEL EFECTO DOPPLER



- **Radares.** Son cinemómetros que usa la policía para averiguar la velocidad que llevan los vehículos. El radar emite ondas de radio que se reflejan en los coches y vuelven a él. Analizando la frecuencia emitida y la recibida, un programa informático deduce la velocidad que llevaba el vehículo. Pueden ser fijos o móviles. El margen de error es de alrededor del 10 %, por lo que si la velocidad máxima permitida es 120 km/h sancionan a los vehículos cuya velocidad detectada sea superior a 120 + 10 % 120 $\simeq$ 132 km/h.



- **Sonar de los barcos.** Es un aparato que tienen los barcos de pesca y que emiten continuamente ultrasonidos al fondo del mar. Cuando las ondas reflejadas cambian su frecuencia es porque se han reflejado en una fuente móvil, como puede ser un banco de peces.

- **El universo se expande.** El efecto Doppler se observa en cualquier tipo de onda, como, por ejemplo, la luz. Se observa que la frecuencia detectada en la luz procedente de galaxias lejanas es cada vez más baja, por lo que se deduce que la fuente emisora se está alejando de nosotros, que somos observadores en reposo, y además cada vez más rápido, lo que significa que el universo se expande.

CURIOSIDADES

Existen ciertas limitaciones a la hora de aplicar la ecuación deducida para el efecto Doppler. Para el caso de una onda sonora:

- Si $v_0 > v_{sonido}$ y el observador se alejara de la fuente, no tiene sentido usar la ecuación, pues al ser el observador más rápido que la onda sonora nunca le llegaría esta y no percibiría ninguna frecuencia.
- Si $v_F > v_{sonido}$ significa que a medida que la fuente va generando ondas sonoras se va acercando a ellas más rápido de lo que ellas se propagan. Lo que ocurre es que las crestas de las ondas se van amontonando, aumentando la amplitud rápidamente, produciéndose una **onda de choque** que provoca un gran estruendo. Cuando un avión supera la velocidad del sonido (340 m/s = 1224 km/h), se dice que rompe la **barrera del sonido**. Puede provocar roturas de tímpanos, cristales, etc.

El avión supersónico Concorde, fabricado en Francia, duplicaba la velocidad del sonido, pero se decidió dejar de utilizar con anterioridad a un gran accidente que tuvo, debido a su baja rentabilidad (era muy caro) y a la gran contaminación acústica que producía.

7 **Explica un efecto similar al anterior con una lancha motora moviéndose por el agua.**

Si la lancha motora (fuente) se mueve a una velocidad superior a las ondas que ella misma genera en su movimiento, se produce una estela característica, pues $v_F > v_{ondas\ agua}$.

¿A QUÉ DISTANCIA VE EL PESCADOR A LOS PECES?

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Recuerda que…

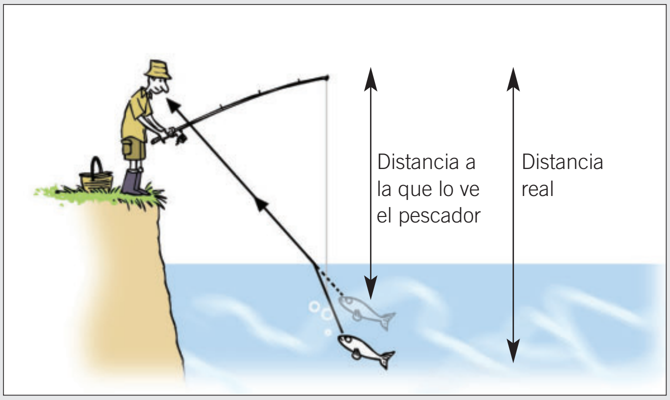
Si creías que el pescador y los peces se veían mutuamente a la misma distancia estabas equivocado. La refracción de la luz al cambiar de medio produce curiosos efectos ópticos.

Para estudiar el problema en cuestión necesitamos saber tres cosas:

- Los objetos se ven por la luz que reflejan.
- Cuando a un ojo le llega luz, este siempre interpreta que su origen está en la prolongación de la dirección en la que finalmente le ha llegado la luz (aunque por el camino haya sufrido cambios de dirección).
- La ley de Snell de la refracción:

$$n_1 \cdot \text{sen } i = n_2 \cdot \text{sen } r \text{, donde } \begin{cases} n_1 = \text{índice de refracción de donde viene la luz} \\ n_2 = \text{índice de refracción donde va la luz} \\ i = \text{ángulo de incidencia} \\ r = \text{ángulo de refracción} \end{cases}$$

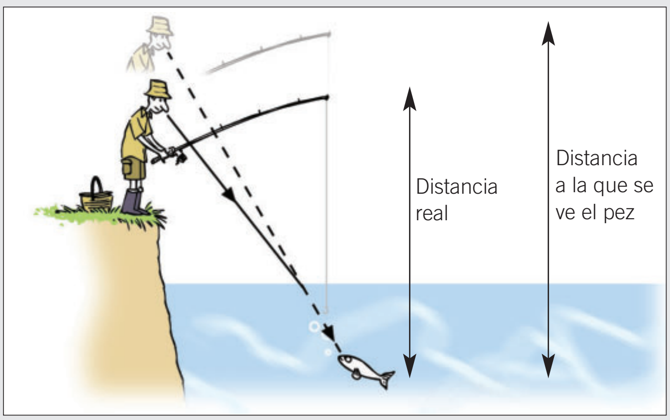
Entonces: ¿a qué distancia ve el pescador al pez?



La luz reflejada en el pez hace que el pescador pueda verlo. Si nos fijamos en la trayectoria de un rayo de luz que se refleja en el pez y llega al ojo del pescador, vemos que este se aleja de la normal al pasar del agua al aire, pues pasa a un índice de refracción menor.

El cerebro del hombre interpreta que el pez está en la dirección del rayo que le llega, con lo que lo ve más arriba de lo que en realidad está.

¿A qué distancia ve el pez al pescador?



La luz reflejada en el pescador hace que el pez pueda verle. Si nos fijamos en la trayectoria de un rayo de luz que se refleja en el pescador y llega al ojo del pez, vemos que este se acerca a la normal al pasar del aire al agua, pues pasa a un índice de refracción mayor.

El cerebro del pez interpreta que el hombre está en la dirección del rayo que le llega, con lo que lo ve más arriba de lo que está. ¿Quizá le pescarán por eso?

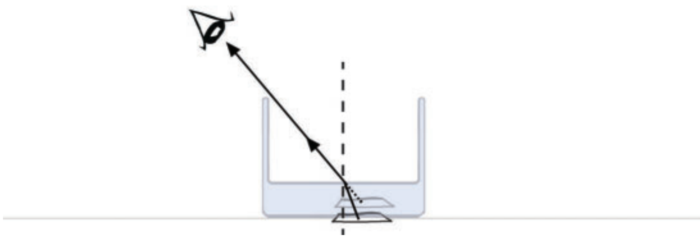
¿A QUÉ DISTANCIA VE EL PESCADOR A LOS PECES?

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

8 **Un camarero coloca un vaso de vidrio que tiene un fondo muy grueso encima de un papelito que había sobre la barra del bar. Si hay un cliente sentado delante del vaso, ¿verá el papelito más arriba o más abajo de lo que está? Haz un dibujo trazando un rayo que lo demuestre.**

SOLUCIÓN

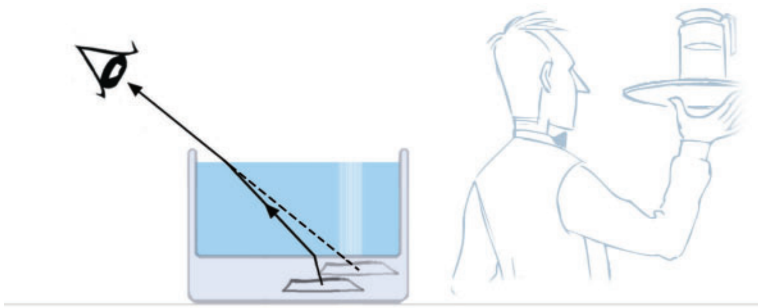
Lo verá más alto de lo que está.



9 **Si en el ejercicio anterior el camarero llena el vaso de agua con una jarra, ¿el cliente verá el papelito igual que antes, más arriba o más abajo? Haz un trazado de rayos que indique dónde lo verá. Pista: el sitio donde lo veía antes (imagen) hace ahora de nuevo papelito (objeto) para el cambio de medio agua-aire.**

SOLUCIÓN

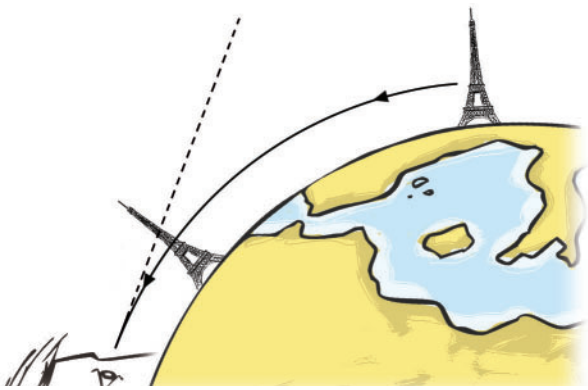
Verá el papelito más arriba. Hay una refracción en cada cambio de medio.



10 **Sabiendo que la luz se curva hacia las zonas de mayor temperatura y que un ojo siempre interpreta que la procedencia de la luz está en la prolongación de la dirección en la que le llega, haz un dibujo que explique cómo se producirán los espejismos en el desierto.**

SOLUCIÓN

Respuesta.



¿POR QUÉ VEMOS EL ARCO IRIS? EL PRISMA ÓPTICO

NOMBRE: ____________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Recuerda que…

La dispersión de la luz

Cuando la luz blanca procedente del Sol viaja a través del vacío, las diferentes frecuencias que la componen (diferentes colores) viajan a la misma velocidad, pero cuando la luz blanca atraviesa otro medio transparente, como, por ejemplo, una gota de agua, los rayos de luz correspondientes a cada frecuencia viajan a distintas velocidades, pues el índice de refracción del agua es diferente para cada frecuencia y, por tanto, se desvían con ángulo diferente (se desvían menos los rayos que van más rápidos). Este fenómeno se conoce como **dispersión**.

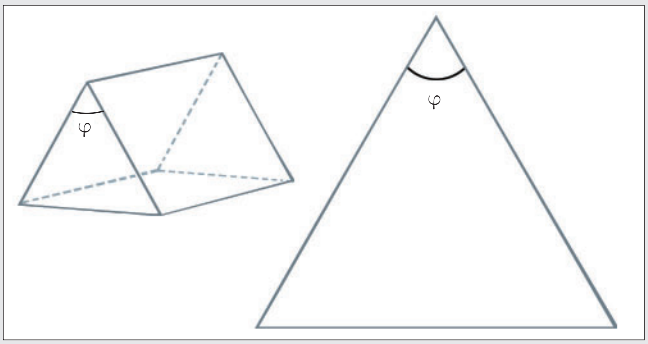
Al llegar la luz dispersada a nuestros ojos tras atravesar las gotas, vemos el efecto sobre una gran pantalla que es el cielo, visualizándose el arco iris. En óptica ocurre prácticamente lo mismo en el vacío que en el aire y lo consideramos igual.

Para estudiar este fenómeno más en profundidad solo necesitamos conocer un poco de trigonometría y la ley de Snell de la refracción:

$$n_1 \cdot \text{sen } i = n_2 \cdot \text{sen } r \text{, donde } \begin{cases} n_1 = \text{índice de refracción de donde viene la luz} \\ n_2 = \text{índice de refracción donde va la luz} \\ i = \text{ángulo de incidencia} \\ r = \text{ángulo de refracción} \end{cases}$$

El prisma óptico

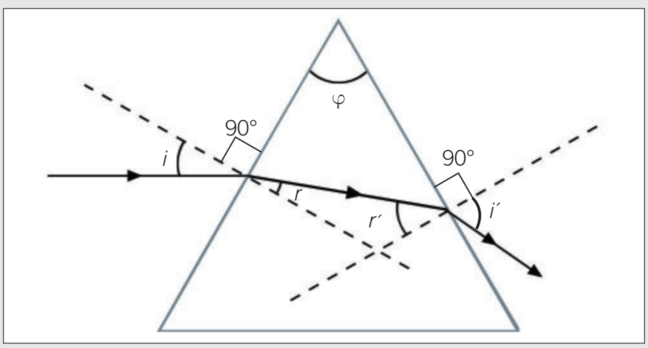
En lugar de estudiar un medio transparente en concreto como una gota de agua, estudiemos el caso general de cuando las paredes que limitan el medio transparente no son planas ni paralelas. A ese «modelo» lo llamamos **prisma óptico**.



El prisma óptico es una figura con volumen, con la forma de un prisma. Si le hacemos un corte longitudinal, es un triángulo como el del dibujo.

Tiene un índice de refracción para cada frecuencia al que llamamos n y un ángulo característico al que denominamos φ.

Veamos qué le ocurre a un rayo de luz de una determinada frecuencia que viene del aire ($n = 1$), entra por la izquierda del prisma (índice n) y sale por la derecha:



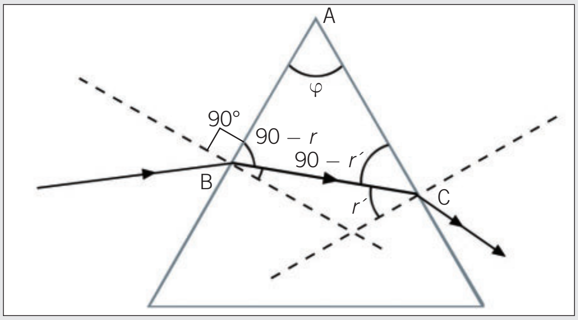
El rayo de luz que viniendo del aire incide en la primera cara con ángulo i se refracta con un ángulo r acercándose a la normal, pues pasa a un índice mayor (ya que el menor índice posible es $n = 1$). El rayo de luz que viaja por el prisma e incide en la segunda cara con ángulo $r´$ se refracta con un ángulo $i´$ alejándose de la normal, pues pasa a un índice menor.

Usemos un poco de trigonometría para ver qué relación hay entre los diferentes ángulos.

¿POR QUÉ VEMOS EL ARCO IRIS? EL PRISMA ÓPTICO

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

- Consideramos el triángulo de vértices A, B y C.

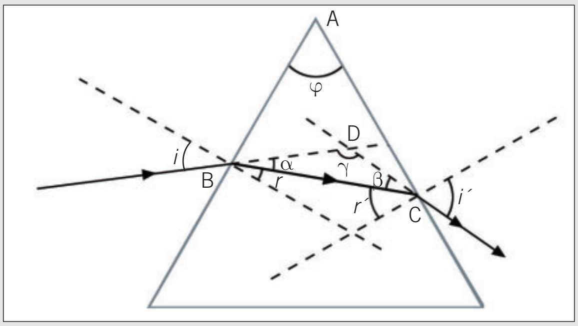


Conocemos uno de sus ángulos interiores, que es φ. Para conocer los otros dos, si observas que la normal forma 90° con cada cara, puedes ver rápidamente que los otros dos ángulos interiores son $90° - r$ y $90° - r'$.

Como la suma de los ángulos interiores de cualquier triángulo es 180° se cumple:

$180° = \varphi + (90° - r) + (90° - r') \rightarrow \varphi = r + r'$

- Consideramos el triángulo de vértices B, C y D (donde D es el punto de corte de las direcciones del rayo incidente y el emergente en el prisma).



Llamamos α, β y γ a los ángulos interiores del triángulo de vértices B, C y D. Llamamos δ al ángulo que forma la dirección del rayo incidente y la dirección del rayo emergente del prisma, que se denomina **ángulo de desviación**. Fíjate que el ángulo *i* es igual a la suma de los ángulos α y *r*:

$$i = \alpha + r \rightarrow \alpha = i - r$$

Observa que el ángulo i' es igual a la suma de los ángulos β y r':

$$i' = \beta + r' \rightarrow \beta = i' - r'$$

La suma de los ángulos interiores del triángulo B C D es 180°. Sustituimos α y β y agrupamos.

$$180° = \alpha + \beta + \gamma \rightarrow 180° = i - r + i' - r' + \gamma \rightarrow 180° = i + i' - (r + r') + \gamma \qquad (1)$$

- Si nos fijamos en el dibujo vemos que γ y δ suman 180°, pues son suplementarios:

$$\gamma + \delta = 180° \rightarrow \gamma = 180° - \delta$$

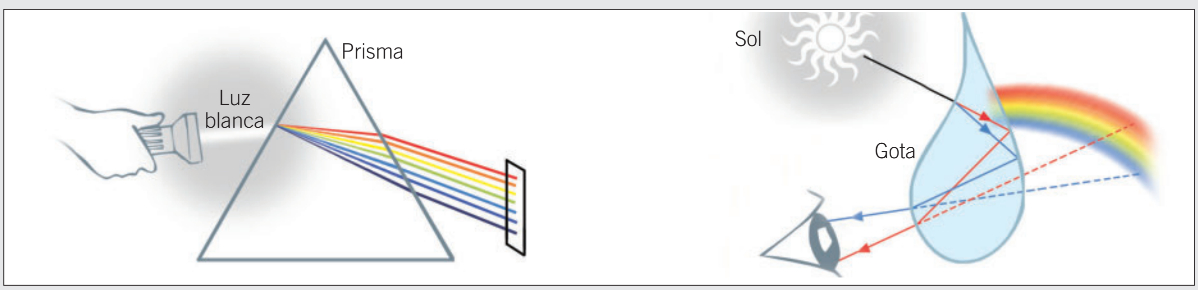
- Sabemos de antes que $\varphi = r + r'$. Sustituyendo ambos datos en la ecuación (1), tenemos:

$$180° = i + i' - (r + r') + \gamma \rightarrow 180° = i + i' - \varphi + (180° - \delta) \rightarrow \delta = i + i' - \varphi$$

Por lo que nuestras dos ecuaciones finales son: $\varphi = r + r'$ y $\delta = i + i' - \varphi$.

Cada rayo de frecuencia diferente se desvía con un ángulo distinto. A menor frecuencia, el rayo va más rápido dentro del prisma y se desvía menos. Por eso los colores de la luz blanca son dispersados de arriba abajo de menor a mayor frecuencia: rojo, anaranjado, amarillo, verde, azul, añil y violeta.

En el caso del arco iris lo vemos también así, con el Sol a nuestra espalda, pues tras una doble reflexión en las gotas, nuestro ojo interpreta siempre que los rayos le llegan con trayectoria rectilínea, como ves en el siguiente dibujo. Desde el suelo vemos un arco, pero si viajásemos en un avión podríamos ver el anillo completo.



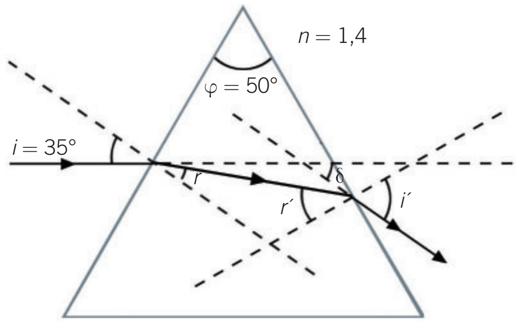
¿POR QUÉ VEMOS EL ARCO IRIS? EL PRISMA ÓPTICO

NOMBRE: ____________________ CURSO: __________ FECHA: __________

1. EJERCICIO RESUELTO

Sobre un prisma de vidrio de ángulo $\varphi = 50°$ incide con un ángulo de 35° un rayo de luz de una sola frecuencia (monocromático). Para esa frecuencia el índice de refracción del prisma es $n = 1,4$. Haz un dibujo y calcula el ángulo de emergencia i' (el ángulo con el que sale el rayo del prisma) y la desviación δ sufrida por el rayo.

SOLUCIÓN



Calculamos primero el ángulo de refracción en la primera cara r, aplicando la ley de Snell:

$$1 \cdot \text{sen } 35° = 1,4 \cdot \text{sen } r \rightarrow \text{sen } r = \frac{\text{sen } 35°}{1,4} = 0,41$$
$$\rightarrow r = 24,2°$$

Calculamos ahora el ángulo de incidencia en la segunda cara r', con la expresión conocida:

$$\varphi = r + r' \rightarrow r' = \varphi - r = 50° - 24,2° = 25,8°$$

Y calculamos el ángulo de emergencia aplicando la ley de Snell a la segunda cara:

$$1,4 \cdot \text{sen } r' = 1 \cdot \text{sen } i' \rightarrow 25,8° = 0,61 \rightarrow i' = 37,5°$$

Y por último calculamos la desviación δ:

$$\delta = i + i' - \varphi = 35° + 37,5° - 50° = 22,5°$$

11 **Sobre un prisma de vidrio de ángulo $\varphi = 40°$ incide con un ángulo de 30° un rayo de luz monocromático. El índice de refracción del prisma es $n = 1,6$. Haz un dibujo y calcula:**

SOLUCIÓN

a) La desviación δ sufrida por el rayo.

- Calculamos r aplicando la ley de Snell a la primera cara:

$$1 \cdot \text{sen } 30° = 1,6 \cdot \text{sen } r \rightarrow \text{sen } r = \frac{\text{sen } 30°}{1,6} = 0,3125 \rightarrow r = 18,21°$$

- Calculamos r' usando una expresión conocida:

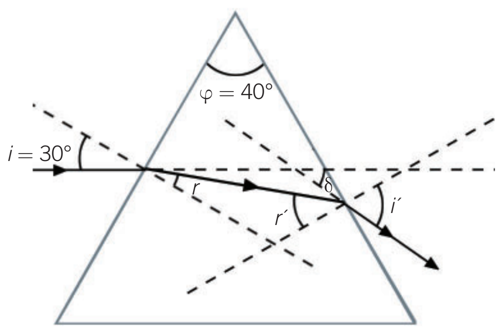
$$\varphi = r + r' \rightarrow r' = \varphi - r = 40° - 18,21° = 21,8°$$

- Calculamos i' aplicando la ley de Snell a la segunda cara:

$$1,6 \cdot \text{sen } 21,8° = 1 \cdot \text{sen } i' \rightarrow$$
$$\rightarrow \text{sen } i' = \frac{\text{sen } 21,8°}{1,6} = 0,5942 \rightarrow i' = 36,45°$$

- Calculamos δ:

$$\delta = i + i' - \varphi = 30° + 36,45° - 40° = 26,45°$$



b) Si introducimos un rayo con el mismo ángulo de incidencia y mayor frecuencia, ¿se desviará más o menos?

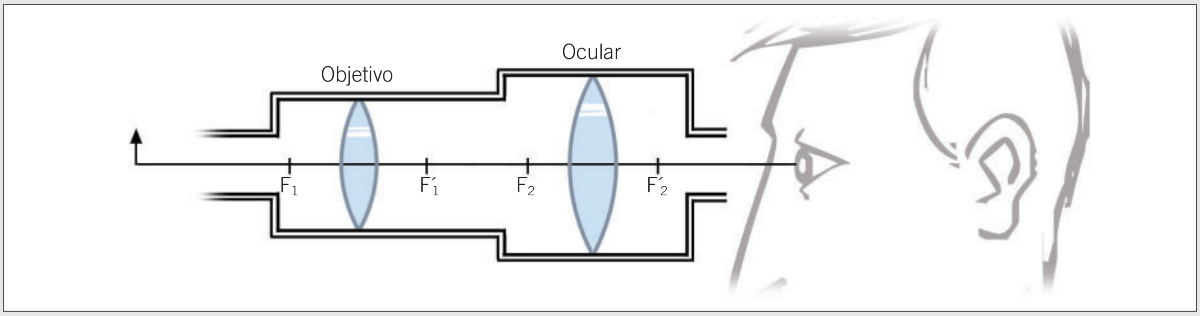
Se desviará menos, pues irá más deprisa.

INSTRUMENTOS ÓPTICOS. EL MICROSCOPIO

NOMBRE: ____________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Recuerda que…

El **microscopio óptico** es un instrumento que nos sirve para observar aumentados objetos muy pequeños. Está formado por dos lentes convergentes de distancias focales muy pequeñas dispuestas de la siguiente forma:



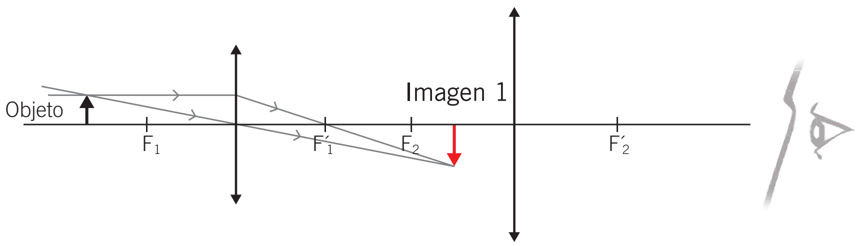
La lente más cercana al objeto se llama **objetivo**, y la más próxima al ojo, **ocular**.
El objeto a examinar se sitúa fuera de la distancia focal de la primera lente (el objetivo), por lo que este forma una imagen que es real, invertida y de mayor tamaño que el objeto. Esta imagen intermedia hace de objeto para la segunda lente (el ocular) y, como se ha formado dentro de la distancia focal del ocular, este forma una imagen virtual, invertida y de mayor tamaño que el objeto, que es la imagen final que vemos.

12 **Haz un trazado de rayos para calcular la imagen de un objeto que vemos a través de un microscopio óptico.**

SOLUCIÓN

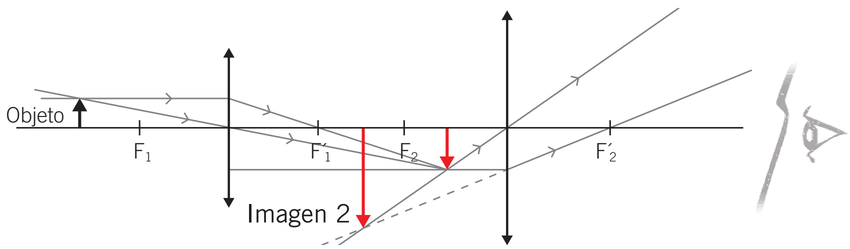
1. Dibuja la imagen que se forma del objeto al atravesar la luz el objetivo.

   Respuesta:



2. Traslada la anterior imagen a este dibujo. Esa imagen hace de objeto de la segunda lente. Haz un trazado de rayos y halla la imagen final que se forma al atravesar la luz esta segunda lente.

   Respuesta:



ORBITA Y ORBITAL

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Recuerda que...

Concepto de órbita y de orbital

Muchas veces nos encontramos con el problema de saber **distinguir entre órbita** y **orbital**, dos conceptos muy ligados que se describen dentro del modelo atómico actual.

A menudo buscar la palabra en el diccionario ayuda mucho. Si buscamos el significado de las dos palabras en el Diccionario de la Real Academia Española encontramos las siguientes definiciones:

- *Órbita*: Fís. Trayectoria que recorre un electrón alrededor del núcleo del átomo.
- *Orbital*: Fís. Distribución de la densidad de la carga de un electrón alrededor del núcleo de un átomo o una molécula.

Dicho de una manera más sencilla, una órbita es la trayectoria o camino que tiene el electrón alrededor del núcleo del átomo y un orbital es la forma que resulta cuando se combinan todas las posibles órbitas que el electrón puede tener. Para poderlo ilustrar mejor vamos a poner un ejemplo mucho más sencillo y gráfico, cercano a todos nosotros: el caso de la Tierra orbitando alrededor del Sol.

Cada año la Tierra da una vuelta completa alrededor del Sol. La trayectoria específica que recorre y que se podría dibujar en un plano es la órbita. Pero cada año la Tierra tiene una trayectoria un poco diferente a la del año anterior, un poco más rápida, un poco más lenta, un poco más lejana, un poco más cercana...
Si de alguna manera fuésemos capaces de grabar la trayectoria de la Tierra durante millones de años pintando unas órbitas sobre otras, obtendríamos una figura que se parecería mucho a un donut. Este donut nos daría las posiciones en las que la Tierra está limitada a moverse, del mismo modo que los electrones alrededor de su núcleo. Basándonos en esta descripción, podemos decir que un orbital se define como el lugar donde la probabilidad de encontrar al electrón es del 99,9 %; es decir, esa forma resultante (donut) es el orbital.

El modelo de Bohr

Las **órbitas** del electrón hacen referencia al **modelo de Bohr**, y es un modo de visualizar el hecho de que los electrones en un átomo tienen una determinada energía cuyo valor no puede ser cualquiera. El valor que tome está limitado a un pequeño grupo de posibles energías.
Se dice que el electrón está «cuantizado».

El modelo de Schrödinger

Por otro lado, los **orbitales** del electrón hacen referencia al **modelo de Schrödinger**. En este modelo se utilizan ecuaciones matemáticas para describir cómo un electrón cuenta con una probabilidad de cierta energía si se encuentra situado en una zona determinada del átomo, ante la imposibilidad ya de hablar de trayectoria debido al **principio de incertidumbre de Heisenberg**, que habla de que no podemos saber con total precisión la posición del electrón y su velocidad. Por tanto, no podemos conocer su trayectoria exacta.

Incertidumbre en la medida

Es más, cuanto más preciso sea nuestro conocimiento de su posición menos sabremos sobre su velocidad y viceversa. Esto es debido a que al medir perturbamos la realidad que pretendemos medir, con lo que nunca podremos conocerla. Esto supuso un serio revés para el pensamiento de la época (comienzos del siglo XX) y el optimismo que se respiraba sobre la tremenda progresión del conocimiento humano, lo que hizo, junto a otros acontecimientos, que surgiera la corriente filosófica del existencialismo (Nietzsche, Sartre...), mucho más pesimista.

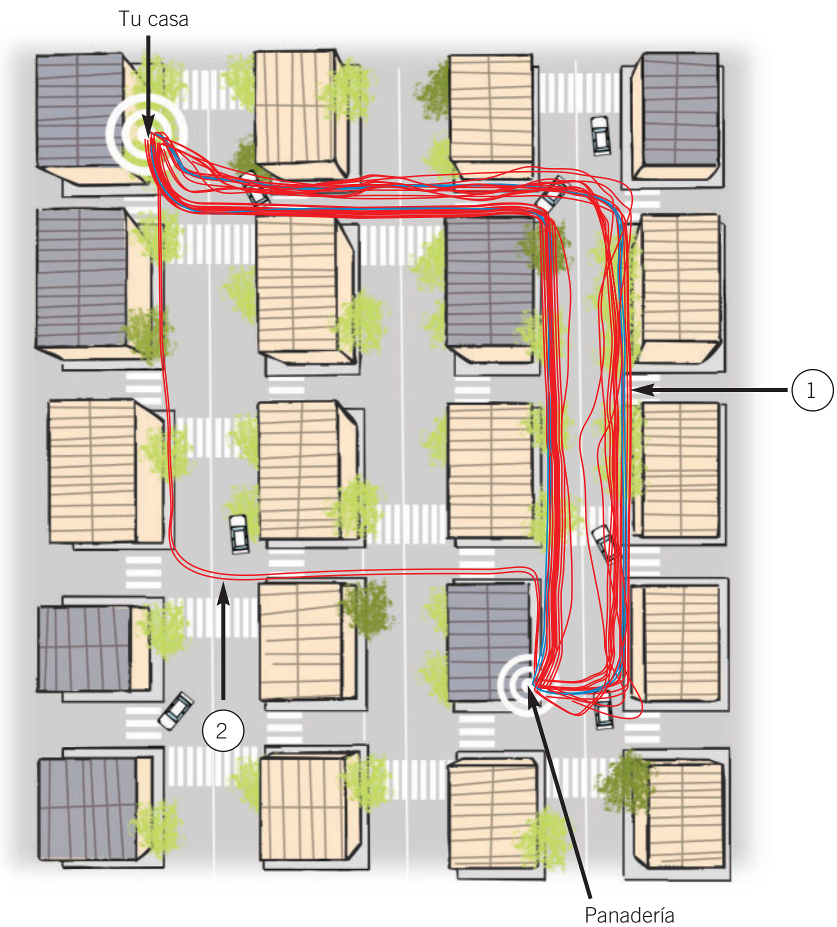
Puesto que estos dos conceptos son modelos del átomo, desde el punto de vista estricto son una abstracción de la realidad, es decir, maneras de imaginar o describir un átomo. Por tanto, si el electrón realmente está en una órbita circular o en un orbital matemático es irrelevante. Lo que importa es que dados unos parámetros de un modelo atómico este sea capaz de predecir ciertas propiedades físicas y químicas del átomo.

ORBITA Y ORBITAL

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

1 **Dibuja un mapa de tu barrio visto desde arriba. Señala en azul la trayectoria que recorrerías hoy si tuvieras que ir a comprar el pan a una panadería lejana. Después marca en rojo otras treinta trayectorias que seguirías los demás días del mes con alguna variación (ir por otra acera, acercarte a un escaparate de una tienda, hacer otro recado de camino, etc.). A la zona roja llámala ZONA 1. Dibuja ahora una última trayectoria totalmente diferente a las demás que realices otro día (llámala CAMINO 2).**

SOLUCIÓN



SOLUCIÓN

a) ¿La zona 1 es una órbita o un orbital?

Un orbital.

b) ¿El camino por el que has ido hoy es una órbita o un orbital?

Una órbita.

c) ¿El camino 2 es una órbita o un orbital?

Una órbita.

d) Si un amigo sale a buscarte un día cualquiera, ¿dónde hay mayor probabilidad de que te encuentre? ¿Te encontraría allí seguro? Pon un ejemplo.

En la zona 1. Es tu orbital y donde la probabilidad de que estés es mayor. Solo es lo más probable; podías estar en el camino 2.

CONFIGURACIÓN ELECTRÓNICA ABREVIADA

NOMBRE: ______________________ CURSO: ____________ FECHA: ____________

Recuerda que...

En algunas ocasiones resulta tedioso y muy laborioso tener que escribir la configuración electrónica de elementos que poseen un gran número de electrones. Para facilitar esta descripción se utiliza la conocida como **configuración electrónica abreviada**, que nos permite de una manera sencilla escribir una configuración mucho más manejable.

1. EJERCICIO RESUELTO

Observa cuál es la configuración electrónica del antimonio:

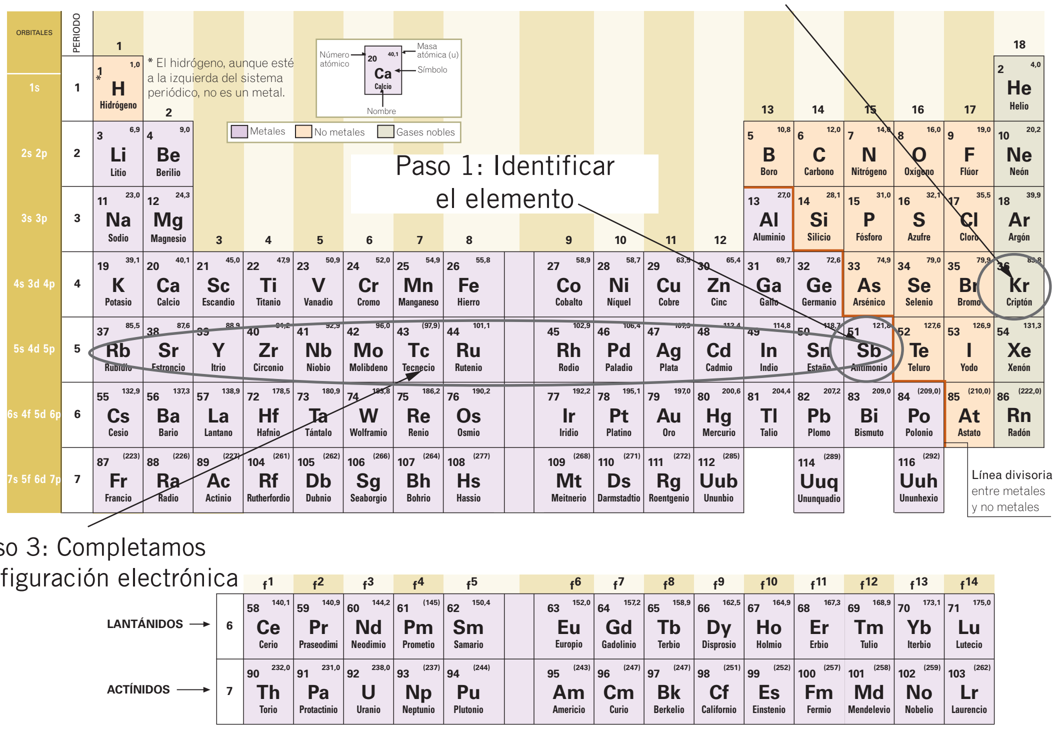
$$\text{Sb } (Z = 51) \rightarrow 1s^2\ 2s^2 2p^6\ 3s^2 3p^6\ 4s^2\ 3d^{10}\ 4p^6\ 5s^2\ 4d^{10}\ 5p^3$$

Veamos cómo se construye la configuración electrónica abreviada paso a paso:

SOLUCIÓN

1. Vemos dónde está el antimonio:

Paso 2: Escribimos el gas noble del periodo anterior



Paso 3: Completamos la configuración electrónica

El primer paso consiste en identificar y situar el elemento en cuestión dentro de la tabla periódica. En el caso del elemento que hemos mencionado antes, el antimonio (Sb), lo encontramos en el grupo 5 (15) y en el periodo 5, como se indica en la imagen.

2. Escribimos entre corchetes [] el símbolo del gas noble situado en el periodo anterior de la tabla.

Para el Sb, subimos al periodo anterior, que es el periodo 4, e identificamos el gas noble que se encuentra en el periodo 4: es el criptón. Este elemento tiene 36 electrones. Por tanto, para describir los 36 primeros electrones del átomo de antimonio, escribimos:

[Kr]

continúa →

NOMBRE: ____________ CURSO: ________ FECHA: ________

3. Completamos la configuración electrónica.

A continuación nos movemos hacia abajo colocándonos de nuevo en el periodo donde se encuentra el elemento que queremos describir. Una vez ahí, seguiremos con los elementos de izquierda a derecha, hasta llegar al elemento en cuestión, escribiendo la configuración electrónica correspondiente (teniendo en cuenta las reglas de llenado).

$[Kr]\ 5s^2\ 4d^{10}\ 5p^3$

2 Según has aprendido en el ejemplo, escribe la configuración electrónica abreviada de:

SOLUCIÓN

a) Arsénico.

$[Ar]\ 4s^2\ 3d^{10}\ 4p^3$

b) Un elemento que contiene 25 electrones.

$[Ar]\ 4s^2\ 3d^5$

c) Silicio.

$[Ne]\ 3s^2\ 3p^2$

d) El elemento número 53.

$[Kr]\ 5s^2\ 4d^{10}\ 5p^5$

e) Sodio.

$[Ne]\ 3s^1$

f) Ion cadmio, Cd^{2+}.

$[Kr]\ 4d^{10}$

3 Dadas las siguientes configuraciones electrónicas abreviadas, indica a qué elemento químico corresponden:

SOLUCIÓN

a) $[Ar]\ 4s^2\ 3d^{10}$
Cinc.

b) $[Ne]\ 3s^2\ 3p^4$
Azufre.

c) $[Xe]\ 6s^2\ 4f^{14}\ 5d^{10}\ 6p^5$
Astato.

d) $[Ar]\ 4s^2\ 3d^{10}\ 4p^4$
Selenio.

e) $[Ar]\ 4s^1\ 3d^{10*}$ (Esta configuración en la que solo hay un electrón en el subnivel s del nivel 4 es un caso especial, pues es una configuración más estable.)
Cobre.

f) $[He]\ 2s^1$
Litio.

CONFIGURACIÓN ELECTRÓNICA ABREVIADA

NOMBRE: ______________ CURSO: ______ FECHA: ______

4 ¿Son correctas las siguientes configuraciones electrónicas abreviadas de los elementos que se mencionan?

SOLUCIÓN

a) [Ne] $3s^1 \rightarrow$ Sodio
Sí.

b) [Xe] $6s^1 \rightarrow$ Rubidio
No, corresponde al cesio.

c) [Xe] $6s^2\ 4f^{14}\ 5d^{10}\ 6p^4 \rightarrow$ Radón
No, corresponde al polonio.

d) [Ar] $4s^2\ 3d^6 \rightarrow$ Cinc
No, corresponde al hierro.

e) [He] $\rightarrow$ Helio
No, el helio no tiene configuración electrónica abreviada; la suya es $1s^2$.

f) [He] $2s^2\ 2p^3 \rightarrow$ Nitrógeno
Sí.

g) [Kr] $5s^2\ 4d^2 \rightarrow$ Circonio
Sí.

h) [Ar] $4s^2 \rightarrow$ Calcio
Sí.

5 Escribe la configuración electrónica de todos los elementos del grupo de los halógenos.

SOLUCIÓN

a) Flúor.
$1s^2\ 2s^2\ 2p^5$

b) Cloro.
$1s^2\ 2s^2 2p^6\ 3s^2 3p^5$

c) Bromo.
$1s^2\ 2s^2\ 2p^6\ 3s^2\ 3p^6\ 4s^2\ 3d^{10}\ 4p^5$

d) Yodo.
$1s^2\ 2s^2 2p^6\ 3s^2 3p^6\ 4s^2\ 3d^{10}\ 4p^6\ 5s^2\ 4d^{10}\ 5p^5$

e) Astato.
$1s^2\ 2s^2 2p^6\ 3s^2 3p^6\ 4s^2\ 3d^{10}\ 4p^6\ 5s^2\ 4d^{10}\ 5p^6\ 6s^2\ 5d^{10}\ 6p^5$

f) ¿Qué tienen todos ellos en común?
Todos tienen la misma estructura en el último nivel:

$$5p^5$$

Esto quiere decir que les falta un solo electrón para tener la misma configuración electrónica que el gas noble que se encuentra en su mismo periodo.

Por este motivo estos elementos son propensos a aceptar electrones, ya que la configuración de gas noble ofrece más estabilidad que la que ellos tienen.

BREVE HISTORIA DE LA TABLA PERIÓDICA

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Recuerda que…

La **tabla periódica** es una organización de los elementos químicos agrupados en **orden creciente de número atómico**, de tal forma que en las mismas columnas (grupos) coincidan elementos con propiedades similares. Esta estructura de la tabla la convierte en una herramienta de gran valor para determinar las propiedades y el comportamiento de los elementos, así como predecir cómo interactuarán.

La tabla periódica, tal y como la conocemos hoy día, está formada por 115 elementos.

- Algunos de ellos nos son familiares, como el oro o la plata, mientras otros muchos nos son totalmente desconocidos y son *raros,* como es el caso del praseodimio o del mendelevio.
- Algunos de ellos son metales, como el potasio, y otros son no metales, como el cloro.
- Algunos son gases a temperatura ambiente, como el flúor; otros son líquidos, como el bromo y el mercurio; y otros, sólidos, como el cobre.

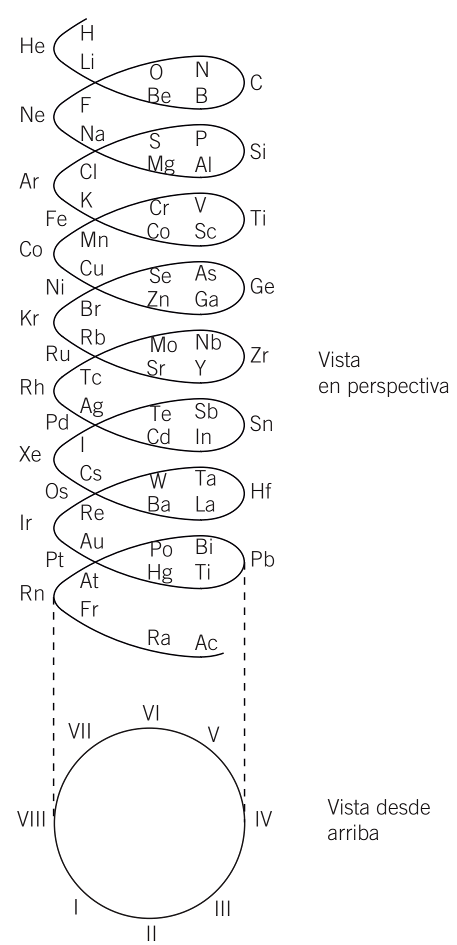
Como podemos ver, existe una gran cantidad de elementos con características y propiedades muy diferentes entre ellos. Se puede imaginar que el llegar a una clasificación de algún tipo se presenta como una tarea, cuanto menos, larga y dificultosa. A lo largo de estas líneas descubriremos que, aunque muchos de los elementos que hoy día conocemos se descubrieron hace mucho tiempo, no fue hasta el siglo XVIII cuando se comenzó a clasificarlos en una tabla parecida a la que conocemos en la actualidad.

En la tabla de la página 441 se agrupan cronológicamente algunos de los elementos según la época de su descubrimiento. En algunos casos el elemento fue descubierto como tal, aunque en otros casos se refleja la fecha en que dicho elemento fue aislado del compuesto al que pertenecía.

Como se puede observar, el siglo XIX es el más prolífico en lo que se refiere al descubrimiento de nuevos elementos. La aparición de gran cantidad de ellos hizo que se pusieran de manifiesto semejanzas en propiedades, pesos relacionados, o comportamientos químicos parecidos. Estas semejanzas empujaron a los químicos a buscar algún tipo de clasificación, de tal manera que se facilitase su conocimiento y descripción, así como a impulsar la investigación de nuevos elementos.

El alemán **J. W. Dobereiner** (1780-1849), en 1817, fue el primero que se dio cuenta de que los pesos atómicos de algunos elementos estaban relacionados de tres en tres. Demostró que el peso atómico del estroncio era aproximadamente la media aritmética de los pesos atómicos del calcio y del bario, elementos químicamente parecidos al estroncio. También demostró la existencia de otros grupos de tres elementos que se llaman **tríadas**, como, por ejemplo, cloro, bromo y yodo.

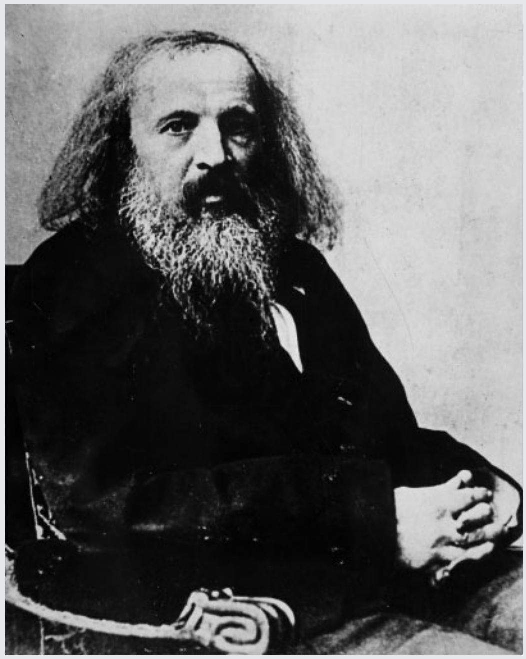
Fue el francés **A. E. B. de Chancourtois** (1820-1886) quien en 1862 dispuso los elementos siguiendo el orden del peso atómico, sobre una curva en forma de hélice sobre un cilindro vertical y observó una cierta periodicidad en ellos.



BREVE HISTORIA DE LA TABLA PERIÓDICA

NOMBRE: ______ CURSO: ______ FECHA: ______

Un año más tarde, el británico **J. A. R. Newlands** (1838-1898) propuso un sistema de clasificación creciente en peso atómico en el que los elementos se agrupaban de siete en siete, ya que el octavo elemento repetía propiedades similares al del primer elemento. Se llamó la **ley de las octavas**.



Pero la etapa definitiva y más importante en el desarrollo del sistema periódico fue realizada por el químico ruso **D. Mendeleiev** (1834-1907). Fue en 1869 cuando publicó su tabla en la que propuso un sistema periódico que contenía 17 columnas, con los elementos ordenados por pesos atómicos crecientes, que contenía todos los elementos conocidos hasta la fecha. Estas columnas fueron construidas tras un detallado estudio de los pesos atómicos de los elementos, sus propiedades físico-químicas y, sobre todo, teniendo en cuenta la valencia. Aunque era una tabla que dejaba huecos vacíos –prediciendo la existencia de nuevos elementos, que se descubrirían más tarde–, era una tabla sencilla y completa que revolucionó el estudio de la química para siempre.

El químico alemán **J. L. Meyer** (1830-1895) trabajaba de forma paralela y propuso una tabla con una clasificación basada en las propiedades electroquímicas en función de los pesos atómicos, y se observaba también una cierta periodicidad. Propuso una tabla parecida a la de Mendeleiev.

En 1871 Mendeleiev y Meyer propusieron una tabla con ocho columnas verticales (grupos) obtenidas por desdoblamiento de las filas (periodos) en grupos de siete elementos (grupos I al VII, subgrupos A y B) y un grupo central formado por tres elementos análogos (grupo VIII). Los periodos y los grupos quedaron dispuestos en filas y columnas tal y como las conocemos hoy día.

El descubrimiento del helio supuso una contrariedad para Mendeleiev al principio, ya que no tenía un lugar adecuado para él en la tabla. Pero, más adelante, y una vez descubiertos el resto de gases nobles, vieron que se formaba el grupo 0, y que encajaba de forma brillante en la tabla. La primera revisión extendió el sistema para incluir toda esta nueva familia de elementos cuya existencia era completamente insospechada en el siglo XIX. Este grupo comprendía los tres primeros elementos de los gases nobles o inertes: argón, helio y neón, descubiertos en la atmósfera entre 1894 y 1898 por el físico británico **J. W. Strutt** (1843-1919) y el químico británico **W. Ramsay** (1852-1916).

Aunque la tabla de Mendeleiev demostró la naturaleza periódica de los elementos, quedó para los científicos del siglo XX la explicación de por qué las propiedades de los elementos son periódicas. Esta cuestión se resolvió cuando los científicos entendieron la estructura electrónica de los elementos, caso de Bohr, y la organización de los electrones en niveles de valencia, caso de **G. N. Lewis** (1875-1946).

La tabla periódica moderna contiene elementos descubiertos recientemente, como son el ununnilio o el unununio, descubiertos en 1994, entre otros. Este tipo de elementos se han encontrado bombardeando átomos ya conocidos con otros átomos (en el proceso conocido como fisión) a altas velocidades, para ver si en el proceso se producían nuevas combinaciones de protones y neutrones que diesen lugar a elementos nuevos. La mayoría de los elementos que poseen un número atómico mayor de 92 (uranio) solo existen después de realizar este tipo de experimentos y durante un periodo de tiempo muy corto, de fracciones de segundo.

Por poner el ejemplo del unununio, para obtener tres átomos se bombardearon átomos de bismuto con iones de níquel a muy alta velocidad con la ayuda de un aparato conocido como acelerador lineal. Estos átomos existieron durante 1,5 milisegundos (0,0015 s).

BREVE HISTORIA DE LA TABLA PERIÓDICA

NOMBRE: ______ CURSO: ______ FECHA: ______

Hoy día es la IUPAC (International Union of Pure and Applied Chemistry), a través de su división de nomenclatura química y representación de estructura, la responsable de idear, revisar y proponer el nombre de los nuevos elementos químicos descubiertos.

Descubrimiento de los elementos				
Edad Antigua	**Siglo XVIII**	**Siglo XIX**		**Siglo XX**
Oro	Cobalto	Niobio	Cesio	Lutecio
Plata	Platino	Tántalo	Rubidio	Proactinio
Cobre	Cinc	Cerio	Talio	Hafnio
Hierro	Níquel	Iridio	Indio	Renio
Plomo	Bismuto	Osmio	Helio	Tecnecio
Estaño	Magnesio	Paladio	Samario	Francio
Mercurio	Hidrógeno	Rodio	Galio	Astato
Azufre	Flúor	Potasio	Yterbio	Neptunio
Carbono	Nitrógeno	Sodio	Escandio	Plutonio
Periodo alquimia (nace en el antiguo Egipto)	Cloro	Bario	Holmio	Curio
	Manganeso	Boro	Tulio	Americio
	Oxígeno	Calcio	Gadolinio	Prometio
Arsénico	Molibdeno	Yodo	Neodimio	Berkelio
Fósforo	Telurio	Cadmio	Praseodimio	Californio
Antimonio	Wolframio	Litio	Disprosio	Einstenio
	Circonio	Selenio	Germanio	Fermio
	Estroncio	Silicio	Argón	Mendelevio
	Uranio	Bromo	Europio	Nobelio
	Ytrio	Aluminio	Criptón	Laurencio
	Cromo	Torio	Neón	Iterbio
	Berilio	Vanadio	Polonio	Rutherfordio
		Lantano	Radio	Dubnio
		Erbio	Xenón	Seaborgio
		Terbio	Actinio	Bohrio
		Rutenio	Radón	Hassio
				Meitnerio
				Ununnilio
				Unununio
				Ununbio
				Ununcuadio
				Ununhexio
				Ununoctio

6 **Investiga cuál es el número atómico de algunos de los elementos de la tabla periódica que quedan por descubrir.**

SOLUCIÓN

Son los elementos con el siguiente número atómico:

- 113.
- 115.
- 117.

Para que un elemento se considere descubierto es necesario que al menos dos laboratios lo produzcan de manera independiente.

LOS GASES NOBLES

NOMBRE: ______ CURSO: ______ FECHA: ______

Recuerda que...

Si miramos con detenimiento la tabla periódica, vemos que los elementos del grupo 18 son conocidos como gases nobles. Los átomos que forman este grupo de gases nobles tienen todos una singular y misma característica debido a su periodicidad: son los elementos más estables de la tabla periódica.

Para ver en qué consiste esta propiedad vamos a escribir la configuración electrónica de todos ellos.

Elemento	Símbolo	Configuración electrónica	Grupo	Periodo
Helio	He	$1s^2$	18	1
Neón	Ne	$1s^2\ 2s^22p^6$	18	2
Argón	Ar	$1s^2\ 2s^22p^6\ 3s^23p^6$	18	3
Criptón	Kr	$[Ar]\ 3d^{10}\ 4s^24p^6$	18	4
Xenón	Xe	$[Kr]\ 4d^{10}\ 5s^25p^6$	18	5
Radón	Rn	$[Rd]\ 4f^{14}\ 5d^{10}\ 6s^26p^6$	18	6

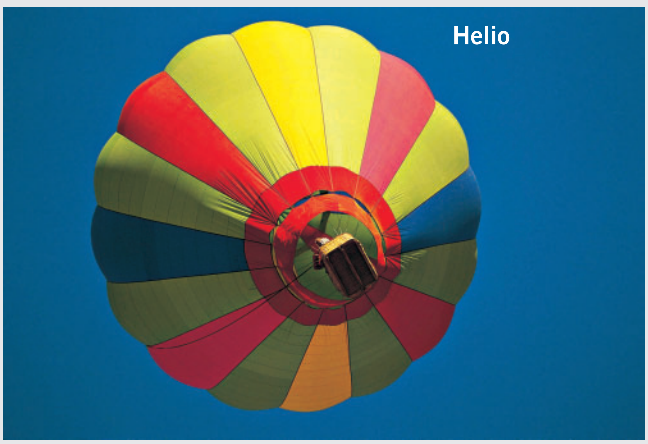
Los gases nobles forman una familia de elementos que están situados en la última columna a la derecha de la tabla periódica: el **grupo 18**. Como podemos observar, todos ellos tienen el **último nivel completo**. Una configuración electrónica de capa completa es un indicativo de **fuerte estabilidad química**, lo que significa que los gases nobles son elementos muy estables que normalmente no reaccionan con otros elementos.

Debido a esta característica de no reactividad, al principio se les conocía por el nombre de gases inertes, ya que se pensaba que no reaccionaban con otros elementos. Parece ser que la palabra «noble» viene precisamente de ese hecho de no quererse mezclar con los demás como hacían los nobles en la Edad Media. Y, aunque el He y el Ne no se combinan con otros elementos, el resto de gases sí lo pueden hacer debido fundamentalmente a la presencia de orbitales d que les permite formar enlaces.

Hace unos 40 años los científicos fueron capaces de generar algunos compuestos estables con gases inertes. Varios de ellos se han usado para hacer explosivos y otros se han generado solo en el laboratorio, útiles desde el punto de vista experimental. Lo único que debemos tener en cuenta es que estos compuestos no son naturales, son «forzados». Cuando los gases nobles se encuentran en su estado natural, nunca forman compuestos. Aunque no deberíamos decir *nunca*, porque siempre puede aparecer una excepción.

Algunos usos comunes de los gases nobles son:

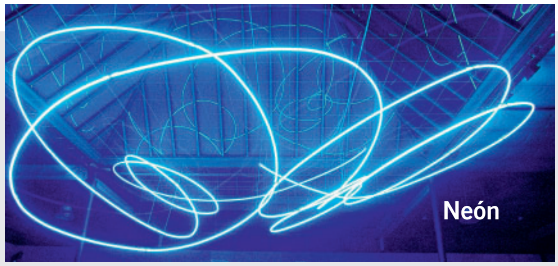
- El **helio**, en gas es mucho menos denso que el aire; por tanto, más ligero, y se usa para llenar los globos y los dirigibles. Debido a la propiedad de ser inerte no se quema en el aire, no como el hidrógeno que se utiliza en los globos aerostáticos y que es bastante inflamable.
  El helio también se emplea en las mezclas de las botellas de los buceadores.



LOS GASES NOBLES

NOMBRE: ______ CURSO: ______ FECHA: ______

- El **neón** da luz cuando una corriente eléctrica pasa a través de él, por eso es muy utilizado en las luces «de neón» que se ponen en los anuncios de la calle y luces fluorescentes.



- El **argón**, como todos los gases nobles, es químicamente inerte. Se usa en las bombillas porque los filamentos de metal no arden en argón y, al mismo tiempo, reduce la evaporación del filamento. También se utiliza para producir una atmósfera inerte en procesos metalúrgicos de alta temperatura, como, por ejemplo, las soldaduras. Tiene una gran ventaja: es muy barato de producir.

- El **radón** como gas radiactivo se usa para el tratamiento de crecimientos malignos. Es el gas noble que menos utilidades tiene debido a que es bastante peligroso. Los isótopos radiactivos del radón se producen por unos procesos de cambio de energía (debido a la pérdida de energía de electrones) de metales pesados como el uranio. Se emplea en algunos tratamientos específicos contra el cáncer, ya que es capaz de provocar daños a nivel celular.

- **El xenón** se utiliza en tubos fluorescentes, en bombillas de flash y en algunos láseres.

7 **¿Qué efecto se produce cuando aspiramos helio?**

SOLUCIÓN

La voz parece mucho más aguda, es como si hablara el pato Donald.

¿A qué es debido?

Esto es debido a que el helio es un gas menos denso que los que inhalamos habitualmente, y por eso las cuerdas vocales pueden vibrar más rápido y producir sonidos mucho más agudos.

8 **Investiga y explica alguna utilidad más del xenón.**

SOLUCIÓN

Los faros de xenón son componentes presentes en gran parte de los vehículos que actualmente circulan por nuestras carreteras. Se trata de un sistema de iluminación con alto rendimiento luminoso que aumenta la seguridad activa durante la conducción al incrementar el tiempo de reacción ante un peligro, que se advierte con mayor antelación respecto a los sistemas convencionales.

ESTRUCTURA ELECTRÓNICA Y PERIODICIDAD

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Recuerda que…

La **periodicidad** es una propiedad de los elementos químicos. Nos indica que los elementos que pertenecen a un mismo grupo (columnas verticales) de la tabla periódica tienen propiedades muy similares.

La causa de esta periodicidad de los elementos se explica en términos de la teoría de Bohr (1913) sobre la estructura electrónica del átomo: átomos que tienen estructuras electrónicas semejantes en sus capas externas tienen propiedades químicas semejantes.

Gracias a esta periodicidad y conociendo la posición que un determinado elemento tiene dentro de la tabla, somos capaces de predecir algunas de las propiedades químicas de dichos elementos.

9 Elige la respuesta correcta a las siguientes cuestiones:

SOLUCIÓN

Cuestión 1: Los elementos de un mismo grupo de la tabla periódica:

a) **Tienen propiedades químicas similares.** ***(En negrita la respuesta correcta.)***
b) Tienen números atómicos consecutivos.
c) Se llaman isótopos.
d) Constituyen un periodo de elementos.
e) Son todos gases nobles.

Cuestión 2: ¿Cuál de los siguientes elementos se encuentra en el periodo 3 de la tabla periódica?

a) **Al**
b) Ga
c) B
d) Los tres
e) O
f) Ninguno

Cuestión 3: La configuración electrónica de un elemento que contiene 15 protones es:

a) $1s^2\ 2s^2 2p^6\ 3s^2 3p^6$
b) $1s^2\ 2s^2 2p^6\ 3s^2\ 4p^3$
c) $1s^2\ 2s^2 2p^6\ 3s^2 3p^6\ 4s^2$
d) $\mathbf{1s^2\ 2s^2 2p^6\ 3s^2 3p^3}$

Cuestión 4: ¿Cuál es el número máximo de electrones que puede haber en un orbital 4f?

a) 2
b) 6
c) 10
d) **14**

Cuestión 5: ¿Cuántos electrones desapareados se encuentran en el cobalto (elemento 27)?

a) 2
b) **3**
c) 7
d) 10

Cuestión 6: ¿Cuáles de los siguientes elementos tiene una configuración electrónica que acaba en $4d^6$?

a) Fe
b) **Ru**
c) Os
d) Los tres

ESTRUCTURA ELECTRÓNICA Y PERIODICIDAD

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Cuestión 7: ¿Cuál de los siguientes átomos tiene mayor radio?

a) **I** b) Cl
c) F d) Ge

Cuestión 8: ¿Qué elemento tiene la siguiente configuración electrónica:
$1s^2\ 2s^2 2p^6\ 3s^2 3p^6\ 4s^2\ 3d^{10}\ 4p^3$?

a) P b) Kr
c) **As** d) Sb

Cuestión 9: ¿Cuántos electrones s hay en el potasio?

a) 2 b) 1
c) 8 d) **7**

Cuestión 10: ¿Cuántos electrones de valencia hay en el elemento que tiene 16 protones?

a) 4 b) **6**
c) 8 d) 16

Cuestión 11: Propuestas las siguientes afirmaciones:

1. Los elementos 37 y 55 pertenecen al mismo grupo.
2. El número máximo de electrones que un orbital puede contener varía dependiendo del tipo de orbital.
3. El electrón desapareado en el B se encuentra en un orbital p.

a) Las tres son verdaderas. b) Las tres son falsas.
c) **1 y 3 son verdaderas.** d) 2 es verdadera.

Cuestión 12: El elemento que tiene la siguiente configuración electrónica: $1s^2\ 2s^2 2p^3$ se encuentra en:

a) Periodo 2, grupo 16. b) Periodo 15, grupo 2.
c) **Periodo 2, grupo 15.** d) Periodo 13, grupo 15.

Cuestión 13: ¿Cuál es la configuración electrónica del nivel de valencia del potasio?

a) **$4s^1$** b) $3s^2 3p^6$ 4s1
c) $5s^1$ d) $3s^2 3p^6\ 5s^1$

Cuestión 14: Dado el siguiente isótopo $^{238}_{92}U$:

a) **Su número atómico es 92 y su número másico es 238.**
b) Este isótopo no existe.
c) Su número másico es el resultado de sumar 238 más 92.
d) Su número atómico es 238 y su número másico es 92.
e) Tiene 238 neutrones y 92 protones.

DISOLUCIONES (I)

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Recuerda que…

Vamos a ver cómo fabricar una disolución más diluida a partir de otra más concentrada.

1. EJERCICIO RESUELTO

Tenemos una disolución 8 M de una sal en agua y queremos medio litro de una disolución con el mismo soluto y disolvente, pero menos concentrada, por ejemplo 5 M. Disponemos del agua que necesitemos. ¿Cómo lo haríamos?

SOLUCIÓN

Lo que vamos a hacer es diluir, y habrás pensado que lo más sencillo es añadir disolvente (agua) y estás en lo cierto. Pero la pregunta es: ¿cuánto?, para tener medio litro de esa nueva concentración 5 M.

Pasos:

1. Te tienes que preguntar: ¿cuánta cantidad de sustancia en mol de soluto tendrá que haber en el nuevo litro de disolución que vamos a fabricar para que sea 5 M?

$$0{,}5\ \cancel{\text{L de disolución}} \cdot \frac{5\ \text{mol de soluto}}{1\ \cancel{\text{L de disolución}}} = 2{,}5\ \text{mol de soluto}$$

2. Esos 2,5 mol de soluto los tenemos que sacar de la disolución 8 M en la que están mezclados con disolvente.

   Te tienes que preguntar: ¿qué volumen de la disolución 8 M hemos de coger para que en su interior estén los 2,5 mol que necesitamos?

$$2{,}5\ \cancel{\text{mol}} \cdot \frac{1\ \text{L de disolución}}{8\ \cancel{\text{mol}}} = 0{,}313\ \text{L de disolución 8 M hemos de sacar para que en su interior haya 2,5 mol de soluto.}$$

3. Una vez que sabemos que en esos 0,313 litros están los 2,5 mol que necesitamos, solo falta añadirles disolvente (agua) hasta completar el medio litro y remover.

Habremos fabricado medio litro de disolución en la que hay 2,5 mol de soluto, por lo que en cada litro habría 5 mol; es decir, es 5 M.

1 **Siguiendo los tres pasos anteriores explica cómo fabricarías tres litros de una disolución 2 M a partir de otra con el mismo soluto y disolvente, pero 7 M.**

SOLUCIÓN

1. En este caso:

$$3\ \cancel{\text{L de disolución}} \cdot \frac{2\ \text{mol}}{1\ \cancel{\text{L de disolución}}} = 6\ \text{mol de soluto hemos de tener}$$

2. Tenemos:

$$6\ \cancel{\text{mol}} \cdot \frac{1\ \text{L de disolución}}{7\ \cancel{\text{mol}}} = 0{,}86\ \text{L de disolución 7 M hemos de coger}$$

3. Añadimos disolvente a los 0,86 L de disolución hasta completar los tres litros y removemos.

DISOLUCIONES (II)

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Recuerda que…

Cómo calcular la concentración final de una disolución que es mezcla de otras dos de diferentes concentraciones.

2. EJERCICIO RESUELTO

Si mezclamos 250 cm^3 de una disolución 2 M con 500 cm^3 de otra disolución con el mismo soluto y disolvente, pero 5 M, ¿qué molaridad tendrá la disolución resultante?
Recuerda que 1 L = 1000 cm^3.

SOLUCIÓN

1. Calculamos la cantidad de sustancia (moles) de soluto que tendrá la nueva disolución, que será la suma de los que haya en los 250 cm^3 (0,25 L) de la primera y en los 500 cm^3 (0,5 L) de la segunda:
   - En la primera disolución:

$$0{,}25\ \cancel{\text{L de disolución}} \cdot \frac{2\ \text{mol}}{1\ \cancel{\text{L de disolución}}} = 0{,}5\ \text{mol de soluto hay en los } 250\ \text{cm}^3 \text{ de la primera disolución}$$

   - En la segunda disolución:

$$0{,}5\ \cancel{\text{L de disolución}} \cdot \frac{5\ \text{mol}}{1\ \cancel{\text{L de disolución}}} = 2{,}5\ \text{mol de soluto hay en los } 500\ \text{cm}^3 \text{ de la segunda disolución}$$

   En total, en la nueva disolución hay 2,5 + 0,5 = 3 mol de soluto.

2. Calculamos el volumen de la nueva disolución, que será la suma de lo que aporte cada una:

$$250\ \text{cm}^3 + 500\ \text{cm}^3 = 750\ \text{cm}^3 = 0{,}75\ \text{L}$$

   Sustituimos:

$$M = \frac{n_{\text{soluto}}}{V_{\text{disolución}}} = \frac{3\ \text{mol}}{0{,}75\ \text{L}} = 4\ \text{M} \rightarrow \text{molaridad de la nueva disolución}$$

2 **Siguiendo los tres pasos anteriores halla la molaridad que tendría una disolución fabricada al mezclar 2,5 L de una disolución 2,8 M con 300 cm^3 de otra con el mismo soluto y disolvente, pero 9 M.**

SOLUCIÓN

1. En la primera disolución:

$$2{,}5\ \cancel{\text{L de disolución}} \cdot \frac{2{,}8\ \text{mol}}{1\ \cancel{\text{L de disolución}}} = 7\ \text{mol de soluto hay en los } 2{,}5\ \text{L de la primera disolución}$$

   En la segunda disolución:

$$0{,}3\ \cancel{\text{L de disolución}} \cdot \frac{9\ \text{mol}}{1\ \cancel{\text{L de disolución}}} = 2{,}7\ \text{moles de soluto hay en los } 300\ \text{cm}^3 \text{ de la segunda disolución}$$

   En total, en la nueva disolución hay 7 + 2,7 = 9,7 mol de soluto

2. $V_{\text{disolución}} = 2{,}5\ \text{L} + 0{,}3\ \text{L} = 2{,}8\ \text{L}$.
3. Sustituimos:

$$M = \frac{n_{\text{soluto}}}{V_{\text{disolución}}} = \frac{9{,}7\ \text{mol}}{2{,}8\ \text{L}} = 3{,}5\ \text{M} \rightarrow \text{molaridad de la nueva disolución}$$

DISOLUCIONES (III)

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Recuerda que…

Vamos a ver cómo hallar la molaridad de una disolución, conocida su densidad y su porcentaje en masa.

3. EJERCICIO RESUELTO

En la etiqueta de un frasco que contiene ácido clorhídrico (HCl) concentrado encontramos dos datos:

- **$d = 1{,}18$ g/mL.**
- **35 % en masa.**

¿Cual será su molaridad?

Masas atómicas: H = 1 u, Cl = 35,5 u.

SOLUCIÓN

1. Ponemos los datos en forma de proporción para comprenderlos mejor y usarlos posteriormente:
   - $d_{\text{disolución}} = 1{,}18 \text{ g/mL} \rightarrow \dfrac{1{,}18 \text{ g de disolución}}{1 \text{ mL de disolución}}$

     Fíjate que relaciona masa y volumen de la disolución, dos propiedades de la disolución.
   - $35\ \% \text{ en masa} \rightarrow \dfrac{35 \text{ g de soluto}}{100 \text{ g de disolución}}$

     Fíjate que relaciona las masas del soluto y de la disolución, una propiedad del soluto y otra de la disolución.
2. Nuestro objetivo final es saber la cantidad de sustancia (el número de moles de soluto) que hay en cada litro de la disolución (molaridad). Empecemos hallando cuánta masa tiene un litro de disolución. Usamos el dato de la densidad de la disolución:

   $$1000 \cancel{\text{ mL de disolución}} \cdot \frac{1{,}18 \text{ g de disolución}}{1 \cancel{\text{ mL de disolución}}} = 1180 \text{ g de masa tiene cada litro de disolución}$$
3. Los 1180 g anteriores son una mezcla homogénea de soluto y disolvente (esa es la definición de disolución). Nos preguntamos: ¿qué parte será de soluto? Usamos el dato del porcentaje en masa:

   $$1180 \cancel{\text{ g de disolución}} \cdot \frac{35 \text{ g de soluto}}{100 \cancel{\text{ g de disolución}}} = 413 \text{ g de soluto hay en cada litro de disolución}$$

   Lo que hemos hecho es hallar el 35% de 1800, que es lo que significa el % en masa.
4. Una vez que sabemos que los gramos de soluto que hay en un litro de disolución, calculamos la cantidad de sustancia (moles), y será la molaridad por definición.

   Masa molecular del HCl:

   $$M = 1 \text{ u} + 35{,}5 \text{ u} = 36{,}5 \text{ u} \rightarrow 36{,}5 \text{ g/mol}$$

   La cantidad de sustancia es:

   $$n = \frac{m}{M} = \frac{413 \text{ g}}{1 + 35{,}5 \text{ g/mo}} 11{,}3 \text{ mol de soluto en cada litro de disolución}$$

   Disolución 11,3 M.

DISOLUCIONES (III)

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

3 **Tenemos una disolución de bromuro de potasio (KBr) al 70 % en masa y de densidad de disolución de 1,7 g/cm^3.**
Masas atómicas: K = 39 u; Br = 80 u.

SOLUCIÓN

a) Siguiendo los pasos del ejemplo anterior, calcula la molaridad de la disolución.

1. Pon los datos en forma de proporción. (1 cm^3 = 1 mL.)

Densidad:

$$d_{\text{disolución}} = 1{,}7 \text{ g/mL} \rightarrow \frac{1{,}7 \text{ g de disolución}}{1 \text{ mL de disolución}}$$

Tanto por ciento en masa:

$$70\ \% \text{ en masa} \rightarrow \frac{70 \text{ g de soluto}}{100 \text{ g de disolución}}$$

2. Hallamos la masa que tiene un litro de disolución.

$$1000 \cancel{\text{ mL de disolución}} \cdot \frac{1{,}7 \text{ g de disolución}}{1 \cancel{\text{ mL de disolución}}} = 1700 \text{ g tiene cada litro de disolución}$$

3. Hallamos la parte que es de soluto.

$$1700 \cancel{\text{ g de disolución}} \cdot \frac{70 \text{ g de soluto}}{100 \cancel{\text{ g de disolución}}} = 1190 \text{ g de soluto hay en cada litro de disolución}$$

4. Pasamos los gramos a moles y expresamos la molaridad.

$$n = \frac{m}{M} = \frac{1190 \text{ g}}{(39 + 80) \text{ g/mol}} = 10 \text{ mol de soluto en cada litro de disolución}$$

Disolución 10 M.

b) ¿Qué masa de soluto hay en 60 g de disolución? ¿Y de disolvente?

Disolución:

$$70\ \% \text{ de } 60 \text{ g} = 42 \text{ g de soluto}$$

Disolvente:

$$(60 - 42) = 18 \text{ g de disolvente}$$

c) ¿Qué masa tienen 400 mL de la disolución?

$$400 \cancel{\text{ mL de disolución}} \cdot \frac{1{,}7 \text{ g de disolución}}{1 \cancel{\text{ mL de disolución}}} = 680 \text{ g de disolución}$$

d) ¿Qué volumen ocupan 2 kg de esta disolución?

A partir de la densidad:

$$2000 \cancel{\text{ g de disolución}} \cdot \frac{1 \text{ mL de disolución}}{1{,}7 \cancel{\text{ g de disolución}}} = 1176{,}5 \text{ mL de disolución}$$

e) ¿Cuál es la concentración de la disolución en g/L?

Del apartado a) → 1190 g/L.

DISOLUCIONES (IV)

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Recuerda que...

DISOLUCIONES CON SOLUTO LÍQUIDO

Aunque estamos acostumbrados a que el soluto sea sólido y el disolvente sea líquido, el soluto puede ser también un líquido (Ej. alcohol rebajado, ácido diluido...). Deberemos usar correctamente el dato de densidad del soluto:

$$d_{\text{soluto}} = \frac{\text{masa del soluto}}{\text{volumen del soluto}}$$

Existen diferentes formas de expresar la concentración:

- Molaridad: $M = \dfrac{n_{\text{soluto}}}{V_{\text{disolución}}\,(\text{L})}$
- % en masa: $\dfrac{\text{masa de soluto}}{\text{masa de disolución}} \cdot 100$
- g/L: $\dfrac{\text{masa de soluto (g)}}{\text{volumen de disolución (L)}}$
- % en volumen: $\dfrac{\text{volumen de soluto}}{\text{volumen de disolución}} \cdot 100$

4. EJERCICIO RESUELTO

Expresa de las cuatro formas anteriores la concentración de una disolución de ácido clorhídrico (HCl) en un disolvente, en la que en 500 g de disolución hay 73 g de ácido. Datos: $d_{\text{disolución}} = 1{,}3$ g/mL; $d_{\text{soluto}} = 1{,}1$ g/mL.

Masas atómicas: H = 1 u; Cl = 35,5 u.

SOLUCIÓN

1. Ponemos los datos en forma de proporción para comprenderlos mejor y usarlos posteriormente:

   - $d_{\text{disolución}} = 1{,}3 \text{ g/mL} \rightarrow \dfrac{1{,}3 \text{ g de disolución}}{1 \text{ mL de disolución}}$

   Fíjate que relaciona masa y volumen de la disolución, dos propiedades de la disolución.

   - $d_{\text{soluto}} = 1{,}1 \text{ g/mL} \rightarrow \dfrac{1{,}1 \text{ g de soluto}}{1 \text{ mL de disolución}}$

   Fíjate que relaciona masa y volumen del soluto, dos propiedades del soluto.

2. Empezamos con % en masa, pues sacamos directamente los datos del enunciado:

$$\%\text{ en masa} = \frac{\text{masa de soluto}}{\text{masa de disolución}} \cdot 100 = \frac{73 \text{ g}}{500 \text{ g}} \cdot 100 = 14{,}6\ \%\text{ en masa}$$

3. Hallamos la concentración en g/L usando el dato de $d_{\text{disolución}}$:

   Tenemos 73 g de soluto en 500 g de disolución. Esos 500 g de disolución ocupan un volumen de:

$$500\,\cancel{\text{g de disolución}} \cdot \frac{1 \text{ mL de disolución}}{1{,}3\,\cancel{\text{g de disolución}}} = 384{,}6 \text{ mL} = 0{,}3846 \text{ L de disolución}$$

   Por tanto:

$$\text{g/L} = \frac{\text{masa de soluto (g)}}{\text{volumen de disolución (L)}} = \frac{73 \text{ g}}{0{,}3846 \text{ L}} = 189{,}8 \text{ g/L}$$

continúa →

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

4. Hallados los g/L hallamos fácilmente la molaridad pasando los 189,8 g de soluto a moles:

$$n = \frac{m}{M} = \frac{189{,}8\ \text{g}}{(1 + 35{,}5)\ \text{g/mol}} = 5{,}2\ \text{mol en cada litro de disolución} \rightarrow \text{Disolución } 5{,}2\ \text{M}$$

5. Hallamos el % en volumen usando el dato de d_{soluto}:

En el apartado 3 vimos que teníamos 73 g de soluto en 500 g de disolución y que esos 500 g de disolución ocupaban un volumen de 384,6 mL, pero ¿qué parte de ese volumen es de soluto? o lo que es lo mismo, ¿qué volumen ocupan 73 g de soluto?

$$73\ \cancel{\text{g de soluto}} \cdot \frac{1\ \text{mL de soluto}}{1{,}1\ \cancel{\text{g de soluto}}} = 66{,}36\ \text{mL de soluto}$$

Por tanto, $\%\ \text{en volumen} = \frac{\text{volumen de soluto}}{\text{volumen de disolución}} \cdot 100 = \frac{66{,}36\ \text{mL}}{384{,}6\ \text{mL}} \cdot 100 = 17{,}25\ \%$ en volumen

4 **Expresa de las cuatro formas conocidas la concentración de una disolución de ácido sulfhídrico (H_2S) en un disolvente, en la que en dos litros de esta disolución hay 20 cm^3 de soluto H_2S. Datos: $d_{disolución} = 1{,}6$ g/mL; $d_{soluto} = 1{,}4$ g/mL. Masas atómicas: H = 1 u; S = 32 u.**

SOLUCIÓN

1. Expresamos las densidades en forma de proporción:

$$d_{disolución} = 1{,}6\ \text{g/mL} \rightarrow \frac{1{,}6\ \text{g de disolución}}{1\ \text{mL de disolución}};\quad 1{,}4\ \text{g/mL} \rightarrow \frac{1{,}4\ \text{g de soluto}}{1\ \text{mL de disolución}}$$

2. Hallamos el % volumen.

$$\%\ \text{en volumen} = \frac{\text{volumen de soluto}}{\text{volumen de disolución}} \cdot 100 = \frac{20\ \text{cm}^3}{2000\ \text{cm}^3} \cdot 100 = 1\ \%\ \text{en volumen}$$

3. Hallamos los g/L.

Tenemos 20 cm^3 de soluto en 2 litros de disolución. Hallemos la masa de esos 20 cm^3 de soluto usando el dato de d_{soluto}. (Recuerda que 1 cm^3 → 1 mL.)

$$20\ \cancel{\text{mL de disolución}} \cdot \frac{1{,}4\ \text{g de soluto}}{1\ \cancel{\text{mL de disolución}}} = 28\ \text{g de soluto} \rightarrow$$

$$\rightarrow \text{g/L} = \frac{\text{masa de soluto (g)}}{\text{volumen de disolución (L)}} = \frac{28\ \text{g}}{2\ \text{L}} = 14\ \text{g/L}$$

4. Hallamos la molaridad.

Pasamos los 14 g/L anteriores a moles/L:

$$n = \frac{m}{M} = \frac{14\ \text{g}}{(2 + 32)\ \text{g/mol}} = 0{,}41\ \text{mol en cada litro de disolución} \rightarrow \text{Disolución } 0{,}41\ \text{M}$$

5. Hallamos el % en masa.

En el apartado 3 vimos que teníamos 20 cm^3 de soluto en 2 L de disolución y que los 20 cm^3 de soluto tenían una masa de 28 g. ¿Qué masa tienen los 2 L de disolución ? Usamos el dato de $d_{disolución}$:

$$2000\ \cancel{\text{mL de disolución}} \cdot \frac{1{,}6\ \text{g de disolución}}{1\ \cancel{\text{mL de disolución}}} = 3200\ \text{g de disolución}$$

Por lo tanto, $\%\ \text{en masa} = \frac{\text{masa de soluto}}{\text{masa de disolución}} \cdot 100 = \frac{28\ \text{g}}{3200\ \text{g}} \cdot 100 = 0{,}875\ \%$ en masa

REACTIVO LIMITANTE Y REACTIVO EXCEDENTE

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Recuerda que…

Supongamos que son las fiestas de tu barrio y vuestros padres os dan a tu hermano pequeño y a ti un poco de dinero para que os podáis gastar, con la condición de que por cada dos euros que tú te gastes, tu hermano se gaste un euro. Piensa, antes de mirar la solución, con cuánto dinero volvería a casa cada uno en los siguientes casos.

5. EJERCICIO RESUELTO

a) Si a ti te dan diez euros, y a tu hermano, cuatro euros.

b) Si a ti te dan diez euros, y a tu hermano, seis euros.

SOLUCIÓN

a) Tu hermano se gastaría sus cuatro euros, tú te gastarías ocho. Él volvería sin nada y tú volverías con dos euros.

b) Tu hermano se gastaría cinco euros, tú te gastarías tus diez euros. Él volvería con un euro a casa, y tú, sin nada.

5 **Si a ti te dan doce euros, y a tu hermano, cinco euros.**

SOLUCIÓN

Tu hermano se gastaría sus cinco euros, tú te gastarías diez euros. Él volvería sin nada, y tú, con dos euros.

6 **Si a ti te dan seis euros, y a tu hermano, cuatro euros.**

SOLUCIÓN

Tu hermano se gastaría tres euros, tú te gastarías los seis euros. Él volvería con un euro a casa, y tú, sin nada.

Si te fijas en todos los resultados anteriores, siempre uno de los dos se queda sin dinero y al otro le sobra. Al que le sobra podíamos llamarle «el excecente» y, si te das cuenta, el que se queda sin nada provoca que el otro tampoco pueda seguir gastando, debido a la condición que les han puesto sus padres de que por cada euro que gaste el pequeño, gaste dos euros el grande, con lo que hace que el gasto de ambos finalice. Podíamos llamarle por este motivo «el limitante».

Algo muy parecido ocurre en una reacción química, en la que ponemos en contacto dos cantidades al azar de cada uno de los dos reactivos que van a reaccionar entre sí.

La relación del ejemplo en la que por cada dos euros del hermano mayor se gastaba un euro el pequeño, ahora equivale a la proporción en la que reaccionan los reactivos, que viene dada por los coeficientes estequiométricos. Los reactivos comenzarán a agotarse progresivamente en la proporción en moles indicada por los coeficientes de la reacción química ajustada, hasta que uno de los dos reactivos se termine.

En ese momento, la reacción habrá finalizado, aunque todavía quede una cantidad del otro reactivo sin agotarse, que no tiene con qué reaccionar.

Uno de los reactivos siempre se agotará por completo (será el reactivo limitante) y del otro, por lo general, sobrará (será el reactivo excedente), a no ser que hubiera exactamente la cantidad necesaria para el otro reactivo. En ese caso se agotarían los dos.

REACTIVO LIMITANTE Y REACTIVO EXCEDENTE

NOMBRE: ____________ CURSO: ________ FECHA: ________

6. EJERCICIO RESUELTO

El gas amoniaco (NH_3) se forma al reaccionar el gas hidrógeno (H_2) y el gas nitrógeno (N_2), según indica la siguiente reacción química:

$$N_2 + H_2 \rightarrow NH_3$$

Tenemos 100 g de N_2 y 100 g de H_2. ¿Qué sobra? Masas atómicas: N = 14 u; H = 1 u.

SOLUCIÓN

Como una reacción química es una redistribución de los átomos (se rompen los enlaces que hay entre ellos y se unen de manera diferente), el número de átomos que haya al principio (reactivos) tiene que ser el mismo que haya al final (productos), por lo que «ajustamos» la reacción:

$$N_2 + 3\ H_2 \rightarrow 2\ NH_3$$

Una interpretación de los coeficientes estequiométricos de la reacción ajustada es: por cada mol que se gaste de N_2 se gastarán también tres moles de H_2 y se producirán por ello dos moles de NH_3.

Con la información anterior veamos qué pasa si, por ejemplo, ponemos en contacto 100 g de cada uno de los dos gases que reaccionan:

$$\underset{100\ \text{g}}{N_2} + \underset{100\ \text{g}}{3\ H_2} \rightarrow 2\ NH_3$$

1. Veamos qué cantidad de sustancia (moles) tenemos de cada uno de los dos gases.

- $n_{N_2} = \dfrac{m_{N_2}}{M_{N_2}} = \dfrac{100\ \text{g}}{28\ \text{g/mol}} = 3{,}57$ mol de N_2
- $n_{H_2} = \dfrac{m_{H_2}}{M_{H_2}} = \dfrac{100\ \text{g}}{2\ \text{g/mol}} = 50$ mol de H_2

2. Pensemos ahora, por ejemplo, cuántos moles de H_2 son necesarios para que se gasten los 3,57 mol de N_2 que tenemos. Para ello nos fijamos en los coeficientes de la reacción ajustada y hacemos una proporción:

$$3{,}57\ \cancel{\text{mol de } N_2} \cdot \frac{3\ \text{mol de } H_2}{1\ \cancel{\text{mol de } N_2}} = 10{,}7 \text{ mol de } H_2 \text{ (el triple de moles que de } N_2\text{)}$$

Conclusión: como disponemos de 50 mol de H_2 y solo necesitamos 10,7 mol, sobrarán $(50 - 10{,}7) = 39{,}3$ mol de H_2. El H_2 será, por tanto, el reactivo excedente.

Como se han agotado los 3,57 mol N_2, y este hecho provoca que los 39,3 mol de H_2 en exceso no tengan con qué reaccionar, por lo que la reacción finaliza, el N_2 es el reactivo limitante.

Veamos ahora cómo hubiésemos llegado a la misma conclusión si la proporción la hubiésemos hecho con los 50 mol de H_2. Nos preguntaríamos: ¿cuántos moles de N_2 son necesarios para que se gasten los 50 mol de H_2 que tenemos?

Nos fijamos en los coeficientes de la reacción ajustada y hacemos la proporción:

$$50\ \cancel{\text{mol de } H_2} \cdot \frac{1\ \text{mol de } N_2}{3\ \cancel{\text{mol de } H_2}} = 16{,}67 \text{ mol de } N_2$$

Como necesitaríamos 16,67 mol de N_2, que son más de los 3,57 mol que tenemos, la conclusión es que no tenemos N_2 suficiente para que se gaste todo el H_2, por lo que sobrará H_2, que será el reactivo excedente, y del otro reactivo, que es el N_2 se gastará todo y hará que la reacción finalice, aun quedando H_2 por reaccionar, por lo que el N_2 será el reactivo limitante.

continúa →

NOMBRE: ____________________ CURSO: __________ FECHA: __________

3. Si ahora nos preguntáramos por la cantidad de producto formada, tendríamos que hacer la proporción con cualquiera de las cantidades de reactivo gastado (3,57 mol de N_2 o 10,7 mol de H_2), es decir, estaría mal usar el dato de 50 mol H_2, pues no se han gastado todos. Por tanto, ¿cuántos gramos de NH_3 se formarán?

   Podemos hacerlo de dos formas:

$$3{,}57\ \cancel{\text{mol de N}_2} \cdot \frac{2\ \text{mol de NH}_3}{1\ \cancel{\text{mol de N}_2}} = 7{,}14\ \text{mol de NH}_3$$

   O bien:

$$10{,}7\ \cancel{\text{mol de H}_2} \cdot \frac{2\ \text{mol de NH}_3}{3\ \cancel{\text{mol de H}_2}} = 7{,}14\ \text{mol de NH}_3$$

   Por tanto:

$$n_{NH_3} = \frac{m_{NH_3}}{M_{NH_3}} \rightarrow m_{NH_3} = n_{NH_3} \cdot M_{NH_3} = 7{,}14\ \text{mol} \cdot (14 + 3)\ \text{g/mol} = 121{,}4\ \text{g de NH}_3$$

7 Dada la siguiente reacción de formación del óxido de cinc:

$$\mathbf{Zn + O_2 \rightarrow ZnO}$$

SOLUCIÓN

a) Escribe la reacción ajustada.

$$2\ \text{Zn} + \text{O}_2 \rightarrow 2\ \text{ZnO}$$

b) Si ponemos en contacto 100 g de cinc con 30 g de oxígeno, razona cuál es el reactivo limitante, el excedente, y cuántos gramos se gastan de cada uno.

1. Calcula la cantidad de sustancia (moles) que tenemos de cada reactivo. Masas atómicas: Zn = 65 u; O = 16 u.

$$n_{Zn} = \frac{m_{Zn}}{M_{Zn}} = \frac{100\ \text{g}}{65\ \text{g/mol}} = 1{,}54\ \text{mol de Zn};\quad n_{O_2} = \frac{m_{O_2}}{M_{O_2}} = \frac{30\ \text{g}}{32\ \text{g/mol}} = 0{,}94\ \text{mol de O}_2$$

2. Establece una proporción usando los coeficientes de la reacción ajustada y razónalo.

$$1{,}54\ \cancel{\text{mol de Zn}} \cdot \frac{1\ \text{mol de O}_2}{2\ \cancel{\text{mol de Zn}}} =$$ 0,77 mol de O_2 se necesitan para que se gasten los 1,54 mol que tenemos de Zn

Como de O_2 tenemos 0,94 mol, sobrarán (0,94 − 0,77) = 0,17 mol de O_2. El reactivo excedente es el O_2 y el reactivo limitante es el Zn. De Zn se gastan los 100 g y de O_2 se gastan solo 0,77 mol, que son = 0,77 · 32 = 24,64 g.

c) ¿Cuántos gramos de ZnO se forman?

$$1{,}54\ \cancel{\text{mol de Zn}} \cdot \frac{2\ \text{mol de ZnO}}{2\ \cancel{\text{mol de Zn}}} = 1{,}54\ \text{mol de ZnO} \rightarrow$$

$$\rightarrow m_{ZnO} = n_{ZnO} \cdot M_{ZnO} = 1{,}54\ \text{mol} \cdot (65 + 16)\ \text{g/mol} = 124{,}74\ \text{g de ZnO}$$

d) Comprueba que se cumple la ley de conservación de la masa (salvo por algún decimal por errores de redondeo).

$$\Sigma\ \text{masa reactivos} = \Sigma\ \text{masa productos} \rightarrow 100\ \text{g} + 24{,}64\ \text{g} \approx 124{,}74\ \text{g}$$

REACTIVO LIMITANTE Y REACTIVO EXCEDENTE

NOMBRE: ____________ CURSO: ________ FECHA: ________

8 Dada la siguiente reacción de combustión del propano (C_3H_8):

$$C_3H_8 + O_2 \rightarrow CO_2 + H_2O$$

SOLUCIÓN

a) Escribe la reacción química ajustada.

$$C_3H_8 + 5\ O_2 \rightarrow 3\ CO_2 + 4\ H_2O$$

b) Si ponemos en contacto 60 g de C_3H_8 con 200 g de O_2, explica cuál será el reactivo limitante, cuál el excedente, y cuánto se gasta y sobra de cada uno.

$$\begin{array}{ccccccc} C_3H_8 & + & 5\ O_2 & \rightarrow & 3\ CO_2 & + & 4\ H_2O \\ 60\ \text{g} & & 200\ \text{g} & & & & \end{array}$$

$$n_{C_3H_8} = \frac{m_{C_3H_8}}{M_{C_3H_8}} = \frac{60}{12 \cdot 3 + 8} = 1{,}36 \text{ mol de } C_3H_8; \quad n_{O_2} = \frac{m_{O_2}}{M_{O_2}} = \frac{200}{32} = 6{,}25 \text{ mol de } O_2$$

Como vemos que 6,25 es menos que cinco veces 1,36, sabemos que no va a haber suficiente O_2 para todo el C_3H_8, por lo que hacemos la proporción con los 6,25 mol de O_2.

$$6{,}25\ \cancel{\text{mol de } O_2} \cdot \frac{1 \text{ mol de } CH_3}{5\ \cancel{\text{mol de } O_2}} = 1{,}25 \text{ mol de } C_3H_8$$ se necesitan para que reaccionen con los 6,25 mol de O_2 que tenemos

Como disponemos 1,36 mol de C_3H_8, sobran $(1{,}36 - 1{,}25) = 0{,}11$ mol de C_3H_8. Conclusión: el O_2 es el reactivo limitante y se gastan los 200 g. El C_3H_8 es el reactivo excedente y solo se gastan 1,25 mol, que son:

$$m_{C_3H_8} = n_{C_3H_8} \cdot M_{C_3H_8} = 1{,}25 \text{ mol} \cdot (12 \cdot 3 + 8) \text{ g/mol} = 55 \text{ g de } C_3H_8$$

Sobran $(60 - 55) = 5$ g de C_3H_8.

c) ¿Qué volumen de CO_2 se forma en condiciones normales de presión y temperatura?

$$1{,}25\ \cancel{\text{mol de } C_3H_8} \cdot \frac{3 \text{ mol de } CO_2}{1\ \cancel{\text{mol de } C_3H_8}} = 3{,}75 \text{ mol de } CO_2 \text{ se forman} \rightarrow$$

$$\rightarrow 3{,}75\ \cancel{\text{mol } CO_2 \text{ en c.n.}} \cdot \frac{22{,}4 \text{ L}}{1\ \cancel{\text{mol } CO_2 \text{ en c.n.}}} = 84 \text{ L de } CO_2$$

¿Cuánto ocuparía el anterior CO_2 si el laboratorio está a $T = 30$ °C y $P = 800$ mm de Hg?

$$V_{CO_2} = \frac{n_{CO_2} \cdot R \cdot T}{P} = \frac{3{,}75 \cdot 0{,}082 \cdot (273 + 30)}{800/760} = 88{,}5 \text{ L de } CO_2$$

d) ¿Cuántas moléculas de agua se forman?

$$1{,}25\ \cancel{\text{mol de } C_3H_8} \cdot \frac{4 \text{ mol de } H_2O}{1\ \cancel{\text{mol de } C_3H_8}} = 5 \text{ mol de } H_2O \text{ se forman} \rightarrow$$

$$\rightarrow 5\ \cancel{\text{mol de } H_2O} \cdot \frac{6{,}022 \cdot 10^{23} \text{ moléc. de } H_2O}{1\ \cancel{\text{mol de } H_2O}} = 3 \cdot 10^{24} \text{ moléculas de } H_2O \text{ se forman}$$

¿Cuántos átomos de H y O hay en ese número de moléculas?

$$3 \cdot 10^{24}\ \cancel{\text{moléculas de } H_2O} \cdot \frac{2 \text{ átomos de H}}{1\ \cancel{\text{molécula de } H_2O}} = 6 \cdot 10^{24} \text{ átomos de H}$$

Viendo que en cada molécula de H_2O hay un átomo de O, hay $3 \cdot 10^{24}$ átomos de O.

RIQUEZA DE UN REACTIVO

NOMBRE: ____________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Recuerda que…

A menudo se desea conocer la masa de los reactivos necesaria para obtener una cantidad de producto que se necesita conseguir, por ejemplo, en una fábrica en la que se obtiene un producto.
Es un cálculo sencillo. Pero cuando se va al recipiente donde está almacenado el reactivo, suele ocurrir que no es puro al 100 %, que tiene impurezas. ¿Qué cantidad de reactivo debemos emplear entonces?

7. EJERCICIO RESUELTO

Dada la siguiente reacción química ya ajustada:

$$\mathbf{Zn + 2\,HCl \rightarrow ZnCl_2 + H_2}$$

¿Cuántos gramos de un frasco de cinc en polvo con el 15 % de impurezas hemos de utilizar si queremos obtener 120 g de cloruro de cinc ($ZnCl_2$)?

Masas atómicas: Cl = 35,5 u; Zn = 65 u.

SOLUCIÓN

1. Hallamos la cantidad de sustancia (moles) de producto que queremos obtener.

$$n_{ZnCl_2} = \frac{m_{ZnCl_2}}{M_{ZnCl_2}} = \frac{120\text{ g}}{(65 + 2 \cdot 35{,}5)\text{ g/mol}} = 0{,}88\text{ mol de } ZnCl_2 \text{ queremos obtener}$$

2. Calculamos a continuación cuántos gramos de reactivo Zn son necesarios para obtener esos 0,88 mol de producto $ZnCl_2$ sin tener en cuenta que el frasco de Zn en polvo contiene impurezas:

$$0{,}88\,\cancel{\text{mol de } ZnCl_2} \cdot \frac{1\text{ mol de Zn}}{1\,\cancel{\text{mol de } ZnCl_2}} = 0{,}88\text{ mol de Zn necesitamos}$$

Que son:

$$m_{Zn} = n_{Zn} \cdot M_{Zn} = 0{,}88\text{ mol} \cdot 65\text{ g/mol} \rightarrow$$
$$\rightarrow m_{Zn} = 57{,}2\text{ g de cinc necesitamos}$$

3. Consideramos el hecho de que el bote donde está el Zn no contiene solamente Zn, sino que contiene impurezas.

Lo primero que hemos de tener en cuenta es que si necesitamos 57,2 g de Zn y los vamos a sacar de un bote en el que hay Zn y además otras cosas (impurezas), hemos de coger mayor número de gramos que 57,2 g, pero ¿cuántos gramos más?

Establecemos una proporción: como tiene un 15 % de impurezas, significa que su riqueza es del 85 %, es decir, que por cada 100 g que cojamos del bote, solo 85 g son de Zn y los otros 15 g son impurezas, o dicho de otra manera, que por cada 85 g que necesitemos de Zn, hemos de coger 100 g del bote.

Por tanto, ¿cuánto tenemos que coger si necesitamos 57,2 g de Zn?

$$57{,}2\,\cancel{\text{g de Zn}} \cdot \frac{100\text{ g del bote}}{85\,\cancel{\text{g de Zn}}} = 67{,}3\text{ g}$$

67,3 g hemos de coger del bote de Zn si queremos obtener 120 g de $ZnCl_2$.

RIQUEZA DE UN REACTIVO

NOMBRE: ______________ CURSO: ________ FECHA: ________

9 Dada la siguiente reacción química:

$$\text{Cobre} + \text{Nitrato de plata} \rightarrow \text{Plata} + \text{Nitrato de cobre (II)}$$
$$Cu + AgNO_3 \rightarrow Ag + Cu(NO_3)_2$$

SOLUCIÓN

a) Escribe la reacción química ajustada.

$$Cu + 2\ AgNO_3 \rightarrow 2\ Ag + Cu(NO_3)_2$$

b) Si queremos obtener 300 g de sal $Cu(NO_3)_2$, ¿cuántos gramos tendremos que emplear del bote de la sal $AgNO_3$, si sabemos que contiene un 8 % de impurezas? Masas atómicas: Cu = 64 u; Ag = 108 u; N = 14 u; O = 16 u.

1. Halla la cantidad de sustancia (moles) de producto que se quiere obtener.

$$n_{Cu(NO_3)_2} = \frac{m_{Cu(NO_3)_2}}{M_{Cu(NO_3)_2}} = \frac{300\text{ g}}{[64 + 2 \cdot (14 + 3 \cdot 16)]\text{ g/mol}} = 1{,}6\text{ mol de }Cu(NO_3)_2$$

2. Calcula cuántos gramos de reactivo $AgNO_3$ son necesarios para obtener la cantidad de sustancia (moles) calculada de producto $Cu(NO_3)_2$ sin tener en cuenta las impurezas del reactivo.

$$1{,}6\ \cancel{\text{mol de }Cu(NO_3)_2} \cdot \frac{2\text{ mol de }AgNO_3}{1\ \cancel{\text{mol de }Cu(NO_3)_2}} = 3{,}2\text{ mol de }AgNO_3$$

Esto es:

$$m_{AgNO_3} = n_{AgNO_3} \cdot M_{AgNO_3} = 3{,}2\text{ mol} \cdot (108 + 14 + 16 \cdot 3)\text{ g/mol} = 544\text{ g de }AgNO_3\ \text{necesitamos}$$

3. Considera el dato de que el bote de $AgNO_3$ contiene impurezas.

Riqueza del 92 %:

$$544\text{ g} \cdot \frac{92}{100} = 591{,}3\text{ g}$$

Hemos de coger del bote 591,3 g de $AgNO_3$ si queremos obtener 300 g de $Cu(NO_3)_2$.

c) Deduce intuitivamente, sin hacer ningún cálculo escrito, qué cantidad de $AgNO_3$ hubiésemos tenido que coger si su riqueza hubiese sido.

- Del 1 %:

$$544 \cdot 100 = 54\,400\text{ g de }AgNO_3$$

- Del 25 %:

$$544 \cdot 4 = 2176\text{ g de }AgNO_3$$

- Del 50 %:

$$544 \cdot 2 = 1088\text{ g de }AgNO_3$$

- Del 75 % (¡cuidado!):

$$544 \cdot \frac{4}{3} = 725{,}33\text{ g de }AgNO_3$$

Puesto que de cada tres partes que necesite, he de coger cuatro. Eso es multiplicar por $\frac{4}{3}$.

Fíjate que por cada 75 g (tres partes de 25 g) hemos de coger 100 (cuatro partes de 25 g).

RENDIMIENTO DE UNA REACCIÓN QUÍMICA

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Recuerda que...

A menudo en una reacción química, al intentar obtener una cantidad de un producto poniendo a reaccionar a los reactivos, nos encontramos que en la práctica se obtiene menos cantidad de la que se calcula teóricamente. Esto es debido a que el rendimiento no es del 100 %. El rendimiento es la comparación entre lo obtenido en la práctica y lo que se debería obtener teóricamente. Se expresa en %:

$$\text{Rendimiento} = \frac{\text{Cantidad de producto experimental}}{\text{Cantidad de producto teórico}} \cdot 100$$

8. EJERCICIO RESUELTO

Dada la siguiente reacción química ya ajustada:

$$\mathbf{CaO + 3\ C \rightarrow CaC_2 + CO}$$

Si se consumen 48 g de C, ¿cuántos gramos de CaC_2 se forman si el rendimiento de la reacción es del 80 %? Masas atómicas: Ca = 40 u; O = 16 u; C = 12 u.

SOLUCIÓN

1. Hallamos los moles que se gastan de C:

$$n_C = \frac{m_C}{M_C} = \frac{48\text{ g}}{12\text{ g/mol}} = 4\text{ mol se gastan de C}$$

2. Calculamos los gramos que se obtendrán de CaC_2 si el rendimiento fuese del 100 %.

$$4\ \cancel{\text{mol de C}} \cdot \frac{1\text{ mol de }CaC_2}{3\ \cancel{\text{mol de C}}} = 1{,}33\text{ mol de }CaC_2 \rightarrow$$

$$\rightarrow\ m_{CaC_2} = n_{CaC_2} \cdot M_{CaC_2} = 1{,}33\text{ mol} \cdot (40 + 2 \cdot 12)\text{ g/mol} = 85{,}12\text{ g de }CaC_2$$

3. Tenemos en cuenta que el rendimiento es del 80 %. Lo más sencillo es hallar el 80 % de 85,12 → 68,1 g de CaC_2.

10 Dada la siguiente reacción química:

$$\mathbf{FeS + HCl \rightarrow FeCl_2 + H_2S}$$

SOLUCIÓN

a) Ajusta la reacción.

$$FeS + 2\ HCl \rightarrow FeCl_2 + H_2S$$

b) Si se gastan 146 g de HCl, ¿cuántos gramos de $FeCl_2$ se obtendrán si el rendimiento de la reacción es del 90 %? Masas atómicas: Fe = 56 u; S = 32 u; H = 1 u; Cl = 35,5 u.

$$n_{HCl} = \frac{m_{HCl}}{M_{HCl}} = \frac{146\text{ g}}{(1 + 35{,}5)\text{ g/mol}} = 4\text{ mol de HCl} \rightarrow 4\ \cancel{\text{mol de HCl}} \cdot \frac{1\text{ mol de }FeCl_2}{2\ \cancel{\text{mol de HCl}}} = 2\text{ mol de }FeCl_2 \rightarrow$$

$$\rightarrow m_{FeCl_2} = n_{FeCl_2} \cdot M_{FeCl_2} = 2\text{ mol} \cdot (56 + 35{,}5 \cdot 2)\text{ g/mol} = 254\text{ g de }FeCl_2$$

Como el rendimiento es del 90 % → 90 % de 254 g = 228,6 g de $FeCl_2$ se obtendrán.

c) Si hubiésemos obtenido 200 g de $FeCl_2$, ¿cuál hubiese sido el rendimiento?

$$\text{Rendimiento} = \frac{\text{Cantidad de producto experimental}}{\text{Cantidad de producto teórica}} \cdot 100 = \frac{200}{254} \cdot 100 = 78{,}7\ \%$$

O bien: $200\ \cancel{\text{g de }FeCl_2} \cdot \dfrac{100\ \%\text{ rendimiento}}{254\ \cancel{\text{g de }FeCl_2}} = \dfrac{200}{254} \cdot 100 = 78{,}7\ \%$

DISOLUCIONES EN REACCIONES QUÍMICAS

NOMBRE: ____________ CURSO: ________ FECHA: ________

Recuerda que…

A menudo los reactivos están en disolución, es decir, mezclados con un disolvente. Cuando las disoluciones de cada reactivo entran en contacto, los solutos reaccionan entre sí, mientras que los disolventes solo hacen de «espectadores».

Para saber qué cantidades de soluto (reactivos) están reaccionando hemos de saber manejar los datos relacionados con las disoluciones. Tener los reactivos en disolución es muy útil, pues así podemos manejar cualquier cantidad de soluto por pequeña que sea, teniendo disoluciones muy diluidas.

9. EJERCICIO RESUELTO

Dada la siguiente reacción química ya ajustada:

$$CaCO_3 + 2\ HCl \rightarrow CaCl_2 + CO_2 + H_2O$$

Calculemos los gramos de una disolución de carbonato de calcio ($CaCO_3$) al 80 % en masa (riqueza del 80 %) que son necesarios para que reaccionen con 150 cm^3 de una disolución de HCl 2 M.

SOLUCIÓN

Pasos:

1. Veamos la cantidad de reactivo HCl que ha de reaccionar, expresada en moles:

   Tenemos una disolución de HCl 2 M $\rightarrow \dfrac{2\ \text{mol de soluto HCl}}{1\ \text{litro de disolución de HCl}}$

   Como tenemos de ella 150 cm^3 = 0,15 L, haciendo una proporción:

   $$0{,}15\ \cancel{\text{L de disolución de HCl}} \cdot \frac{2\ \text{mol de soluto HCl}}{1\ \cancel{\text{L de disolución de HCl}}} = 0{,}3\ \text{mol de soluto HCl hay en los } 150\ cm^3 \text{ de disolución de HCl}$$

2. Calculamos la cantidad de sustancia (moles de $CaCO_3$) necesaria para que reaccione con los 0,3 mol de HCl usando los coeficientes estequiométricos de la ecuación ajustada:

   $$0{,}3\ \cancel{\text{mol de HCl}} \cdot \frac{1\ \text{mol de } CaCO_3}{2\ \cancel{\text{mol de HCl}}} = 0{,}15\ \text{mol de } CaCO_3$$

3. Los pasamos a gramos:

   $$m_{CaCO_3} = n_{CaCO_3} \cdot M_{CaCO_3} = 0{,}15\ \text{mol} \cdot (40 + 12 + 16 \cdot 3)\ \text{g/mol} = 15\ \text{g de reactivo } CaCO_3$$

   son necesarios para que reaccionen con 150 cm^3 de una disolución de HCl 2 M.

4. Como el $CaCO_3$ está en la disolución, hallamos la masa de disolución de $CaCO_3$ en la que están esos 15 g de soluto $CaCO_3$.

   La disolución de $CaCO_3$ está al 80 % $\rightarrow \dfrac{80\ \text{g de soluto } CaCO_3}{100\ \text{g de disolución de } CaCO_3}$

   Como necesitamos 15 gramos de soluto $CaCO_3$, hacemos una proporción:

   $$15\ \cancel{\text{g de soluto } CaCO_3} \cdot \frac{100\ \text{g de disolución de } CaCO_3}{80\ \cancel{\text{g de soluto } CaCO_3}} = 18{,}75\ \text{g de disolución de } CaCO_3$$

   reaccionan con 150 cm^3 de una disolución de HCl 2 M.

   (Comprobación: 80 % de 18,75 g = 15 g.)

DISOLUCIONES EN REACCIONES QUÍMICAS

NOMBRE: ________________ CURSO: ________ FECHA: ________

10 Dada la siguiente reacción química:

$$\mathbf{BaCl_2 + Na_2SO_4 \rightarrow NaCl + BaSO_4}$$

SOLUCIÓN

a) Ajusta la reacción.

$$BaCl_2 + Na_2SO_4 \rightarrow 2\ NaCl + BaSO_4$$

b) ¿Qué volumen de una disolución 3 M de $BaCl_2$ es necesario usar para que reaccione completamente con 120 g de una disolución de Na_2SO_4 al 75 % en masa?

Masas atómicas: Na = 23 u; S = 32 u; O = 16 u; Cl = 35,5 u.

1. Averigua cuántos gramos de reactivo Na_2SO_4 hay.

$$75\ \%\ \text{de}\ 120\ \text{g} = 90\ \text{g de soluto}\ Na_2SO_4$$

2. Pásalo a cantidad de sustancia (moles).

$$n_{Na_2SO_4} = \frac{m_{Na_2SO_4}}{M_{Na_2SO_4}} = \frac{90\ \text{g}}{(2 \cdot 23 + 32 + 4 \cdot 16)\ \text{g/mol}} = 0{,}63\ \text{mol de}\ Na_2SO_4$$

3. Calcula qué cantidad de sustancia (moles) de $BaCl_2$ necesita esa cantidad de Na_2SO_4.

$$0{,}63\ \cancel{\text{mol de}\ Na_2SO_4} \cdot \frac{1\ \text{mol de}\ BaCl_2}{1\ \cancel{\text{mol de}\ Na_2SO_4}} = 0{,}63\ \text{mol de}\ BaCl_2$$

4. Averigua en qué volumen de disolución está esa cantidad de sustancia de $BaCl_2$.

$$\text{Disolución 3 M} \rightarrow \frac{3\ \text{mol de soluto}\ BaCl_2}{1\ \text{L de disolución de}\ BaCl_2}$$

Y haciendo una proporción:

$$0{,}63\ \cancel{\text{mol de soluto}\ BaCl_2} \cdot \frac{1\ \text{L de disolución de}\ BaCl_2}{3\ \cancel{\text{mol de soluto}\ BaCl_2}} = 0{,}21\ \text{L de disolución de}\ BaCl_2\ \text{son necesarios}$$

c) ¿Cuántos gramos de NaCl se producirán cuando ocurra la reacción del apartado b)?

$$0{,}63\ \cancel{\text{mol de}\ BaCl_2} \cdot \frac{2\ \text{mol de NaCl}}{1\ \cancel{\text{mol de}\ BaCl_2}} = 1{,}26\ \text{mol de NaCl}$$

Por tanto:

$$m_{NaCl} = n_{NaCl} \cdot M_{NaCl} = 1{,}26\ \text{mol} \cdot (23 + 35{,}5)\ \text{g/mol} = 73{,}7\ \text{g de NaCl se producirán}$$

¿En qué volumen de disolución debería estar la anterior cantidad de sal para que fuese de concentración 5 M?

$$n_{NaCl} = \frac{m_{NaCl}}{M_{NaCl}} = \frac{73{,}7\ \text{g}}{(23 + 35{,}5)\ \text{g/mol}} = 1{,}26\ \text{mol NaCl}$$

$$5\ \text{M} \rightarrow \frac{5\ \text{mol de soluto}}{1\ \text{L de disolución}} \rightarrow 1{,}26\ \cancel{\text{mol de soluto}} \cdot \frac{1\ \text{L de disolución}}{5\ \cancel{\text{mol de soluto}}} = 0{,}25\ \text{L de disolución}$$

¿Qué volumen tendríamos que tomar de esa disolución para que en su interior hubiese 20 g de NaCl?

$$n_{NaCl} = \frac{m_{NaCl}}{M_{NaCl}} = \frac{20\ \text{g}}{(23 + 35{,}5)\ \text{g/mol}} = 0{,}34\ \text{mol NaCl}$$

Por tanto:

$$0{,}34\ \cancel{\text{mol de soluto}} \cdot \frac{1\ \text{L de disolución}}{5\ \cancel{\text{mol de soluto}}} = 0{,}068\ \text{L de disolución}$$

REACCIONES NUCLEARES

NOMBRE: ____________ CURSO: ________ FECHA: ________

Recuerda que...

Las reacciones nucleares no son iguales que las reacciones químicas vistas hasta ahora.

En las reacciones químicas ocurren cambios profundos en la estructura de la materia, rompiéndose los enlaces que unen unos átomos con otros y redistribuyéndose estos de forma diferente, por lo que el número de átomos se conserva y, por tanto, la suma de masa de los productos es igual a la suma de la masa de los reactivos (**ley de conservación de la masa**). Al unirse los átomos con otros diferentes, se producen nuevos compuestos (productos) con propiedades distintas a los originales (reactivos).

Además, como lo que se produce es rotura de enlaces, y estos siempre son por interacción entre electrones (ceden, captan o comparten), todo ocurre en la parte externa de los átomos, no sucede nada en sus núcleos.

En las reacciones nucleares, en cambio, también se producen cambios profundos en la estructura de la materia, pero intervienen los núcleos atómicos. Estos pueden romperse en otros núcleos más pequeños, o bien pueden unirse con otros núcleos formando núcleos más grandes. En cualquiera de los casos pueden formarse, además, otras partículas subatómicas y grandes cantidades de energía. La primera reacción nuclear fue realizada por **E. Rutherford** (1871-1937) en 1919, cuando bombardeó isótopos del nitrógeno con número másico 14 con unas partículas con carga positiva, llamadas **partículas α** (que eran núcleos de helio $\rightarrow {}^{4}_{2}\text{He}$):

$${}^{14}_{7}\text{N} + {}^{4}_{2}\text{He} \rightarrow {}^{17}_{8}\text{O} + {}^{1}_{1}\text{H}$$

Como puedes ver en la reacción anterior, en las reacciones nucleares no se conservan los átomos; se transforman en otros diferentes. En cambio, siempre se conserva la carga total ($7 + 2 = 8 + 1$) y el número másico total ($14 + 4 = 17 + 1$).

El uso de partículas α para bombardear átomos tenía la dificultad de su repulsión eléctrica con los protones de los núcleos de los átomos, por lo que se hizo más habitual el bombardeo con neutrones (${}^{1}_{0}\text{n}$), que entraban fácilmente en los núcleos al carecer de carga eléctrica. Por ejemplo:

$${}^{27}_{13}\text{Al} + {}^{1}_{0}\text{n} \rightarrow {}^{27}_{12}\text{Mg} + {}^{1}_{1}\text{H}$$

Dos tipos de reacciones nucleares son la fisión nuclear y la fusión nuclear.

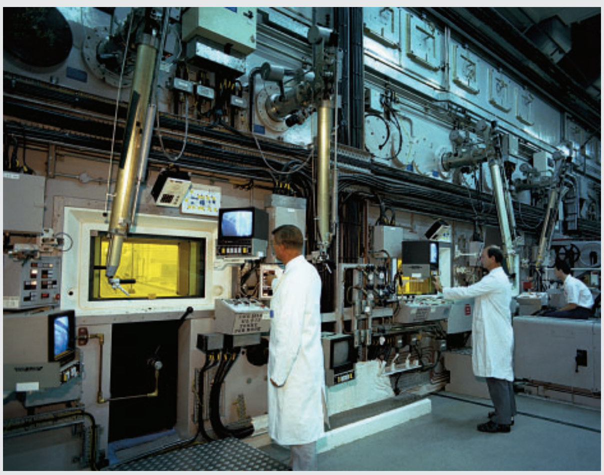
FISIÓN NUCLEAR

Consiste en la **división de un núcleo** pesado en otros más ligeros, que son más estables que el original. La primera reacción de fisión se realizó en 1938 cuando dos científicos (Hahn y Strassmann) descubrieron que un isótopo del uranio (el isótopo de número másico 236) era altamente inestable y cuando existía se dividía rápidamente en:

- Otros átomos: criptón (${}^{90}_{36}\text{Kr}$) y bario (${}^{141}_{56}\text{Ba}$).
- Neutrones (${}^{1}_{0}\text{n}$).
- Energía.

Para conseguir ese isótopo 236 (${}^{236}_{92}\text{U}$) era necesario bombardear con neutrones (${}^{1}_{0}\text{n}$) el isótopo habitual del uranio, que era el de número másico 235 (${}^{235}_{92}\text{U}$). La reacción nuclear es la siguiente:

$${}^{235}_{92}\text{U} + {}^{1}_{0}\text{n} \rightarrow {}^{236}_{92}\text{U} \rightarrow {}^{92}_{36}\text{Kr} + {}^{141}_{56}\text{Ba} + 3\,{}^{1}_{0}\text{n} + \text{Energía}$$



Sala de control de una central nuclear.

REACCIONES NUCLEARES

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

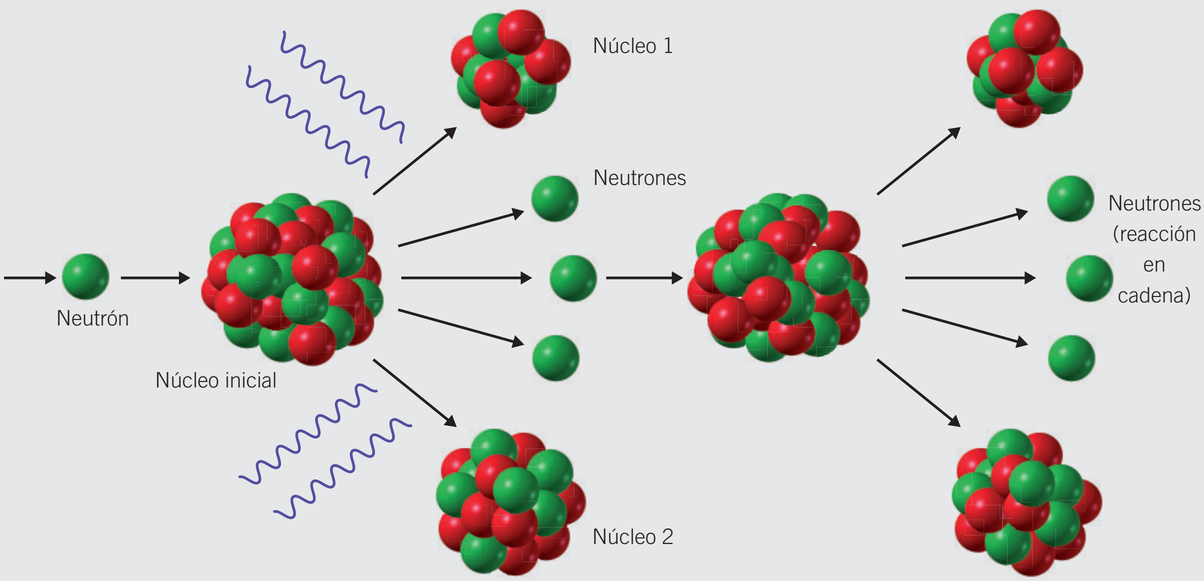
La energía liberada en cualquier reacción es la correspondiente a la masa, Δm, que «ha desaparecido» (Δm = masa reactivos − masa productos), que lo que ha hecho realmente es transformarse en energía según la ecuación de Albert Einstein:

$$E = \Delta m \cdot c^2, \text{ con: } \begin{cases} E = \text{Energía producida} \\ \Delta m = \text{masa desaparecida} \\ c = \text{velocidad de la luz en el vacío} = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} \end{cases}$$

Como puedes ver, $c = 3 \cdot 10^8$ m/s es un número muy grande, por lo que a poca disminución de masa, Δm, que haya, la energía producida será enorme.

Concretamente, en la reacción anterior la energía generada es millones de veces superior que la se produce, por ejemplo, en una reacción de combustión tradicional, por lo que la utilidad de la energía nuclear es evidente, si se controla qué hacer con los residuos de la reacción y se extreman las medidas de seguridad en las centrales nucleares.

Observa que cada isótopo ${}^{236}_{92}U$ es producido gracias a un neutrón (${}^{1}_{0}n$) que bombardea un átomo de uranio ${}^{235}_{92}U$, y la fisión de cada uno de estos isótopos, ${}^{236}_{92}U$, produce tres neutrones más, que pueden bombardear otros tres átomos de uranio ${}^{235}_{92}U$, que a su vez producirían cada uno tres neutrones más, etc.



A esta reacción se le conoce como **reacción en cadena**. Es una fisión incontrolada que produce una cantidad enorme de energía y que puede tener fines destructivos, como en el caso de la bomba atómica.

En una central nuclear, cuyo objetivo es producir la energía necesaria para el uso de las personas, son necesarias fisiones controladas. En estas reacciones se controla la velocidad de los neutrones y que la cantidad de material fisionable no supere la «**masa crítica**» a partir de la cual el proceso es espontáneo y comienza la reacción en cadena. Por ello se pone especial atención en el almacenamiento de estos materiales.

Tecnológicamente, los únicos materiales fisionables almacenables con los que se puede realizar una reacción nuclear de fisión son el uranio-235, el torio-232, el plutonio-239 y el protactinio-231, y en la Tierra solo está, y en muy poca proporción, el uranio-235.

REACCIONES NUCLEARES

NOMBRE: ______ CURSO: ______ FECHA: ______

FUSIÓN NUCLEAR

Es el proceso contrario a la fisión. Consiste en la **unión de núcleos ligeros** para formar núcleos más pesados, que son más estables que los ligeros; es decir, donde la energía del núcleo formado es menor que la suma de la energía de los núcleos ligeros, por lo que en la fusión se libera esa diferencia de energía.

Por ejemplo:

$$^{2}_{1}\text{H} + {}^{3}_{1}\text{H} \rightarrow {}^{4}_{2}\text{H} + {}^{1}_{0}\text{n} + \text{energía}$$

En esta reacción nuclear se fusionan dos isótopos del hidrógeno, dando una partícula α, un neutrón y una gran cantidad de energía, mayor que en los procesos de fisión.

Tecnológicamente, en la Tierra las reacciones de fusión de forma controlada son imposibles de realizar, pues se necesitan cientos de millones de grados de temperatura para que los núcleos choquen con velocidades suficientemente altas para que puedan vencer las enormes fuerzas de repulsión entre los protones de sus núcleos cuando se acercan.

La reacción anterior es la que se produce continuamente en el interior de las estrellas, por ejemplo, en el Sol, emitiendo gran cantidad de energía. El Sol se compone hoy día de un 73 % de hidrógeno, un 26 % de helio y un 1 % de otros elementos. Cada segundo que pasa, el Sol transforma cuatro millones de toneladas de materia en energía, pero a ese ritmo vivirá aún muchos millones de años más, debido a su gran cantidad de materia.

12 **Sabiendo que en una reacción nuclear se conserva la carga total y el número másico (*A*), rellena los huecos en las siguientes reacciones con el átomo que corresponda:**

SOLUCIÓN

a) $^{9}_{4}\text{Be} + {}^{4}_{2}\text{He} \rightarrow \mathbf{{}^{12}_{6}C} + {}^{1}_{0}\text{n}$

b) $^{7}_{3}\text{Li} + \mathbf{{}^{1}_{1}H} \rightarrow {}^{4}_{2}\text{He} + {}^{4}_{2}\text{He}$

c) $^{10}_{5}\text{B} + {}^{1}_{0}\text{n} \rightarrow \mathbf{{}^{7}_{3}Li} + {}^{4}_{2}\text{He}$

d) $^{27}_{13}\text{Al} + \mathbf{{}^{4}_{2}He} \rightarrow {}^{30}_{15}\text{P} + {}^{1}_{0}\text{n}$

13 **Si la combustión de un kilogramo de carbón produce una energía de 3 · 10⁷ J, ¿cuántos kilogramos de carbón tendríamos que quemar para producir la energía que se libera al hacer desaparecer un gramo de masa?**

SOLUCIÓN

$$E = \Delta m \cdot c^2 = 10^{-3}\ \text{kg} \cdot (3 \cdot 10^8)^2\ \text{m}^2/\text{s}^2 = 9 \cdot 10^{13}\ \text{J} \rightarrow 9 \cdot 10^{13}\ \cancel{\text{J}} \cdot \frac{1\ \text{kg de carbón}}{3 \cdot 10^7\ \cancel{\text{J}}} = 3 \cdot 10^6 \rightarrow$$

$\rightarrow$ 3 millones de kilogramos de carbón

13 **La primera reacción de fisión nuclear se produjo en 1938. Indica el acontecimiento histórico que tuvo lugar al año siguiente. ¿En qué momentos históricos se suelen producir grandes avances científicos? ¿Por qué?**

SOLUCIÓN

La Segunda Guerra Mundial. En época de guerra se suele invertir mucho en investigación para poder dar usos militares a los avances científicos.

FÓRMULA EMPÍRICA Y FÓRMULA MOLECULAR

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Recuerda que…

La fórmula de un compuesto es la representación simbólica más sencilla del mismo. Nos da información sobre dos cosas:

- El **tipo de átomos** que forman el compuesto.
- La **cantidad** de los diferentes tipos de átomos que hay en el compuesto.

1. EJERCICIO RESUELTO

En la molécula de agua (H_2O) hay dos átomos de hidrógeno y uno de oxígeno. Pero en los compuestos orgánicos, debido a la gran variedad de combinaciones que puede formar el carbono, podemos expresar las moléculas con dos tipos de fórmulas. ¿Cuáles son?

SOLUCIÓN

- **Fórmula empírica:** nos informa sobre la **proporción** en la que se encuentran los diferentes átomos que constituyen la molécula.
- **Fórmula molecular**: además de la proporción, nos indica el **número exacto** de los átomos de cada tipo que forman la molécula. Para averiguarla necesitamos conocer la masa molecular de dicha molécula.

La fórmula empírica es la fórmula molecular simplificada. A veces pueden ser la misma.

Para hallar la fórmula empírica nos basamos en que los subíndices de los átomos de la fórmula de un compuesto representan también la proporción en moles en la que están esos átomos en dicho compuesto.

2. EJERCICIO RESUELTO

Veamos cuántos moles de H, C y O hay en un mol de ácido carbónico (H_2CO_3). (Dato: N_A = Número de Avogadro).

SOLUCIÓN

Cada mol de H_2CO_3 contiene N_A moléculas de H_2CO_3.

- Contiene $2 \cdot N_A$ átomos de H → Contiene dos moles de H.
- Contiene N_A átomos de C → Contiene un mol de C.
- Contiene $3 \cdot N_A$ átomos de O → Contiene tres moles de O.

3. EJERCICIO RESUELTO

Un compuesto orgánico fue analizado y se obtuvo que contenía un 40 % de carbono, un 6,7 % de hidrógeno y un 53,3 % de oxígeno (esa es su composición centesimal). Se calculó también su masa molecular por su densidad de vapor y se halló un valor de 180 u. Halla la fórmula empírica y la molecular.
Masas atómicas: C = 12 u; H = 1 u; O = 16 u.

SOLUCIÓN

Por su composición centesimal, cada 100 g de ese compuesto orgánico contienen:

continúa →

FÓRMULA EMPÍRICA Y FÓRMULA MOLECULAR

NOMBRE: ______ CURSO: ______ FECHA: ______

- 40 g de C $\rightarrow n = \frac{m}{M} = \frac{40\ \text{g}}{12\ \text{g/mol}} = 3{,}33$ mol de C
- 6,7 g de H $\rightarrow n = \frac{m}{M} = \frac{6{,}7\ \text{g}}{1\ \text{g/mol}} = 6{,}7$ mol de H
- 53,3 g de O $\rightarrow n = \frac{m}{M} = \frac{53{,}3\ \text{g}}{16\ \text{g/mol}} = 3{,}33$ mol de O

Dividiendo las tres cantidades entre la menor de ellas (3,33) veremos la proporción en la que están en moles y, así, sabremos los subíndices:

$$C \rightarrow \frac{3{,}33}{3{,}33} = 1;\ H \rightarrow \frac{6{,}7}{3{,}33} \approx 2;\ O \rightarrow \frac{3{,}33}{3{,}33} = 1$$

Por tanto, su fórmula empírica es: CH_2O.

Su fórmula molecular será la misma o un múltiplo de ella. Para saberlo usamos el dato de que la masa molecular del compuesto orgánico es 180 u. Veamos cuál es la del compuesto que indica la fórmula empírica (CH_2O):

$$M_{CH_2O} = 12 + 2 \cdot 1 + 16 = 30\ \text{u}$$

Como la masa molecular de nuestro compuesto orgánico es $\frac{180}{30} = 6$ veces mayor que la masa molecular de la fórmula empírica, la fórmula molecular será $(CH_2O)_6 \rightarrow$ La fórmula molecular es $C_6H_{12}O_6$.

1 Un robot de la agencia espacial europea recogió del fondo marino a 1200 m de profundidad una muestra que se piensa que pudo ser un meteorito. Tras aislarlo y analizar su composición centesimal por combustión se averiguó que contenía un 61,86 % de carbono, un 10,48 % de hidrógeno y un 27,66 % de oxígeno, y que su masa molecular era 116 u. Halla cuál era la fórmula empírica y la molecular del compuesto. Masas atómicas: C = 12 u; H = 1 u; O = 16 u.

SOLUCIÓN

Cada 100 g de ese compuesto orgánico contienen:

- 61,86 g de C $\rightarrow n = \frac{m}{M} = \frac{61{,}86\ \text{g}}{12\ \text{g/mol}} = 5{,}155$ mol de C
- 10,48 g de H $\rightarrow n = \frac{m}{M} = \frac{10{,}48\ \text{g}}{1\ \text{g/mol}} = 10{,}48$ mol de H
- 27,66 g de O $\rightarrow n = \frac{m}{M} = \frac{27{,}66\ \text{g}}{16\ \text{g/mol}} = 1{,}729$ mol de O

Dividiendo las tres cantidades entre la menor de ellas (1,729) veremos la proporción en la que están en moles y así sabremos los subíndices:

$$C \rightarrow \frac{5{,}155}{1{,}729} \approx 3;\ H \rightarrow \frac{10{,}48}{1{,}729} \approx 6;\ O \rightarrow \frac{1{,}729}{1{,}729} = 1$$

Por tanto, su fórmula empírica es C_3H_6O. Su fórmula molecular será la misma o un múltiplo de ella. Para saberlo usamos el dato de que la masa molecular del compuesto orgánico es 116 u. Veamos cuál es la del compuesto que indica la fórmula empírica (C_3H_6O):

$$M_{CH_2O} = 3 \cdot 12 + 6 \cdot 1 + 16 = 58\ \text{u}$$

Como la masa molecular de nuestro compuesto orgánico es $\frac{116}{58} = 2$ veces mayor que la masa molecular de la fórmula empírica, la fórmula molecular será $(C_3H_6O)_2 \rightarrow$ La fórmula molecular es $C_6H_{12}O_2$.

FÓRMULA EMPÍRICA Y FÓRMULA MOLECULAR

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

2 **Se analizan 0,942 g de un compuesto orgánico obteniéndose que en ellos hay 0,228 34 g de carbono, 0,038 15 g de hidrógeno y 0,675 51 g de cloro, y que llevado a fase gaseosa ocupa un volumen de 213 mL, medidos a una atmósfera y cero grados centígrados. Masas atómicas: C = 12 u; H = 1 u; Cl = 35,5 u.**

SOLUCIÓN

a) Halla la fórmula empírica:

1. Calculamos la cantidad de sustancia que hay de cada elemento en los 0,942 g del compuesto orgánico.
   - 0,228 34 g de C $\rightarrow n = \dfrac{m}{M} = \dfrac{0{,}228\ 34\ \text{g}}{12\ \text{g/mol}} = 0{,}019\ 023$ mol de C
   - 0,038 15 g de H $\rightarrow n = \dfrac{m}{M} = \dfrac{0{,}038\ 15\ \text{g}}{1\ \text{g/mol}} = 0{,}038\ 15$ mol de H
   - 0,675 51 g de Cl $\rightarrow n = \dfrac{m}{M} = \dfrac{0{,}675\ 51\ \text{g}}{35{,}5\ \text{g/mol}} = 0{,}019\ 023$ mol de Cl
2. Dividimos por el menor de ellos para calcular la proporción en moles en la que se encuentran los diferentes elementos y hallar la fórmula empírica.

$$\text{C} \rightarrow \frac{0{,}019\ 023}{0{,}019\ 023} = 1; \quad \text{H} \rightarrow \frac{0{,}038\ 15}{0{,}019\ 023} \approx 2; \quad \text{Cl} \rightarrow \frac{0{,}019\ 023}{0{,}019\ 023} = 1$$

   Por tanto, su fórmula empírica es CH_2Cl.

b) Halla la fórmula molecular:

1. Calculamos la masa molecular del compuesto orgánico usando los datos de *p*, *V* y *T* del enunciado y la ecuación de los gases ideales.

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T \rightarrow p \cdot V = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T \rightarrow M = \frac{m \cdot R \cdot T}{p \cdot V} = \frac{0{,}942 \cdot 0{,}082 \cdot 273}{1 \cdot 0{,}213} = 99\ \text{u}$$

2. Comparamos las masas moleculares del compuesto y de la fórmula empírica y hallamos la fórmula molecular:

$$M_{CH_2Cl} = 12 + 2 + 35{,}5 = 49{,}5\ \text{u}$$

   Como la masa molecular de nuestro compuesto orgánico es $\dfrac{99}{49{,}5} = 2$ veces mayor que la masa molecular de la fórmula empírica, la fórmula molecular será $(CH_2Cl)_2 \rightarrow C_2H_4Cl_2$.

3 **Si una de las fórmulas de un compuesto orgánico es $C_3H_6O_2$, ¿cuál es su composición centesimal?**

SOLUCIÓN

Masa molecular $\rightarrow\ M = \underset{\text{C}}{3 \cdot 12} + \underset{\text{H}}{6 \cdot 1} + \underset{\text{O}}{2 \cdot 16} = 36 + 6 + 32 = 74$ u

- C $\rightarrow \dfrac{74\ \text{u}}{100\ \%} = \dfrac{36}{x\ \%} \rightarrow 48{,}65\ \%.$
- H $\rightarrow \dfrac{74\ \text{u}}{100\ \%} = \dfrac{6}{x\ \%} \rightarrow 8{,}11\%.$
- O $\rightarrow \dfrac{74\ \text{u}}{100\ \%} = \dfrac{32}{x\ \%} \rightarrow 43{,}24\ \%.$

EL CARBONO EN 10 DATOS

NOMBRE: ______________ CURSO: ________ FECHA: ________

Recuerda que…

Durante más de 200 años los químicos habían dividido los compuestos en dos categorías; a los que se aislaban de plantas o animales los llamaban orgánicos; y a los que se extraían de minerales, inorgánicos. Hoy día a la química orgánica se la conoce más como la química del carbono. Veamos diez datos sobre el carbono que explican por qué es un elemento tan especial:

1. Es la base para la energía orgánica y se encuentra en todos los organismos vivos.
2. El carbono puro existe libre en la naturaleza y se conoce desde la época prehistórica. El carbono químicamente puro se prepara por descomposición térmica del azúcar (sacarosa) en ausencia de aire.
3. Está en el interior de las estrellas, aunque no fue producido en el *big bang*.
4. En su forma más elemental puede constituir una de las sustancias con mayor dureza (el diamante), o una de las más blandas, el grafito.
5. Es un no-metal que se puede unir formando enlaces con él mismo y con muchos otros elementos químicos, pudiendo formar cerca de diez millones de compuestos diferentes.
6. Es el cuarto elemento más abundante en el universo. El hidrógeno, el helio y el oxígeno se encuentran en mayor cantidad (en masa).
7. Los compuestos del carbono tienen múltiples usos. El diamante es una piedra preciosa y se usa para perforar y/o cortar. El grafito se utiliza en los lápices, como lubricante, como protector frente a la oxidación. Mientras que el carbón se usa para eliminar toxinas, sabores y olores.
8. Es el elemento de mayor punto de fusión/sublimación de todos los elementos. Su punto de fusión está situado alrededor de los 3550 °C, y su punto de sublimación, alrededor de los de los 3800 °C.
9. El carbono puro se considera no-tóxico, aunque la inhalación de pequeñas partículas, como el hollín, puede dañar el tejido de los pulmones.
10. Hay siete tipos naturales de isótopos del carbono. En 1961 la Unión Internacional de Química Pura y Aplicada adoptó el isótopo del carbono-12 como base para los pesos atómicos. El isótopo carbono-14 se usa en la técnica de datación por radiocarbono.

4 Investiga:

SOLUCIÓN

a) Cuáles son las dos formas alotrópicas cristalinas bien definidas que forma el carbono.

Estas dos formas elementales son el grafito y el diamante.

b) Investiga cuáles son otras formas con menos cristalinidad.

Otras formas con poca cristalinidad son carbón vegetal, coque y negro de humo.

c) ¿Puede el carbono formar un enlace cuádruple consigo mismo?

La formación de un enlace cuádruple entre dos átomos de carbono no es favorable, debido a la situación de los orbitales p que quedan sin enlazar. Los orbitales p que permanecen vacíos se deberían doblar tanto que resulta mucho más favorable unirse a otros elementos, compartiendo esos dos electrones desapareados, que doblarse de tal manera que formase un enlace cuádruple.

5 Investiga qué utilidad fundamental tiene hoy día otro elemento de su grupo con similar configuración electrónica como el silicio (Si).

SOLUCIÓN

Es un semiconductor utilizado en la fabricación de dispositivos electrónicos.

ANÁLISIS DE LA POLUCIÓN EN AGUAS

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Recuerda que…

La industrialización de las sociedades actuales y la comprensión y desarrollo de la química actual han permitido mejorar nuestra calidad y esperanza de vida, por ejemplo, mediante la síntesis de **medicamentos** (vacunas, antibióticos, analgésicos, etc.), el descubrimiento de **nuevos materiales** (plásticos, polímeros, pinturas, papel, etc.), la obtención de **fuentes de energía** (petróleo, biocombustibles, alcohol, etc.) o los procesos de **conservación de alimentos** (conservantes, maceraciones, insecticidas, etc.). En todos estos aspectos la química del carbono desempeña un papel fundamental.

Debido a que todos estos procesos no son más que transformaciones de materia orgánica existente en el planeta como recurso natural, es importante que estas transformaciones sean sostenibles, es decir, que devolvamos a la naturaleza sus recursos después de utilizarlos sin alterar el propio ciclo natural de la vida, con todo lo que ello conlleva.

Teniendo en cuenta esto, resulta necesario la medición y determinación de la contaminación, ya que una vez medida conoceremos si alteramos o no un ciclo natural y podremos poner medidas correctoras, e incluso identificar un proceso como no sostenible o dañino para el medio ambiente.

Fuentes contaminantes del agua

Dentro de estas mediciones veamos la medición analítica de la **polución del agua**. Las fuentes de contaminación del agua más importantes son:

- **Aguas residuales** procedentes de los núcleos urbanos, como las aguas fecales o sanitarias, las aguas pluviales que arrastran sustancias que contiene la atmósfera contaminada, las aguas provinientes de la limpieza pública o doméstica, las procedentes de edificios comerciales o fábricas situadas en las ciudades, etc.
- **Residuos sólidos** procedentes de tierra o que son vertidos directamente al mar.
- **Agentes contaminantes** arrastrados por los ríos.
- **Residuos de petróleo** procedente de plataformas petrolíferas, accidentes de petroleros, etc.

Como consecuencia de lo anterior, las alteraciones físicas más importantes que sufren las aguas son las siguientes:

- **Variación de la temperatura.** La llamada polución térmica es un cambio apreciable en la temperatura del agua debido a la actividad del ser humano. Provoca una alteración de los equilibrios ecológicos, de las reacciones bioquímicas y de las características físico-químicas del agua.
- **Variación de su olor.** Debido a la presencia de materias orgánicas en descomposición o de compuestos químicos como fenoles y cloro.
- **Variación de su color.** El agua sin contaminar es incolora con ciertas tonalidades debido a la presencia de sustancias orgánicas y compuestos de hierro. En cambio, el agua con polución puede cambiar ese color, pues contiene compuestos colorantes orgánicos, minerales o ambos.
- **Variación del pH.** Provoca una influencia sobre las distintas reacciones que se llevan a cabo en el agua, dificulta la precipitación de algunas especies químicas, etc.
- **Variación de la conductividad.** El agua pura tiene muy poca conductividad y aumenta a medida que tiene más elementos sólidos disueltos, por lo que la medida de la conductividad del agua nos determina su nivel de polución.

La medición analítica de esta polución se realiza a partir de los procesos que nos suministran la química, la física y la biología.

ANÁLISIS DE LA POLUCIÓN EN AGUAS

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Calidad del agua

Según la **OMS** (Organización Mundial de la Salud), de entre todos los parámetros que determinan la calidad de las aguas, tres de ellos se consideran fundamentales:

- **O_2**.
- **DQO**.
- **DBO**.

Debido a que los contaminantes orgánicos en la mayoría de los casos alteran más las aguas desde el punto de vista sanitario, biológico, y tienen mayor impacto en la modificación de ecosistemas que los de naturaleza inorgánica, estos parámetros analíticos se han convertido en herramienta de uso común e indispensable para el control de aguas.

Veamos brevemente en qué consisten.

O_2 (Oxígeno disuelto)

Su determinación normalmente se realiza mediante oxímetros, que son medidores que utilizan electrodos sensibles al O_2. El procedimiento de medida es físico.

Esta determinación es importante, ya que para que se dé vida es necesario que exista una concentración de oxígeno en las aguas de los cauces que posibilite la respiración de plantas y animales. Si un agua presenta contaminantes que reaccionan con el oxígeno, este ya no estará disponible para los seres vivos de los cauces.

Así pues, cuanto menor sea la concentración de O_2 disuelto en un agua, más nociva será para el medio ambiente.

DQO (Demanda Química de Oxígeno)

Mediante esta medida se determina la cantidad que consumen los compuestos reductores presentes en el agua sin intervención de microorganismos. El fundamento de la determinación es químico, y para ello se le añade a un volumen de agua conocido una cantidad también conocida y en exceso de un agente fuertemente oxidante, de forma que reaccionen con los compuestos reductores (orgánicos e inorgánicos) presentes en el agua.

Una vez haya finalizado se determina el exceso de oxidante, y el resultado será la diferencia del oxidante inicial menos el que nos queda después de reaccionar.

Esta determinación se puede hacer con cualquier oxidante fuerte, pero de forma normalizada. La experiencia se realiza con dicromato de potasio en medio fuertemente ácido (H_2SO_4) a 150 °C durante 2 horas.

La valoración del exceso de dicromato puede realizarse por vía química.

DBO (Demanda Bioquímica de Oxígeno)

Mediante esta medida se determina la cantidad de oxígeno necesaria para descomponer la materia orgánica presente en una muestra por la acción de bacterias aeróbicas.

La transformación biológica de la materia orgánica se realiza en dos fases:

1. Primero se oxidan los compuestos de carbono.
2. En una segunda etapa se oxidan los compuestos nitrogenados.

EL PETRÓLEO Y SUS DERIVADOS

NOMBRE: ____________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Recuerda que…

El **petróleo** es un líquido de menor densidad que el agua. Se ha formado hace millones de años debido a la **descomposición de microorganismos** animales y vegetales que vivían en aguas de poca profundidad. Tiene un espesor, un color oscuro y un olor característicos. Químicamente está compuesto de una mezcla de distintos hidrocarburos que contienen cada uno de ellos cadenas carbonadas de diferente número de átomos de carbono, y otros elementos, como el oxígeno, azufre y nitrógeno.

Hoy día, debido a la población mundial creciente y a que buena parte de ella se sustenta en el consumo, el petróleo y sus derivados son imprescindibles tanto para la **obtención de energía** como para la **fabricación** de muchos productos en la industria (fertilizantes, plásticos, alimenticia, farmacéutica, química, textil, etc.).

La variada composición química del petróleo hace que para aprovechar mejor sus diferentes aplicaciones se separe en sus componentes mediante una destilación en las refinerías. El proceso consiste en ir calentando el petróleo, de tal forma que a diferentes temperaturas se van evaporando los distintos hidrocarburos. Sus vapores ascienden por las columnas de destilación, posteriormente se condensan y son recogidos en recipientes diferentes. Al tener cada hidrocarburo un intervalo de temperaturas de ebullición distinto, se recoge cada uno de ellos secuencialmente sin apenas mezclarse. Para conseguir la evaporación de todos se alcanzan temperaturas superiores a los 400 °C.

6 **Observa los diferentes productos obtenidos de la destilación del petróleo y sus distintas aplicaciones e investiga y rellena los datos que faltan sobre sus temperaturas de ebullición.**

Producto destilado	Intervalo de temperaturas de ebullición	Aplicaciones
Gases no condensados	—	Combustibles y materias primas en la industria química
Éter de petróleo	40-85 °C	Disolventes
Gasolinas	80-200 °C	Carburantes
Queroseno	180-300 °C	Carburantes y calefacción
Gasóleo	250-350 °C	Carburante diésel y calefacción
Lubricantes	Superior a 325 °C	Lubricantes para máquinas y herramientas
Vaselina	Superior a 350 °C	Pomadas
Alquitrán y demás residuos	—	Betunes, construcción de carreteras

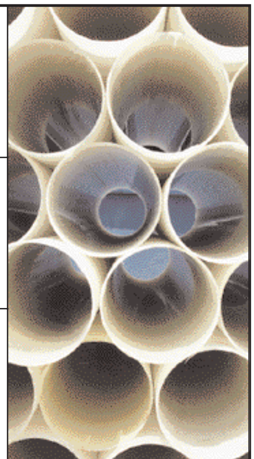
SOLUCIÓN

La transformación de los hidrocarburos que contiene el petróleo en productos químicos se denomina **petroquímica**, y es la base del sistema tecnológico actual y de la industria, debido a que estos productos sintéticos están sustituyendo a los productos tradicionales, como, por ejemplo, las fibras sintéticas que sustituyen al algodón o la lana, o los plásticos sintéticos, más ligeros, flexibles y resistentes a la corrosión que los tradicionales.

Para llegar a tener un producto terminado derivado del petróleo ha de partirse de unas sustancias bases, como pueden ser las olefinas (etileno, propileno y butenos) y los hidrocarburos aromáticos. Ellos se obtienen rompiendo cadenas carbonadas de hidrocarburos complejos del petróleo y transformándolos en otros más sencillos mediante un método llamado **craqueo**, que puede ser, por ejemplo, térmico, en el que, según la temperatura que se le aplique y su duración, se obtendrán unos u otros productos.

EL PETRÓLEO Y SUS DERIVADOS

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Plásticos	**Termoplásticos**	Son la mitad de los plásticos consumidos en el mundo y se usan para fabricar embalajes, muebles, PVC para revestimientos, tuberías, flores artificiales, etc.	
	Termoendurecibles	Se usan para fabricar utensilios domésticos, aislamientos eléctricos, etc.	
	Poliuretanos	Se utilizan para sustituir al vidrio, para espumas ligeras...	
Fibras sintéticas	**Poliamidas**	Se utiliza en la fabricación de trajes de baño, lencería, alfombras, cortinas, interior de neumáticos, etc.	
	Poliéster	Se usa en la fabricación de trajes, corbatas, etc.	
	Acrílicas	Se emplean como sustituto de la lana.	
Cauchos sintéticos	Se usan fundamentalmente en los neumáticos en la industria automovilística, y también en la del calzado.		
Detergentes	Productos líquidos o sólidos capaces de hacer de disolvente para la suciedad, formando con ella una disolución, eliminándola así de la ropa, la vajilla, etc. Hoy día se fabrican con productos cuyos residuos puedan ser eliminados por los microorganismos que están en los ríos; es decir, con productos **biodegradables**.		
Abonos nitrogenados	Abonos artificiales usados en agricultura que sustituyen al estiércol natural, como los nitratos, los sulfatos, la urea y otros abonos.		

De los productos anteriores, y tras el tratamiento del «**refino**» en el que se preparan para su uso comercial y su consumo, eliminándoles por ejemplo el azufre que es corrosivo y de mal olor, se obtienen los **productos finales**, que pueden clasificarse en distintos grupos.

POLÍMEROS Y MACROMOLÉCULAS

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

Recuerda que…

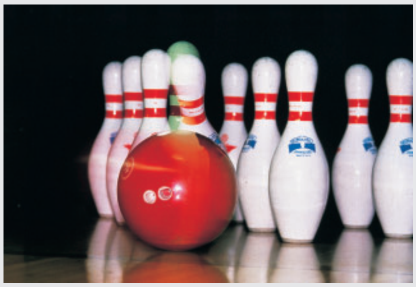
Los compuestos orgánicos de gran masa molecular se denominan **macromoléculas**. Tienen gran importancia en la industria química y en los procesos biológicos. Estos compuestos pueden ser fabricados por las personas en un laboratorio (**polímeros**) o ser de origen natural (**biopolímeros**).

La palabra **polímero** proviene del griego πολμ, que significa «muchos», y de *merox*, que significa «parte», pues los polímeros se obtienen al unir muchas moléculas sencillas, por lo que, a pesar de poder tener millones de unidades atómicas de masa (u) son muy simples químicamente, al ser una unión de estas entidades sencillas llamadas **monómeros**.

En las últimas décadas, los polímeros se han convertido en indispensables en nuestra sociedad (PVC, cauchos sintéticos, polietileno, siliconas, distintas fibras textiles, etc.), y la mayoría de la industria química trabaja en su investigación.

Podemos clasificar los polímeros desde diferentes puntos de vista:

- **Según el proceso seguido en su polimerización.** Pueden haberse construido en cadena por adicción de monómeros iguales, por lo que todos los átomos de estos están en el polímero, o bien durante el crecimiento se van eliminando algunas moléculas como el agua, por lo que el polímero no tiene la suma de átomos de los monómeros originales.
- **Según sea su cadena de carbonos.** Pueden ser lineales o ramificados.
- **Según reaccionen ante el calor.** Pueden ablandarse o fundirse con el calor y endurecerse al enfriarse recuperando así sus mismas propiedades, por lo que pueden moldearse (se llaman **termoplásticos**, como las sedas artificiales, el celofán…), ablandarse o fundirse con el calor, endureciéndose más al enfriarse, con lo que aumenta su punto de fusión; es decir, no conservan sus propiedades iniciales (se llaman **termoestables**, como la ebonita: bolas de los bolos, lengüetas de instrumentos…, o la baquelita: carcasas de teléfonos, asas de cacerolas…).



- **Según sea su composición.** Pueden tener monómeros idénticos (se llaman **homopolímeros**, por ejemplo, el PVC o el polietileno), o más de un tipo de monómeros en el que cada uno aporta sus propiedades (se llaman **copolímeros**, como en el ABS, en el que el acrilonitrilo aporta su resistencia química; el butadieno, su flexibilidad, y el estireno aporta al material la rigidez).
- **Según su importancia en la industria.** De mayor a menor: polímeros etilénicos (derivados de alquenos, como el polietileno, PVC…), cauchos sintéticos o elastómeros, poliamidas y poliésteres, poliuretanos y siliconas.

La utilización de estos polímeros en la vida cotidiana y en la industria es enorme, pues sus características son muy diferentes de las de los monómeros que los constituyen, ya que es mayor su resistencia, elasticidad y resistividad eléctrica, y menor su reactividad con los ácidos y las bases.

Estas cualidades, a su vez, pueden mejorarse si se añaden pequeñas dosis de sustancias químicas, como antioxidantes, plastificantes, etc. Con ello se consiguen, por ejemplo, materiales duros y resistentes, como el PVC utilizado en la construcción, tremendamente flexibles, como el polietileno; resistentes, como el nailon; elásticos, como el caucho, o inertes, como el teflón.

POLÍMEROS Y MACROMOLÉCULAS

NOMBRE: ______________________ CURSO: __________ FECHA: __________

A continuación se muestran algunos polímeros conocidos y se indica su uso habitual:

Monómero	Polímero	Usos principales
$CH_2{=}CH_2$	$-CH_2-CH_2-CH_2-CH_2-$	Bolsas, botellas, tuberías, aislante eléctrico, persianas...
Eteno (etileno)	Polietileno	
$CH_2{=}CH-CH_3$	$-CH_2-\underset{\underset{CH_3}{\vert}}{CH}-CH_2-\underset{\underset{CH_3}{\vert}}{CH}-$	Películas de empaquetado, aislante eléctrico, alfombras, útiles de cocina...
Propeno (propileno)	Polipropileno	
$CH_2{=}CH-Cl$	$-CH_2-CHCl-CH_2-CHCl-$	Ventanas, sillas, aislantes, tuberías, puertas, envases, cubos...
Cloroeteno (cloruro de vinilo)	Policloruro de vinilo (PVC)	
$CF_2{=}CF_2$	$-CF_2-CF_2-CF_2-CF_2-$	Antiadherente, aislante, utensilios de cocina, engranajes...
Tetrafluoreteno	Politetrafluoreteno PTFE (teflón)	
$CH_2{=}CCl-CH{=}CH_2$	$-CH_2-CCl{=}CH-CH_2-$	Aislante térmico, neumáticos.
2-clorobutadieno	Cloropreno o neopreno	
$CH_2{=}CH-CN$	$-CH_2-\underset{\underset{C\equiv N}{\vert}}{CH}-CH_2-\underset{\underset{C\equiv N}{\vert}}{CH}-$	Tapicerías, alfombras, tejidos...
Propenonitrilo (acrilonitrilo)	Poliacrilonitrilo	
$CH_2{=}CH-CH{=}CH_2$	$-CH_2-CH{=}CH-CH_2-$	Suelos de goma, llantas, resinas...
Butadieno	Polibutadieno	

7 **Investiga e indica algunas macromoléculas de origen natural.**

SOLUCIÓN

Ejemplos:

- Caucho.
- Polisacáridos.
- Hidratos de carbono (almidón, celulosa, glucógeno).
- Proteínas.
- Ácidos nucleicos.

Notas